no sepa esperimentar quien dió reglas para ello. Mucho mejor lo hicieron en su tiempo Copérnico, Kepler y Galileo (26), que de la esperiencia dedujo importantes descubrimientos, al paso que á Bacon no se le debe ninguno.

La misma induccion, este fundamento de la filosofía baconiana, ¿no es un método natural, más bien que un arte puesto en práctica por todos los filósofos posteriores, pero de un modo diferente al suyo, sin las aproximaciones de los hechos, sin las categorías de los fenómenos, sin las clasificaciones que había propuesto? Enseñó además, los límites necesarios en que convenia comprenderla. ¿Pero es esto crear un método? ¿No era la consecuencia natural del aumento de los hechos, y de los fenómenos sometidos á los observadores, del espíritu positivo y enemigo de los sistemas que se habian introducido en las ciencias?

En su época precisamente se habia agotado la erudicion, y todas las miradas se dirigian á la naturaleza. Ahora bien, habiendo proclamado Bacon la necesidad de descubrirla, con ayuda de la esperiencia, parece que los descubrimientos que se siguieron, se debieron al mérito de su método, mientras que habla, por el contrario, con desprecio de las ciencias que adelantan, y dice que nada ve porque cierra los ojos con una obstinacion impermeable.

Aunque se le citaba mucho, era, sin embargo, poco leido; y hasta 1730 no se habia hecho de sus obras más que una sola edicion en Inglaterra (27). El efecto que produjo fué, pues, débil, al paso que la escuela esperimental italiana abrió el camino á insignes descubrimientos. A Bacon se le considera inferior á Galileo por Hume, su compatriota. Cuando sólo en el siglo XVIII se comenzó á hacer una guerra á muerte á la Edad Media, Bacon fué ensalzado hasta las nubes, como un hombre que habia sabido separarse de ella; y en atencion á que no se debia encontrar en sus predecesores más que ignorancia é incredulidad, le fué preciso atribuirle el mérito de haber inventado de un golpe la filosofía esperimental; la única que se quiso aceptar para fundarla definitivamente en la sensacion. Entonces se le prodigó el incienso á porfía; Condillac llegó hasta proclamarle creador de la verdadera metafísica: á él que nunca se habia ocupado de ella sino incidentalmente. Cuando después la enciclopedia francesa se ingertó en su árbol científico, pareció el representante del saber moderno, del que no habia sido más que uno de sus promovedores.

Pero Descartes y Gasendi, de quienes nos reservamos hablar en el siglo siguiente, por no separarlos de los que los ayudaron ó combatieron, tuvieron una influencia muy diferente, tanto en el progreso de las ciencias, como en el renacimiento de la filosofía.

---

vet dubitationem, ut quiescat animus in intuitu veritatis, nisi eam inveniat via experientiæ. Opus majus, parte VI, c. 1. Leonardo de Vinci dió después reglas más exactas para hacer adquirir experiencia «sin la cual nada puede haber indudable,» *(Tratt. della pittura)* y quiere que se «empiece por la experiencia para venir por medio de ella al descubrimiento de la razon.»

Humboldt *(Cosmos*, P. III, pág. 63) dice tambien que Bacon estuvo muy atrasado en los conocimientos de su época en lo relativo á la astronomia y á la física. Además ignoraba y repudiaba algunos conocimientos que sin embargo eran exactos; tambien en el *Novum organum* (p. 371 de la edic. 1740) dice que dudó así como algunos otros de que las estrellas no fuesen vistas por nosotros mismos desde el momento que existen, es decir, que la luz tardase algun tiempo en llegar desde ellas á nuestra vista: y añade que desechó esta duda aduciendo sobre ellas razones enteramente absurdas.

(26) Bacon conoció las obras de Galileo: véase *Organum*, lib. II, afor. 39, y *Sylva sylvarum*, n.º 791. Mamiani, en el *Renacimiento de la filosofia italiana antigua*, concluye: «Bacon debe ser juzgado, bien como hombre práctico ó como especulativo. Como práctico, ¿quién podria anteponerlo á Galileo ni menos igualarle con él? Como especulativo, diremos que no conoció ni la naturaleza ni la importancia de algunos principios, los cuales fueron conocidos cuanto era necesario por los filósofos italianos antiguos anteriores á él y sometidos á las leyes del método natural.

(27) Véase como Stewart, que considera á Bacon superior á todos los demás filósofos modernos, juzga de su influencia sobre las cosas: «la influencia del genio de Bacon sobre los progresos sucesivos de los descubrimientos físicos no se ha apreciado con exactitud; algunos apenas hablan de ella, al paso que otros la consideran como la causa única de la reforma de las ciencias. De los dos estremos, el segundo, de seguro, se separa menos de la verdad, pues no se podria citar en la ciencia á otro filósofo, cuyos esfuerzos hayan contribuido de un modo tan evidente á acelerar el progreso intelectual del género humano. Debe no obstante notarse que antes de Bacon varios filósofos, en diversos paises de Europa, habian adoptado el buen camino; y tal vez no se encuentra en sus obras una sola regla importante, correspondiente al verdadero método de investigacion, cuyo gérmen no se pueda encontrar en los escritos de sus predecesores. Su gran mérito consiste en haber concentrado en un solo foco rayos débiles y diseminados; haber fijado la atencion de los filósofos en los caractéres distintivos de la verdadera ciencia y del falso saber, y esto con una felicidad de dilucidacion enteramente particular; y secundado con el poder de una elocuencia atrevida y figurada. El método de investigacion recomendado por él habia sido seguido ya cada vez que se habia hecho algun descubrimiento sólido, concerniente á las leyes de la naturaleza; pero no se habia seguido sino accidentalmente, y sin plan regular ni premeditado. A él es, pues, á quien estaba reservado reducir á regla y método lo que otros habian hecho fuese á la ventura, ó aprovechándose de algun vislumbre de verdad. No se trata de atenuar con observaciones la gloria de Bacon, pues se puede decir otro tanto entre todos los que han reducido á sistema los principios de un arte cualquiera. Esto puede aplicarse á él con menos fuerza que á cualquiera otro filósofo que haya dirigido sus estudios á objetos análogos, en atencion á que no se conoce arte cuyas reglas hayan sido espuestas felizmente bajo la forma didáctica, cuando este arte estaba tan poco adelantado como la filosofia esperimental en tiempo de Bacon.» *Account of life and writings of Reid.* Seccion 2.

CAPÍTULO XXXVI

CIENCIAS EXACTAS.

Varios italianos se dedicaban entonces á las matemáticas; unos continuaban los trabajos antiguos, otros perfeccionaban el álgebra.

Maurolico, 1491-1570.— Entre los primeros se distingue á Francisco Maurolico, de Mesina, que corrigiendo á Arquímedes, Apolonio y Diofonte, produjo nuevos resultados. Emprendió una enciclopedia de las matemáticas puras y aplicadas, traduciendo los griegos y comentándolos. Los cuatro últimos de los ocho libros de Apolonio sobre las secciones cónicas se habian perdido; se sabia solamente que trataba en el quinto de las líneas rectas más grandes y más pequeñas que terminan en la circunferencia de las secciones. Ahora bien, Maurolico se dedicó á rehacer este libro con hermosas reglas; pero fué adelantado por Viviani, que emprendió la misma tarea en una época más ilustrada. Maurolico hizo una notable aplicacion de ella, notando que las líneas trazadas por la aguja del gnomon, son siempre secciones cónicas, variadas segun la naturaleza del plano sobre el cual se proyectan. Escribió tambien poesias italianas y sicilianas, tratados sobre la filosofia, la gramática, la teologia, y principalmente sobre la óptica. Determinó el centro de gravedad de varios sólidos, y si no ha dejado descubrimientos originales, se manifiesta atento observador y filólogo lleno de delicadeza. La hermosa ciudad donde habia visto la luz, y que habia rodeado de fortificaciones, le asignó generosamente una pension de cien escudos de oro, para que continuase sus trabajos y la historia del pais. Cárlos Quinto y don Juan de Austriá le tuvieron en gran estima, por los cálculos astrológicos, con ayuda de los cuales habia predicho la victoria conseguida en Lepanto contra los turcos.

Entre los demás italianos que se ocuparon de la síntesis antigua, mencionaremos á Comandino, que consignó sus observaciones en comentarios; á Francisco Galigai, que dedicó á Julio de Médicis en 1521 un tratado de aritmética, que contenia la solucion de las ecuaciones de segundo grado determinadas, y de otras varias indeterminadas, de gran dificultad; reunió tambien en un resúmen varios tratados anteriores, trabajo muy útil. Juan Bautista Benedetti, de Venecia, publicó á la edad de veinte y tres años una *Resolucion de todos los problemas de Euclides, con una sola abertura de compás* (1553), condicion difícil, que venció con gran sagacidad. Estableció la teoria del descenso de los cuerpos pesados, y que aunque de diferente volúmen, caen en el vacío con igual celeridad: no ignora el peso y la elasticidad del aire; esplica las variaciones anuales de temperatura por la oblicuidad de los rayos solares; cree en la pluralidad de los mundos, y rechaza la incorruptibilidad de los cielos como tambien varios errores de los peripatéticos.

Algebra.—Tocaba á su fin el siglo XV, y aun no se sabian resolver más que las ecuaciones determinadas de primero y segundo grado, y algunas ecuaciones derivativas; la atencion no se habia fijado aun en las raices negativas ó imaginarias. Estos cálculos se debieron á algebristas italianos (1). Escipion del Ferro, de Bolonia, encontró la solucion de un caso parcial de ecuacion cúbica ($x^3 \times px = q$), y comunicó su secreto á Antonio Maria del Fiore (1535), que desafió públicamente en Venecia á Nicolás Tartaglia. Este matemático, que habia salido ya victorioso de otro desafio de Juan de Tonini, confundió á su nuevo rival con una solucion más general. La enseñó bajo juramento al milanés Gerónimo Cardan (1545),

---

(1) Es inútil repetir que los indios conocian la solucion de las ecuaciones, hasta de tercero y cuarto grado.

y éste la publicó en su *Ars magna*, dándole su propio nombre, que ha conservado.

Cuanto más se estudia la historia de las ciencias, más se nota en ella una especie de adivinacion en los primeros que descubrieron ciertas verdades, en quienes parece que la fuerza del razonamiento ó los conocimientos de la época no hubieran podido bastar á producirlas. ¿Cómo no admirarse de que la verdadera fórmula que ha servido de base á los trabajos más insignes, y hasta á la elegante generalizacion de Harriott, se haya encontrado en una época en la que Tartaglia creia haber hecho maravillas descubriendo el cubo $p+q$, la ecuacion entre el cubo y una línea, y la que existe entre dos porciones de ésta?

Cardan, singular mezcla de saber y estravagancia, trató de todo y mejoró todo con ayuda de análisis inventivos. Reconoció la mayor parte de las propiedades de las raices; indicó las raices negativas en las ecuaciones cuadradas, y dijo que toda ecuacion cúbica tenia una ó tres raices reales. Supo encontrarlas por aproximacion, señalar su número y naturaleza, fuese con arreglo á las líneas ó á los coeficientes; trasformar una ecuacion cúbica perfecta en otra que carecia del segundo término. Inventó el cálculo de las raices imaginarias, tan útil en los análisis, y antes que Harriott, á quien Montucla atribuye el mérito, igualó la ecuacion á cero. Publicó tambien el método para resolver las ecuaciones de cuarto grado, encontrado por su discípulo el boloñés Luis Ferrari. Aplicó el álgebra á la geometria, y tambien á la construccion geométrica de los problemas antes que Vieta y Descartes (2); es de notar que desde este último no se ha dado un punto en la solucion completa de las ecuaciones literales. Habiéndose quejado Tartaglia de que Cardan hubiese publicado su fórmula, hubo un desafio de treinta y un problémas entre Ferrari y Tartaglia. Ahora bien, este último propuso otros más difíciles, manifestándose algebrista superior. Estos desafios, y nueve libros de contestaciones dadas por Tartaglia á las preguntas que le dirigian príncipes, frailes, embajadores y arquitectos, manifiestan con qué ardor se seguian entonces los estudios de esta clase.

Tartaglia, 1500 1559.—Tartaglia era hijo de un muletero; le cortaron la lengua cuando el saqueo de Brescia, lo que le valió su sobrenombre. Vivió pobre, dedicándose enteramente á las matemáticas sin ocuparse de las ciencias cultas, ni de las desgracias de su patria. Aplicó la geometria á la determinacion del movimiento curvilíneo, á la caida de los cuerpos pesados, y trató de reconstituir la mecánica. Fijó tambien con toda particularidad la atencion en la balística: tenemos en efecto de él varios problemas de artilleria, y da en sus *Indagaciones é invenciones nuevas* la dimension de las piezas de guerra, con el modo de servirse de ellas y determinar su capacidad. El medio de medir la superficie de un triángulo, cuyos lados se conocen, sin buscar la perpendicular, es un descubrimiento ingenioso que le pertenece, como tambien la *invencion laboriosa* (travagliata) para volver á flote á un barco sumergido, cualquiera que sea su peso.

Cardan hizo aun mas observaciones juiciosas sobre la mecánica. Valuó el peso y resistencia del aire, y procuró medir el tiempo con ayuda de la pulsacion de la arteria. Enseña tambien el mecanismo de un candado combinado que se cerraba con la palabra *serpiente*, invencion que los franceses se atribuyen sin razon (3).

Ya Aristóteles, y después de él Leonardo de Pisa, y el fraile Lucas Pacciolo, los dos sábios que acabamos de mencionar y otros (4), habian hecho uso de las letras como símbolos de las cantidades generales: sin embargo, el lenguaje algebráico no hacia aun más que comenzar. Miguel Stifels fué el primero (1554) que empleó el + y el — con los números como enunciativos de las potencias; el = fué inventado por el inglés Roberto Record en la *Cola del espíritu* (Swethstone of wit).

Vieta, 1540-1603.—Pero en Francisco Vieta es en quien recae el mérito de haber introducido sistemáticamente el uso de las letras, y facilitado mucho por este medio «la ciencia del razonamiento general con ayuda de la lengua simbólica.» Apreció tanto la importancia, que la llamó *logística especiosa* á diferencia del análisis antiguo, al cual dió el nombre de *logística de los números* (*numerosa*). Vieta reconoció, pues, que el álgebra tiene otra importancia que la indagacion ingeniosa de los números, y que su carácter consiste en la enunciacion de las relaciones; lo que Newton formuló después llamándola aritmética universal.

Vieta imaginó además un método abandonado en el dia para resolver las ecuaciones por aproximacion, método análogo al que servia en la extraccion de raices; y comprendió la naturaleza de los casos irreductibles en las ecuaciones cúbicas. Comprendió la trasformacion de las ecuaciones para desembarazarlas de los coeficientes ó del segundo término, resolvió las cúbicas de otra manera que Cardan, y vió que en los casos en que la incógnita puede esplicarse por medio de valores positivos, el segundo término tiene por coeficiente la suma de éstos valores con el signo negativo; el tercero, la suma de los productos de estos valores multiplicados dos á dos; el cuarto la suma de estos valores multiplicados tres á tres, y así sucesivamente hasta el último, que es el producto de todos los valores;

(2) Cossali consagra casi un tomo de su *Historia crítica del álgebra*, 1797, á probar el mérito de Cardan, restituyéndole los descubrimientos que Montucla habia atribuido á otros, y sobre todo á Vieta.

(3) *De subtilitate*, Basilea, 1607, libro XVII, p. 1074: *Serra quæ suò quocumque nomine claudi potest.*

(4) Libri cita los pasajes. Véase á Montucla y Hallam, á quienes seguimos.

éste fué un principio del descubrimiento de Harriott. Empleando el álgebra en las construcciones geométricas, llegó Vieta á la doctrina de las secciones angulares. Los diferentes problemas en que aplica el álgebra á la geometria, siempre, sin embargo, sobre líneas rectas, le han hecho atribuir por algunos las relaciones del álgebra con la dimension, al paso que Tartaglia, Cardan y el mismo Lucas Pacciolo (5), sin hablar de los orientales, habian aplicado ya la ciencia de los números á los hechos y á las leyes del espacio. El cálculo se habia empleado ya en las cuestiones de geometria, pero sólo después de haber aplicado un número particular á cada una de las líneas conocidas. Así es, que estas cuestiones no eran nunca susceptibles de soluciones generales, sin las cuales no se pueden establecer teorías. En su consecuencia, los métodos geométricos quedaban victoriosamente sin contestacion, en atencion á que toda clase de problemas conducen á lo menos á reglas generales de construccion, es decir, á reglas independientes de la longitud de las líneas dadas.

No era, sin embargo, suficiente, que las soluciones numéricas hubiesen adoptado, con ayuda de los símbolos algebraicos, el carácter de uniformidad y generalidad. Era necesario establecer además una correlacion constante entre las fórmulas algebraicas y las construcciones geométricas; era preciso saber representar todas las espresiones y operaciones de álgebra, por una figura y una operacion de geometria equivalente: de otra manera, el geómetra hubiera rechazado su ciencia al servirse del álgebra, cuando no hubiera sabido volver de los hechos y leyes de los números á los hechos y leyes del espacio. Antes que se hubiesen podido traducir gráficamente las soluciones algebraicas, el gran Kepler no sabia conocer la utilidad de las ecuaciones dadas entonces por Justo Byrg, para determinar los lados de varios polígonos regulares: además de que creia que no podian ser resueltos en ciertos casos, como era el del heptágono y en las figuras superiores, no concedia tampoco la ecuacion del pentágono, aunque apenas sea de segundo grado, dejando ver que no conocia medio de construir el lado desconocido. Las ecuaciones superiores al tercer grado quedaban aun sin interpretaciones geométricas, cuando, en fin, Descartes redujo la construccion de las raices de las ecuaciones de cualquier grado á un método general y uniforme (6).

Harriot, 1560-1621.—Mas sencilla ya la anotacion que habia introducido Vieta, facilitó el análisis. El inglés Briggs espuso claramente la fórmula del binomio; el holandés Alberto Girardo dió mejor idea de las raices negativas, demostrando cómo se esplican en geometria por retrogradacion. Pero todos fueron sobrepujados por Harriott, compañero de Walter Raleigh, en su viaje á la Virginia. El fué el que completó la teoría de las ecuaciones, vislumbrada por Cardan y por Vieta. Merece elogios, si no como inventor, al menos como propagador, por haber sustituido las letras minúsculas á las mayúsculas, establecido se designasen las incógnitas con las vocales, y espresado el producto colocando simplemente los factores unos al lado de otros, método tan cómodo como fácil. Encontró reduciendo todos los términos de un lado, el que cada incógnita de una ecuacion tiene tantos valores como marca la indicacion de su potencia en el primer término, y que en una série necesaria de combinaciones, estos valores forman los coeficientes de los términos siguientes, en los que entran las potencias decrecientes de la incógnita; de lo que resulta que constituyen con su producto reunido el último término de la ecuacion.

Logaritmos.—El uso incompleto del álgebra era muy incómodo en las matemáticas mistas; era sobre todo muy penoso en la astronomia tener que calcular al menos con seis ó siete decimales, las tablas trigonométricas de los senos, de las tangentes y de las secantes, multiplicaciones y divisiones muy largas, en las que eran fáciles las equivocaciones. Que se suponga solamente un caso muy frecuente en que se tenga que buscar la cuarta proporcional, y se verá cuánto tiempo era preciso para sacar la cuarta cifra decimal de los senos y tangentes. Aun era peor en las operaciones más complejas. Juan Napier, de Merckiston, habia ya inventado un instrumento destinado á simplificar los cálculos, instrumento que describió en la *Rkabdologia* (1616): llegó después trabajando obstinadamente sobre este asunto, á un principio más elevado, que supo reducir bajo una forma práctica.

Por poco que se esté instruido en aritmética se sabe que en una progresion geométrica, cuyo primer término sea 1, se obtiene, multiplicando dos términos entre sí, un producto que es otro término de la misma série, cuyo lugar está determinado por la suma de los dos factores disminuido en la unidad, y que los números de los términos son los esponentes aumentados en una unidad, de las potencias del factor comun que entra en cada término. Si no se debiesen pues calcular más que los términos de una progresion geométrica, bastaria sumar ó restar los esponentes y dividirlos en lugar de multiplicarlos.

Esta verdad aplicable á un pequeño número de

(5) *Modus solvendi varios casus figurarum quadrilaterarum rectangularum per viam algebræ.* Este es el primer capítulo de la tercera disertacion de su *Tratado de geometria.*

(6) Descartes fué adelantado en esta notable esplicacion de la propiedad de las curvas por medio de las ecuaciones algebraicas, por el ragusiano Marin Ghetaldo, que aplicó la geometria á la solucion de las ecuaciones determinadas hasta el cuarto grado. *De resolutione et compositione mathematica, lib. quinque; opus posthumum.* Roma 1630. Un año después, Oughtred publicó en Lóndres las mismas soluciones en la *Clave matemática.*

casos, quiso Napier generalizarla, buscando una progresion geométrica, en la que todos los miembros naturales fuesen los términos: ahora bien, encontró que una série cuyo primer término fuese 10, y 10 el factor comun, respondia á su indagacion (7). Esta manera sencilla y muy poderosa de concebir todos los números como potencia de un mismo número, es el colmo de la sagacidad humana; y parecerá tanto más maravillosa, si se considera que el álgebra estaba entonces en su infancia, y que la teoria general de los exponentes estaba mal determinada. El mismo Napier no lo hubiera conseguido si no hubiera distinguido con exactitud la cantidad discreta de la continua, confundidas con bastante frecuencia. Dedujo que todo número puede presentarse como término de una progresion; que se podria, desde entonces, encontrando sus indicadores como los de una série comun, obtener su producto con ayuda de una suma. Consiguió este resultado con procedimientos muy ingeniosos, intercalando 6.931,472 medios proporcionales entre el 1 y el 2, y repitiendo esta larga operacion con todos los números primos, es decir, divisibles sólo por sí mismos y por la unidad; con respecto á los logaritmos de los múltiples, se encuentran con facilidad sumando los factores (8).

Esta invencion salió tan perfecta de manos de su autor, que la posteridad no ha tenido nada que añadirle. La única mejora material que recibió es la de Briggs, amigo y colaborador de Napier, que calculó una série diferente, y publicó una tabla de logaritmos de los mil primeros números (1618). Dió después á luz la aritmética logarítmica (1624), que contiene los de los números naturales hasta 20,000, y desde 90,000 hasta 100,000, calculados con 14 decimales, de manera que la diferencia es mínima. Expuso la importante ley, de que los coeficientes se forman en un binomio de una potencia exacta, verdad conocida ya por Stifels y Cardan. Dispuso tambien los logaritmos de los senos y tangentes para todos los grados y centésimos de grado del cuarto de círculo, pero dejó su obra imperfecta, y fué después publicada por Gellibrand. Cuando el librero holandés Vlacq imprimió la *Aritmética logarítmica* de Briggs (1633), llenó el intérvalo de los números entre 20,000 y 90,000 con logaritmos de once decimales: después publicó la *Trigonometria artificialis*, obra muy útil, como complemento de los trabajos de Briggs y Gellibrand. En la demostracion que Kleper dió de los logarítmos, disipó todas las dudas de los que no creian rigurosamente geométrica la esplicacion dada por Napier. Una vez establecida la prontitud en los razonamientos matemáticos con gran escándalo de los geómetras, pudo lanzarse el talento á la teoria de los infinitesimales, y prepararse para las verdades más sutiles de la abstraccion y las que son menos evidentes á los sentidos. Las tablas de logaritmos impresas después se han perfeccionado cada vez más. Seria de desear que se introdujesen en los usos del comercio, sobre todo en los cambios de las plazas, lo que los reduciria á una operacion de razones compuestas.

Geometria.—Llenos de respeto los geómetras hácia Euclides, se sujetaban á la tradicion. Publicóse en 1594, por Valentin Oto, el *Opus palatinum de triangulis*, de Joaquin Retico, notable por los cálculos trigonométricos, pero no se concluyó: las tangentes, las cuerdas y los senos no están calculados en él más que con diez decimales en lugar de quince. Pitisco, en 1613 llevó mucho más lejos la exactitud. El ragustiano Marin Ghetaldo puso los problemas que faltan en el Apolonio Perga; Lucas Valerio encontró el medio de determinar el centro de gravedad de todos los cuerpos formados por la revolucion de una seccion cónica.

La geometria moderna hacia al mismo tiempo progresos: menos precisa tal vez y menos clara que la antigua, las aplicaciones tenian mayor extension. Dos teoremas que comprenden todos los casos importantes de la revolucion de los triángulos esféricos, tienen el nombre de Napier.

En la *Nova stereometria doliorum* (1615), Kepler examina todos los sólidos que pueden resultar de la rotacion de un segmento de seccion cónica en derredor de una línea que no es su eje. Aunque no resuelva todos los problemas que propone, es una idea atrevida la de considerar el círculo como compuesto de una infinidad de triángulos que tienen su base en la circunferencia y su vértice en el centro; lo mismo al cono como á un conjunto de pirámides, y á un cilindro como una reunion de prismas. De esta manera, admitiendo los sólidos como compuestos de infinidad de superficies, la superficie de infinidad de líneas, y las líneas de infinidad de puntos, buscó la cuadratura del círculo y la capacidad de los toneles, entreviendo la teoria de los números infinitesimales.

Galileo habia adelantado más, al tratar de un cilindro cortado en hemisferio, en el *primer diálogo sobre la mecánica*; se estendió tambien en particular sobre los cuerpos indivisibles en los *Diálogos sobre las nuevas ciencias*, pero confundió las ideas metafísicas de la cantidad visible, suponiéndola compuesta de cantidades indivisibles sin estension. No atreviéndose, pues, á firmar ni á negar que los infinitos pudiesen ser iguales entre sí, dice solamente que los términos que indican la igualdad ó el esceso no pueden aplicarse más que á cantidades fijas, y vuelve al método de exhaustion de Arquimedes (9).

(7) *Logaritmorum canonis descriptio, seu arithmeticarum supputationum mirabilis abbreviatio.* Edimburgo. Murió en 1612. Λόγων απιδμός, suma de las relaciones.

Arquímedes dió tal vez una idea de ello, pero de seguro la tuvo el aleman Stifels. Demuestra que si en una progresion geométrica se suman los esponentes de los dos términos de la série, se obtiene el del producto de estos términos. Así es, que si se compara la progresion geométrica 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, con la progresion aritmética... 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, que indican las potencias de la razon comun, se verá que sumando dos términos de esta última, como 2 y 4, se obtiene 6, al cual corresponde el 64, producido precisamente por 4×16, que en la série geométrica son superiores al 2 y al 4. Este hecho se esplica fácilmente con espresiones algebraicas; pero, sujetándose á la aritmética era considerado como el resultado de una propiedad misteriosa, que contribuye poco á facilitar el cálculo.

(8) Primero: Log. $10 = 2.3025850$; después, sustituyendo un 1.000,000, se obtiene el log $100 = 2.000,000$ y así sucesivamente; método adoptado generalmente, aunque no se haya abandonado del todo el primero *llamado hiperbólico*, porque espresa una propiedad de la hipérbole.

Cavalieri, 1598-1647.—El milanés Cavalieri, profesor de matemáticas en Bolonia, en correspondencia con Galileo, resolvió el problema propuesto por Fermat, que tenia por objeto determinar el punto menos distante de tres dados, lo consiguió aplicando á la cuestion un teorema que da la cuadratura de todo triángulo esférico. Habia completado desde 1626 su método de los indivisibles que publicó en 1635 (*Geometria indivisibilium continuorum nova, quadam ratione promota*), está fundado en que los sólidos pueden considerarse como compuestos de infinidad de superficies colocadas una sobre otra, como elementos indivisibles, las superficies como un conjunto de líneas, y éstas como un conjunto de puntos; de esta manera se anticipaba á Kepler. Ya se sabia sumar una série infinita de términos en progresion aritmética, tal como la de los diámetros de los círculos decrecientes del cono, círculos que son como sus cuadrados. Cavalieri encontró que en términos infinitos la suma de los cuadrados descritos sobre líneas crecientes en progresion aritmética, corresponde precisamente al tercio del cuadrado mayor, multiplicado por el número de términos; ó de otra manera, que un cono es la tercera parte de un cilindro que tenga la misma base y la misma altura: demostracion que puede aplicarse igualmente á los demás sólidos. De esta manera abrió el camino á los grandes progresos de la geometria, y aunque se le ha atacado, fué la primera vez que lo infinito apareció en la geometria en forma sistemática. El mismo conoció que su método era un corolario del de exhaustion; pero confesaba que no sabia dar una demostracion rigorosa de él. No obstante, considerando á la línea, la superficie y el sólido, como producidos por el punto, por la línea y por la superficie, proporcionó á Newton la idea y el nombre del cálculo de las fluxiones.

Estas eran las nuevas conquistas de la geometria, que se aplicaba tambien generalmente á arduas investigaciones. De este número fué el problema de la cicloide, como se llama la curva descrita por un punto de círculo que se adelanta al mismo tiempo y gira en un plano horizontal. Su área fué tomada primero como un segmento de círculo: Galileo decia en 1639 haber pensado en él cuarenta años antes, pero sin ningun éxito. Mersenne lo propuso á Roberval, y este sábio le demostró que equivalia á tres veces el área del círculo generador (1634) (10). Habiendo oido hablar Descartes de este descubrimiento, dió una demostracion propiamente suya, como cosa fácil. Roberval decia que el conocimiento de su solucion le habia ayudado á encontrar la suya. Descartes inventó entonces las tangentes de la curva, después desafió á Roberval y á Fermat á que hiciesen otro tanto (11). Fermat lo consiguió; pero no le sucedió lo mismo á Roberval, á Galileo y Cavalieri: tan superior era este genio universal aun á los geómetras dedicados á lo que él no estudiaba más que accidentalmente. Descartes se sirvió, en este problema de las tangentes, del principio de Kepler, que consideraba la curva como un polígono de infinitos lados; de donde se sigue que un arco infinitamente pequeño está apreciado como igual de su cuerda.

Descartes esplicó después el poder de los símbolos algebraicos designados de una manera oscura y cansada, que en su mayor parte se resolvian en formas irracionales y hasta imposibles. Ya se abreviaba la demostracion geométrica con el empleo de números ó letras, en lugar de líneas ó rectángulos divisibles en partes alícuotas. Se conoció después que los números irracionales representan cantidades inconmensurables, y que en su consecuencia la diagonal de un cuadrado que tiene la unidad por lado estará representada por la raiz de dos. Los cálculos numéricos y algebraicos se aplicaron cada vez más á los problemas relativos á los espacios; pero no se operaban en sentido inverso, es decir, que no se aplicaban las fórmulas algebraicas á la construccion de las curvas, y no se pensaba en lugar de espresar con el álgebra á figuras geométricas, en trasformar el álgebra á estas figuras.

Descartes estableció que toda curva geométrica tenia su propia ecuacion fundamental, que espresaba la relacion constante entre la abcisa y la ordenada; que una ecuacion simple sólo puede espresar la relacion de las líneas rectas; que la solucion de una ecuacion cuadrática debe encontrarse en una de las cuatro secciones cónicas, y que las potencias más elevadas de una incógnita conducen á curvas de órden superior. Doctrina fecunda que le fué disputada como todos los demás descubrimientos geométricos, aunque parezca que una vez indicado el camino, llegó con sus propias fuerzas al mismo punto que Harriott y Vieta. En efecto, si en las discusiones que tuvo con Fermat, talento geométrico lleno de vigor y sin pretensiones, se muestra Descartes, sobre todo á propósito de las tangentes de las curvas, irritable

(9) FABRONI, *Vitæ italorum*, I, 272.

(10) Toricelli consiguió la misma solucion, sin tener conocimiento de la suya.

(11) En el libro siguiente, capítulo XLII, volveremos á hablar de estos hombres ilustres.

é injusto, es necesario confesar que tambien fueron injustos con él principalmente en su pais, donde no se reconocia la gran importancia de su nueva geometria.

Astronomia.—Las matemáticas aplicadas á la astronomia se dirigian á arrancarla de los errores tan antiguos como el mundo. Tolomeo ejercia aun en esta ciencia la autoridad soberana, enseñando la inmovilidad de la tierra, en cuyo derredor giraban los planetas: y aunque es verdad que no se conocieron hasta más tarde los fenómenos cuya esplicacion hubiera sido imposible á los sectarios de Tolomeo, era preciso en su sistema tal complicacion de cambios y vueltas, que Alfonso el Sábio pudo decir con razon, que hubiera sugerido alguna cosa más sencilla á Dios, si hubiese asistido á la creacion.

Ya con objeto de encontrar una esplicacion menos embarazada de los fenómenos celestes, habia emitido varias hipótesis separadas de la centralidad de la tierra. Los egipcios supusieron que Mercurio y Venus se movian en rededor del sol; Apolonio de Perga hizo girar á todos los astros en derredor tambien del sol, aunque admitiendo su movimiento circular en derredor de la tierra; sistema adoptado después por Tycho-Brahe. Heráclides y toda la escuela jónica habian dado á la tierra el movimiento de rotacion. Los pitagóricos la derribaron de su inmóvil trono para colocar en él al sol, que es la más resplandeciente imágen del Creador. El mismo Tolomeo confesaba que el movimiento de la tierra, «segun la doctrina más sencilla,» (12) proporcionaria una razon que satisfaciese á los fenómenos celestes, si no repugnaba á lo que pasa en el globo y en los aires.

En efecto, prescindiendo del testimonio de los sentidos á los que repugna, ¿por qué si la tierra se mueve el terrible rumbo no se deja sentir? ¿Cómo las nubes no desaparecen con rapidez á nuestra vista? ¿Cómo el pájaro que se eleva por los aires vuelve á encontrar su nido? ¿Cómo la piedra que se lanza no cae muy lejos del punto de partida? ¿Cómo un barco puede navegar hácia Oriente á pesar del torbellino del aire que le seria preciso hendir, y que deberia llevarse consigo todo lo que existe sobre la superficie de la tiera? Estas absurdas objeciones eran el resultado de ignorar la gravedad del aire. Esto es lo que hizo prevalecer la teoria, á la cual se la dió el nombre de Tolomeo. Nunca fué puesta en duda por los árabes tan respetuosos para con los nombres. (13). Algunos cristianos que sostuvieron lo contrario, apenas fueron escuchados; pero no por eso reprobados.

Como los antiguos éticos tenian por dogma que Dios habia criado la tierra, como lugar de expiacion para los hombres que habian pecado en una vida anterior, resultaba que todos los cuerpos celestes se habian hecho para servicio de este planeta, que inmóvil en el centro como una reina, recibia de ellos la luz, el calor y la belleza. El Génesis, por el contrario, decia que el hombre habia sido creado después de todas las obras, y esto escluia la idea de que hubiesen sido arreglados para él, y decia que Dios habia descansado el sétimo dia, es decir, que habia dejado las cosas dirigirse por las fuerzas que habia coordinado entre sí (14). Contemplando, pues, la disposicion de los cielos, ningun dogma obliga á creer que la tierra estuviese quieta ó girase; podia buscarse libremente cuál órden estaba más en relacion con la perfeccion de las obras divinas, y con la sencillez de los medios que atestiguan la sabiduria ordenadora. Así era que de tiempo en tiempo se elevaba alguna voz para reanimar la idea pitagórica; y esta doctrina se profundizaba sin escitar escándalo en los claustros ni entre los prelados. Si bien es verdad que algunos pasajes de la Escritura aluden á la estabilidad de la tierra, todo católico sabe que este divino libro no se dió para satisfacer la curiosidad del hombre. El mismo san Agustin habia dicho: «Creemos poder establecer que todo lo que ha podido ser demostrado como argumentos verdaderos concernientes á la naturaleza de las cosas no está en contradiccion con la Sagrada Escritura» (15). Santo Tomás de Aquino dice tambien que «es muy dañoso querer sostener ó negar lo que es indiferente á la doctrina y á la piedad, como cosa concerniente á la santa doctrina» (16).

---

(12) Κατὰ τὴν ἀπολουτεστέραν ἐπιβολήν. Lib. I, cap. 7.

(13) Resulta de la astronomia de Ouloug-beygs, cuyas *tablas* han sido traducidas por Sedillot, que la trigonometria de los tártaros es la misma que la de los árabes, y que sus teorias astronómicas no son otras que las de Tolomeo, con algunas mejoras en las constantes. Sin embargo, un fragmento de Calvini indica algo semejante á la atraccion newtoniana.

«Algunos discípulos de Pitágoras sostenian que la tierra giraba continuamente y que el movimiento de las estrellas no era más que una apariencia producida por la rotacion del globo. Otros suponian á la tierra suspendida en el universo, á una distancia igual de todos los puntos y atraida por el firmamento, de manera que pueda permanecer en perfecto equilibrio; y así como el iman atrae al hierro por su propia naturaleza, el firmamento obraba del mismo modo sobre el globo terrestre, que atraido por todas partes con iguales fuerzas permanece suspendido en el centro.»

(14) Se lee en *Zohar*, el libro más célebre de los cabalistas, que no puede ser posterior al siglo XIII, suponiendo la falsedad de su orígen antiguo el pasaje siguiente, parte III: «Se aprende en el libro de Chamnuna el viejo, con esplicaciones muy estensas, que toda la tierra gira sobre sí misma en forma de círculo: unos están en alto, otros en bajo; todas las criaturas cambian de aspecto segun el aire de cada lugar, conservando siempre la misma posicion; ciertos paises están iluminados al paso que otros están en las tinieblas; en unos es de dia cuando en otros de noche, y hay paises donde constantemente es de dia, ó la noche no dura más que pocos instantes.»

(15) L. I del Génesis.

(16) Opp. X, art. XXXI.

Copérnico, 1473-1543.—Nicolás de Cusa, que preconizó el sistema pitagórico (17), fué hecho cardenal. Habiendo ido á Bolonia Nicolás Copérnico, de Thorn, para aprender la astronomia con Domingo Mazia, obtuvo una cátedra en Roma donde se favorecia esta ciencia, en atencion á que se ocupaban en reformar el calendario; afamados prelados le inclinaron á publicar su sistema. Habia llegado á coordinarlo por medio de la hipótesis, orígen de los descubrimientos capitales, en lugar de recurrir á razonamientos áridos, se ayudó con este argumento metafísico: que la naturaleza opera siempre por las vias más sencillas, y que su belleza, su sencillez se revelan particularmente en el sistema de Pitágoras. La esfera, dice, es la más perfecta de las figuras, luego el mundo es esférico, los planetas son esféricos, y sus movimientos circulares, pues sólo el círculo puede producir movimientos regulares. Los cuerpos celestes (otra hipótesis) aumentan de tamaño, segun sean más ó menos largas sus revoluciones. Admite tambien como hipótesis la gravitacion, es decir, la atraccion de la materia estendiéndola tal vez á los cuerpos celestes (18).

Copérnico no inventó, pues, pero redujo la doctrina de Pitágoras á un conjunto coordinado tal como convenia á los sábios, y tan sencillo, que los progresos de los conocimientos no reclamaron otro para dar razon de los nuevos fenómenos observados. El movimiento diurno esplicaba el regular de la multitud de astros, diseminados en el cielo, de diferente naturaleza, y sin embargo, reunidos todos en una revolucion comun. El movimiento anual suprime las estaciones estravagantes y las retrogradaciones. Da además el medio de medir las distancias relativas de los planetas por relacion al sol con ayuda de una inmensa triangulacion que tiene por base el eje de la órbita terrestre. La lenta variacion de las estrellas, en declinacion y en ascension, depende de los simples movimientos del ecuador de la tierra.

Copérnico dedicó sus *Revoluciones de los orbes celestes* (1543) á Paulo III, y en la dedicatoria apellida absurda la creencia de la inmovilidad de la tierra; y «si cualquier necio, dice, desprovisto de conocimientos matemáticos, pretende condenar mi obra por no estar conforme con algun pasaje de la Escritura, porque él se empeñe en que no lo esté, despreciaré sus vanos ataques. Lactancio ha dicho mil necedades sobre la forma de la tierra, pero en asuntos de matemáticas sólo pueden escribir los matemáticos.» Contra los juicios falsos y las injurias de los calumniadores pidió proteccion al jefe de la Iglesia, con tanto mayor motivo cuanto que la Iglesia podia sacar gran utilidad de sus indagaciones acerca de la duracion del año, y los movimientos de la luna. Apenas vió su obra la luz pública, Copérnico murió; pero en el mismo año, Lelio Calcagnini habia publicado un libro para probar *quod cœlum stet, terra autem moveatur*. En 1548 Diego de Estúñiga, ilustre teólogo de Salamanca, de la órden de agustinos, publicó un comentario de Job, aprobado segun costumbre, y dedicado á Felipe II, en el que dice, esplicando el versículo *Qui commovet terram de loco suo*. «Este difícil pasaje obtendria bastante luz de la sentencia de los pitagóricos, que la tierra se mueve por su naturaleza, y no se pueden esplicar de otra manera los movimientos de las estrellas, que un largo retardo ó una gran aceleracion hace parecer desacordes... Copérnico ha esplicado de esta manera en nuestros dias el curso de los planetas; y ciertamente se determina mejor con su doctrina que con la *Sintaxis* de Tolomeo el lugar de los planetas. Ningun pasaje de la Escritura dice con tanta claridad que la tierra está quieta, como este pasaje de Job dice que se mueve.» (19) Antes de ellos encontrándose en Roma Juan Alberto Widmanstadt en el año de 1533, y en presencia de Clemente VII, de dos cardenales y de otros personajes ilustres, expuso el sistema pitagórico, y el papa le dió en recompensa un hermoso manuscrito griego de la obra *De sensu et sensibili* de que Alejandro Afrodisio, que se conserva en el dia en Munich, y en el cual mencionó este hecho con su propia mano.

Ticho-Brahe, 1546-1601.—Miente, pues, quien suponga á la Iglesia enemiga de una doctrina que no la ofendia. Propagóse, sin embargo, lentamente porque era contrariada por el testimonio de los sentidos, y las preocupaciones de los sabios que sentian tener que olvidar lo que habian aprendido, y renegar de su fe en Tolomeo y Aristóteles. El danés Ticho-Brahe pretendió conciliarlos; consumió

---

(17) Creia además que la tierra, del mismo modo que el sol, se movia al rededor del polo del mundo, que es incesantemente variable. Véase CLEMENTE, *Jordan Bruno y Nicolás de Cusa*, 1817, pág. 97.

(18) *Gravitatem esse affectionem, non terræ totius, sed partium ejus propriam, qualem soli etiam et lunæ cæterisque astris convenire credibile est.*

(19) V. DIDACE á STUÑIGA *Salamanticensis in Job Commentaria*, etc. Toledo, Rodrigo, 1584. *Hic locus quidem difficilis videtur, valdeque illustraretur ex pythagoricorum sententia; existimantium terram moveri natura sua, nec aliter posse stellarum motus tam longa tarditate et celeritate dissimiles, explicari; quam sententiam tenuit Philolaus, et Heraclides Ponticus, ut refert Plutarchus lib. De placit. philos.; quos seculus est Numa Pompilius, et quod magis miror, Plato divinus senex factus. Nostro vero tempore Copernicus juxta hanc sententiam planetarum cursus declarat. Nec dubium est quin longe melius et certius planetarum loca ex ejus doctrina, quam ex Ptolomei magna compositione et aliorum platicis reperiantur;* pág. 205.—Y después: *Nullus dabitur scripturæ sacrosanctæ locus, qui tam aperte dicat terram non moveri, quam hic moveri dicit. Justa igitur hanc sententiam, facile locus hic de quo verba facimus declaratur, ut ostendat mirabilem Dei potentiam atque sapientiam, qui terram, cum gravissima natura sit, universam notu cicat atque agat.*