Con esto se deja dada una idea, aunque muy ligera, del Sistema Métrico Decimal; advirtiendo que, en vez de las relaciones indirectas que en los casos respectivos se han usado, se acostumbran generalmente las relaciones directas; pero que los resultados siempre serán iguales.

Para concluir esta sección, se hace notar que en ella no se han hecho amplias explicaciones, por suponerse en los estudiantes los conocimientos generales.

SEGUNDA SECCIÓN.

Teorías y Práctica de la Regla de Tres.

La regla de que se va á tratar es de suma utilidad, y por lo mismo los antiguos aritméticos la llamaban *La Regla de Oro.* En la actualidad vuelven á darle este nombre algunos aritméticos modernos. La Aritmética recientemente publicada bajo el título de "El Calculador Violento," da el nombre indicado á la regla de que se trata.

Esta regla no es de la facilidad que vulgarmente se le supone, conteniendo, por el contrario, dificultades de consideración. La dificultad mayor que ella envuelve consiste en la colocación propia y debida que se dé á los términos que deban formarla. Tal dificultad determina la grande diferencia que existe entre establecer tres términos cualesquiera, á fin de hallar el cuarto término proporcional geométrico, lo que constituye una simple proporción, y establecer dichos términos con el objeto de resolver una cuestión de Regla de Tres. En el primer caso, aun cuando los términos se hayan colocado sin regla alguna ó indistintamente, siempre se encontrará el cuarto término proporcional geométrico en el cociente que resultare de dividir el producto de los medios por el extremo conocido. En el segundo caso, esto es, cuando los términos con que se establezca la proporción, provengan de un problema de Regla de Tres, esos términos no podrán plantearse arbitrariamente sino bajo reglas precisas, y las cuales constituyen la que se conoce con el nombre de *Regla de Tres.* Por ella no solamente se busca el cuarto término proporcional geométrico como en la proporción sucede, sino además, que ese cuarto término proporcional geométrico hallado, satisfaga netamente lo que el problema demanda.

De todo esto resulta que la definición dada generalmente respecto de esta regla no es satisfactoria, supuesto que ella se refiere únicamente á lo que se conoce y es una verdadera proporción.

La definición indicada dice así: "La Regla de Tres es la que da á conocer un cuarto término proporcional geométrico con otros tres conocidos."

Examinando debidamente esta definición, se verá que en ella no se exige más que el encontrar un cuarto término proporcional geométrico, satisfaga ó no la cuestión propuesta.

De aquí proviene que en muchas proporciones dimanadas de la regla de que se trata, sin embargo de ser proporcional el término encontrado y haber satisfecho con esto el contenido de la definición, dicho término aparece expresando un resultado contrario al de la cuestion propuesta; para subsanar tal inconveniente, la definición se establece como sigue:

La Regla de Tres da á conocer el cuarto término proporcional geométrico, con otros tres dados, satisfaciendo á la vez dicho término la cuestión propuesta.

Con todo lo expuesto se da á entender que la dificultad fundamental en la resolución de los problemas de la Regla de Tres, consiste esencialmente en la colocación acertada y debida que se ha de dar á los términos que en su planteo sucesivamente deban entrar. Para esto, obsérvese con detenimiento la siguiente regla general:

Para plantear debidamente cualquier problema de Regla de Tres, fórmense las razones con los términos homogéneos que la cuestión presente, observándose para su colocación, con respecto á considerar como antecedente el mayor ó menor término en la primera razón, que si el problema exige que la cantidad que se busca sea mayor que su homogénea determinada, mayor será entonces el consecuente que deba resultar en la segunda razón; por consecuencia, los términos de la primera razón se establecerán bajo el mismo respecto, es decir, EL MENOR POR ANTECEDENTE *y* EL MAYOR POR CONSECUENTE. *Si al contrario, se buscare menor cantidad que su homogénea conocida en la segunda razón, la primera se establecerá poniendo el* MAYOR TÉRMINO POR ANTECEDENTE *y* EL MENOR POR CONSECUENTE.

La Regla de Tres puede ser simple ó compuesta: es simple, cuando planteada resultare con tres términos conocidos y uno por conocer, y entonces se resuelve con una sola proporción; será compuesta cuando planteada comprendiere más de tres términos conocidos y uno por encontrar. La Regla de Tres así se resuelve con dos ó más proporciones, cuyo número de ellas dará á conocer el mismo planteo, como se explicará oportunamente.

La mayor parte de los autores que tratan de la materia, subdividen la Regla de Tres en directa ó inversa. La primera es aquella en que *se busca de más á más ó de menos á menos.* La segunda es aquella en la que *de lo más se busca lo menos ó de lo menos se busca lo más.*

Tales circunstancias se conocen fácilmente por los mismos problemas propuestos.

Sobre este punto no se hacen las amplificaciones que él exige, porque según la regla fundamental prescrita, para nada hay que considerar tales diferencias.

Los problemas que dan origen á la regla de que se va tratando, siempre contendrán dos partes ó proposiciones: la primera manifiesta los datos completos y conocidos referentes á la cuestión propuesta, que servirán de punto de comparación para encontrar lo que se busca. Tal proposición se conoce con el nombre de *supuesto.* La segunda la componen los datos que también se conocen, pero que comparados con los del supuesto, siempre faltará uno, que es el que se trata de encontrar. A esta segunda parte ó proposición se le llama *pregunta.*

Estas distinciones sirven muchísimo para plantear generalmente los términos que deban entrar en la Regla de Tres *simple* ó *compuesta,* que de los problemas propuestos deben resultar, facilitando extraordinariamente la colocación propia y debida de los términos en el establecimiento de la proporción ó proporciones que hayan de formularse.

Antes de entrar á la práctica de las teorías expuestas, se advierte que en dicha práctica se omitirán abreviaturas en las operaciones numéricas, á fin de procurar toda la claridad posible en las operaciones, cosa indispensable al escribir para todas las inteligencias. Las operaciones resueltas por fórmulas, y por consecuencia abreviadamente, las deben verificar los calculistas que por supuesto estén ya al tanto para poder hacerlo así.

Problemas de Regla de Tres Simple.

12 hombres hacen una zanja en 4 dias: ¿6 hombres en qué tiempo la harán?

ANÁLISIS.—Si doce hombres hacen la zanja en cuatro días, seis hombres, que hacen la mitad de los doce, necesitan doble tiempo. Por consecuencia el consecuente de la segunda razón, que es el que se busca, deberá resultar mayor que su antecedente homogéneo, resultando este planteo:

PLANTEO GENERAL.

Supuesto. —12 hombres 4 días.
Pregunta.— 6 hombres $x =$

Proporción ordenada para la Regla de Tres:

6 hombres : 12 hombres :: 4 días : $x = 8$ días según la cuestión propuesta.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 48 & 6 \\ \cline{2-2} 00 & 8 \end{array}$$

La proporción anterior, planteada según la regla de Tres expuesta, además de producir el cuarto término proporcional geométrico, lo produjo satisfaciendo lo que el problema demandaba.

No hubiera sucedido lo segundo si la proporción se hubiera establecido como á primera vista se encuentra, pues que entonces resultaría de esta manera:

$$12^{h.} : 4^{d.} :: 6^{h.} : x = 2 \text{ dias}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & \\ \hline 24 & 12 \\ \cline{2-2} 00 & 2 \end{array}$$

dias, los que proporcionalmente satisfacen; pero en cuanto á lo que el problema exige, resulta lo contrario.

PROBLEMA.—Con \$6000 se gana cierto interés en 4 meses; para ganar ese mismo interés en 8 meses, ¿qué capital se necesitará?

ANÁLISIS.—Si con el capital de \$6000 se gana cierto interés en 4 meses, para ganar el mismo interés en 8 meses (doble tiempo) se necesitará la mitad del capital, esto es, menor cantidad. Por lo mismo, el consecuente de la segunda razón debe resultar menor que su antecedente; por lo cual los términos homogéneos de la primera se establecerán bajo el mismo respecto, según el planteo siguiente lo indica:

PLANTEO GENERAL.

Supuesto. —4 meses \$6000
Pregunta.—8 meses $\$\,x =$

$$8^{m.} : 4^{m.} :: \$6000 : \$x = \$3000 \text{ cap}^{l.} \text{ ped}^{o.}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 24000 & 8 \\ \cline{2-2} 0000 & 3000 \end{array}$$

No se proponen más problemas de Regla de Tres Simple, por suponerse que con los dos que anteceden basta para comprender la esencia de la regla.

Problemas de Regla de Tres Compuesta.

Con \$500 al 8 p% se ganaron \$40; con \$1000 al 4 p% y en el mismo tiempo, ¿cuánto se ganará?

PLANTEO GENERAL.

	Capital.	Interés.	Producto.
Supuesto. —	\$ 500 –	\$8 –	\$40
Pregunta.—	\$1000 –	\$4 –	$\$\,x$

Fijando la atención en este problema se notará que el producto que se busca debe resultar igual á su homogéneo conocido, es decir, que se deberán encontrar cuarenta pesos. Esto sucede porque el capital de la pregunta es doble que el del supuesto, y por lo mismo su interés deberá resultar doble; mas como el interés de la pregunta es la mitad del que comprende el supuesto, el producto en tal caso bajará á la mitad, quedando, por consecuencia, el mismo interés por último resultado.

Para proceder á la resolución de este problema, que es de *Regla de Tres Compuesta*, por contener más de tres términos conocidos, se necesitarán á lo menos dos proporciones. El número exacto de ella se determina por los términos que en el planteo contenga la pregunta. Por consecuencia, son dos las proporciones necesarias para resolver el problema propuesto. Esto se verá más claramente reflexionando en que si dos términos contiene la repetida pregunta, para encontrar la representación de cada uno de ellos es indispensable hacerlo por medio de la proporción respectiva.

Para plantear las diversas proporciones que de la Regla de Tres Compuesta dimanan, se aplicará la regla general que se deja establecida, lo que se verificará bajo el siguiente procedimiento:

Para resolver con exactitud cualquier problema de Regla de Tres Compuesta, plantéese la cuestión generalmente, lo que en el presente caso ya se dejó hecho. Este planteo general se funda en colocar el supuesto y la pregunta ordenadamente, es decir, los términos del supuesto en dirección horizontal y separadamente cada uno por medio de un guión, teniendo cuidado de que el último venga á ser el homogéneo del que se busca; después se colocarán los términos de la pregunta en el mismo orden y debajo de los homogéneos del supuesto, debiendo representarse por la incógnita el último término de la repetida pregunta.

Hecha esta operación, que no viene á ser sino preparatoria, se toman el primer término del supuesto y el primero de la pregunta para formar la primera razón, poniendo por tercer término el último del supuesto. La colocación de estos términos se hará estrictamente bajo la regla general establecida, y entonces ésta vendrá á ser la primera Regla de Tres.

Para la segunda, se compararán los términos homogéneos siguientes del supuesto y la pregunta con el resultado que se encontró en la proporción anterior, expresando lo que de aquí resulte el término que se buscaba.

Para la perfecta inteligencia de lo que se deja dicho, se repite el planteo general de esta cuestión, advirtiendo que en cualquiera otra compuesta de más términos se seguirá el mismo procedimiento para su resolución.

Supuesto. —\$ 500 – 8 p% – \$40 producto.
Pregunta.—\$1000 – 4 p% – $\$\,x =$

Análisis.—$500 producen á cierto tanto por ciento (que será el expresado en el supuesto) $40; $1000, suponiéndolos al mismo tanto por ciento, producirán más. Como por este análisis debe resultar mayor consecuente en la segunda razón, bajo el mismo respecto se establecerá la primera, esto es, menor su antecedente y mayor su consecuente; por lo que resulta:

$$\$500 : \$1000 :: \$40 : x = \$80$$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{40} & \\ \hline 40000 & 500 \\ \cline{2-2} 0000 & 80 \end{array}$$

El producto de $80 resultó bajo el supuesto de que los $1000 ganarían 8 p%; mas como la pregunta se refiere á que ganarían el 4 p%, se palpa que dicho producto debe ser menor; por consecuencia, la segunda Regla de Tres se formará comparando en la primera razón los segundos términos homogéneos del supuesto y la pregunta, colocando el mayor por antecedente y el menor por consecuente; así:

$$8\text{ p\%} : 4\text{ p\%} :: 80\text{ prod.} : x = \$40 \text{ producto que se buscaba.}$$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{4} & \\ \hline 320 & 8 \\ \cline{2-2} 00 & 40 \end{array}$$

Problema.—Con 4 carros se trasportan 160 tercios en *dos* dias, ocupando 6 horas diarias; para trasportar 320 tercios en 8 dias, trabajando 4 horas diarias, ¿cuántos carros se necesitarán?

PLANTEO GENERAL.

Supuesto.—160 ters. – 2 días – 6 horas – 4 carros.
Pregunta.—320 „ – 8 „ – 4 „ – x =

1ª proporción.—$160 : 320 :: 4 : x = 8$ carros.

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{4} & \\ \hline 1280 & 160 \\ \cline{2-2} 000 & 8 \end{array}$$

2ª proporción.—$8^{d.} : 2^{d.} :: 8 \text{ carros} : x = 2$ carros.

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{8} & \\ \hline 16 & 8 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$$

3ª proporción.—$4^{h.} : 6^{h.} :: 2 \text{ carros} : x = 3$ carros $\left\{ \text{Resultado definitivo que el problema demanda.} \right.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{2} & \\ \hline 12 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & 3 \end{array}$$

Los problemas de Regla de Tres Compuesta pueden simplificarse no resolviendo cada proporción por separado, sino refundiendo en una sola todas las proporciones que deban entrar en la cuestión. Para hacer esto es necesario ordenar las proporciones colocando los términos que comprendiere, según la regla dada, pero sin buscar el resultado de cada una de ellas; después se multiplicarán entre sí los términos que en columna vertical ó en forma de sumandos resultaren. Con esta operación vendrán á encontrarse, por último, tres términos generales representados por los tres productos respectivos que formarán la proporción que se deseaba, y la que resuelta, dará el resultado pedido.

Para aclarar lo últimamente expuesto, se verificará con el mismo problema anterior.

Con 4 carros se trasportan 160 tercios en 2 dias, ocupando 6 horas diarias; para trasportar 320 tercios en 8 dias, trabajando 4 horas diarias, ¿cuántos carros se necesitarán?

Proporciones.	Verificación de los productos.
$160^{t.} : 320^{t.} :: 4^{c.} : x$	$160 \times 8 \times 4 = 5120$
$8^{d.} : 2 :: x : x'$	$320 \times 2 \times 6 = 3840$
$4^{h.} : 6^{h.} :: x' : x''$	

$5120 : 3840 :: 4 : x = 3$ carros $\left\{ \text{Resultado definitivo que el problema pedía.} \right.$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{4} & \\ \hline 15360 & 5120 \\ \cline{2-2} 0000 & 3 \end{array}$$

Problema.—¿Qué rédito producirá el capital de $15000, impuesto al 9 p% *anual* por 8 meses?

Se propone este problema para resolverlo por la Regla de Tres, por contener los cuatro datos que en la cuestión de intereses pueden presentarse; cuyos datos proporcionan otros tantos problemas que se irán resolviendo sucesivamente, comprobándose así unos con otros.

Se advierte que para resolver los problemas de intereses se tienen fórmulas á propósito, las que se darán á conocer al tratar de la regla respectiva.

Supuesto.—$ 100 – 12 meses – 9 p%
Pregunta.—$15000 – 8 „ – x =

$$100 : 15000 :: 9 : x = 1350$$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{9} & \\ \hline 1350(00 & 1(00 \\ \cline{2-2} 03 & 1350 \\ 05 & \\ 00 & \end{array}$$

$12^{m.} : 8^{m.} :: 1350 : x = \$900$, interés que se buscaba.

```
     8
 10800 | 12
 0000    900
```

Problema.—¿Qué capital producirá $900 en 8 meses, impuesto al 9 p% anual?

Supuesto. — 9 p% – 12 meses – $100 capital.
Pregunta.—900 – 8 „ – x =

Proporciones.	Verificación de los productos.
$9\% : 900 :: 100 : x =$	$9 \times 8 = 72$
$8^{m.} : 12^{m.} :: x : x' =$	$900 \times 12 = 10800$

$72 : 10800 :: 100 : x = \$15000$, capital que se buscaba.

```
     100
 1080000 | 72
   360     15000
   00000
```

Problema.—¿A qué interés ó tanto por ciento *anual* se impondrá el capital de $15000, para que en ocho meses produzca $900?

Supuesto. —$15000 capital – 8 meses – 900.
Pregunta.—$ 100 „ – 12 „ – x =

Proporciones.	Verificación de los productos.
$\$15000 : \$100 :: 900 : x =$	$15000 \times 8 = 120000$
$8 : 12 :: x : x' =$	$100 \times 12 = 1200$

$120000 : 1200 :: 900 : x = 9$ p% que se buscaba.

```
     900
 1080000 | 120000
 000000    9
```

Problema.—¿Por qué tiempo se impondrá el capital de $15000, para que al 9 p% *anual* produzca $900?

Supuesto. —$ 100 – 9 p% – 12 meses.
Pregunta.—$15000 – $900 – x =

Proporciones.	Verificación de los productos.
$\$15000 : 100 :: 12 : x =$	$15000 \times 9 = 135000$
$9 : 900 :: x : x' =$	$100 \times 900 = 90000$

$135000 : 90000 :: 12 : x = 8$ meses, tiempo pedido.

```
      12
 1080(000 | 135(000
 000        8
```


Problema.—¿Cuántas varas de alfombra, de 39 pulgadas ancho, se necesitarán para tapizar una sala de 14 varas largo por 8 de ancho?

En muchos problemas como el presente no aparece el supuesto de una manera expresa, pero sí tácita; el supuesto que de la cuestión indicada se desprende, se raciocina de esta manera: Para tapizar el pavimento con alfombra de vara de ancho, ó lo que es igual, de 36 pulgadas, se necesitarían tantas varas de alfombra como las que resultaren de multiplicar la longitud por la latitud, esto es, $14 \times 8 = 112$. El supuesto que de todo esto resulta será que con alfombra de 36 pulgadas de ancho se necesitan 112. La pregunta será: con alfombra de 39 pulgadas ancho, ¿cuántas varas se necesitarán?

El planteo general queda así:

Supuesto. —36 pulgadas – 112 varas.
Pregunta.—39 „ – x =

$39 : 36 :: 112 : x = 103{,}38$ varas pedidas.

```
     36
    672
   336
   4032 | 39
   0132   103,38
    0150
     0330
      018
```

Problema.—¿Cuántos azulejos de 15 pulgadas largo y 12 ancho se necesitan para cubrir el piso de un tanque de 5 varas largo por 3 ancho?

El planteo y resolución de este problema se hacen bajo el mismo raciocinio que el anterior.

Supuesto. —36 pulgadas largo – 36 p. a. – 15 azulejos.
Pregunta.—15 „ „ – 12 p. a. – x =

Proporciones.	Verificación de los productos.
$15 : 36 :: 15 : x =$	$15 \times 12 = 180$
$12 : 36 :: x : x' =$	$36 \times 36 = 1296$

$180 : 1296 :: 15 : x = 108$ azulejos que se pedían.

```
     15
   6480
  1296
  19440 | 180
  01440   108
    000
```

Problema.—¿Cuántos rollos de papel tapiz, de 15 varas largo y 28 pulgadas ancho, se necesitarán para cubrir las cuatro paredes de una sala que mide 10 varas largo, 7 ancho y 5 alto?

Raciocinio.—Para el planteo y resolución de esta clase de problemas, bastará encontrar la extensión lineal de las cuatro paredes de la sala, y suponer que los rollos de papel tengan las mismas varas que tienen de altura las paredes, que en el caso es de 5 varas, y que el ancho del papel sea de una vara ó 36 pulgadas. Bajo este supuesto, se necesitarían tantos rollos de papel como varas diera la extensión lineal. En tal caso, ya puede establecerse el planteo general como sigue:

Extensión lineal de una pared................	10 varas.
Extensión lineal de la otra igual.............	10 „
Extensión lineal por un frente...............	7 „
Extensión lineal del otro......................	7 „
Extensión lineal de las 4 paredes............	34 varas.

Supuesto.—Con rollos de $5^{v.l.} - 36^{p.a.} - 34$ rollos.

Pregunta.—Con rollos de $15^{v.l.} - 28^{p.a.} - x =$

Proporciones.	Verificación de los productos.
$15^{v.l.} : 5^{v.l.} :: 34 \text{ rollos} : x =$	$15 \times 28 = 420$
$28^{p.a.} : 36^{p.a.} :: x \quad „ \quad : x' =$	$5 \times 36 = 180$

$420 : 180 :: 34 : x = 14\frac{24}{42}$ rollos de papel que se pedían.

$$\begin{array}{r|l} 34 & \\ \hline 720 & \\ 540 & \\ \hline 612(0 & 42(0 \\ \cline{2-2} 192 & 14\frac{24}{42} \\ 24 & \end{array}$$

Para concluir esta parte, se advierte de nuevo que en todas las operaciones anteriores y en las siguientes van los cálculos sin abreviaturas ni simplificaciones, á fin de evitar toda confusión á los estudiantes que aun no estén expeditos.

TERCERA SECCIÓN.

Teorías y Práctica de la Regla de Descuento.

La Regla de Descuento es la operación que enseña cómo se debe encontrar lo que ha de rebajarse de una suma dada, con arreglo al tanto por ciento convenido.

Esta operación se considera bajo dos aspectos, que dimanan de la cuestión que se proponga.

Por consecuencia de esto, tal regla abarca dos casos:

Primero, cuando haya derecho á rebajar el tanto concedido sobre la cantidad íntegra de que se trata. Tal derecho se tiene siempre que la operación de Descuento se calcule sobre una cantidad cuyo tenedor no tuviera derecho alguno para retenerla en su poder.

Segundo, cuando sólo haya derecho para rebajar el tanto que se concede sobre la parte en efectivo que se entregare. Esto ocurre siempre que el cálculo de Descuento se practique sobre cantidad cuyo tenedor tuviera derecho para retenerla en su poder ó no pagarla aún, como sucede al efectuar un pago antes de la fecha de su vencimiento. Estas teorías se amplificarán al ponerlas en práctica.

La operación aritmética que para el primer caso se aplica, se conoce con el nombre de *Descuento Sobre* ó Compuesto, y consiste en formular una Regla de Tres, cuya primera razón, tratándose del tanto por ciento, lleva por primer término ó antecedente el capital que sirve de base ó tipo en tales casos, y que siempre será el de ciento; el segundo término ó consecuente lo será el mismo capital, *ciento rebajado del tanto por ciento* concedido, y el tercer término ó segundo antecedente se representará por el capital que se trate de