

SEXTA SECCIÓN

Teorías y Prácticas de la Regla de Falsa Posición.

Se da este nombre á la operación que sirve para encontrar cantidades verdaderas por medio de otras análogas supuestas.

Las cuestiones de este género pueden presentarse de dos naturalezas: ó bien exigiendo una sola suposición, ó demandando dos.

En el primer caso, la operación se denomina de *Falsa Posición Simple* y en el segundo se le distingue con el nombre de *Falsa Posición Doble*.

Para facilitar la comprensión de los procedimientos que en esta regla se observan, es conveniente advertir que las cantidades en general se pueden descomponer en *adicionales, diferenciales y proporcionales*. Las primeras son las que se consideran como sumandos ó para sumarse; las segundas las que resultan como sustraendos ó que deben deducirse, y las terceras son las que aparecen ó se deben tomar como múltiplos ó submúltiplos, ó lo que es igual, como productos ó cocientes.

Este conocimiento facilita extraordinariamente el planteo y resolución de un considerable número de problemas relativos á la regla de *Falsa Posición Simple*, supuesto que muchas veces comprenden las cuestiones de este género cantidades de las tres especies indicadas, y sin cuya separación muy difícil sería resolver las cuestiones referidas.

La regla de *Falsa Posición Simple*, como se dejó indicado, es la operación que sirve para descubrir una incógnita por medio de un número que arbitrariamente se supone.

Dado un problema con los datos necesarios para encontrar un número ó cantidad que se desconozca, el número falso que se elija podrá ser el primero que ocurra, sin atender á circunstancia alguna para su elección. En tal caso, procediendo regularmente, el resultado satisfactorio se lograría, pero con muchos más inconvenientes y dificultades que si el número supuesto se hubiera elegido con la analogía respectiva á los datos del verdadero que se busca. Por lo mismo, siempre se preferirá lo segundo.

Según todo lo expuesto, se establece la regla general siguiente:

Para resolver problemas de esta clase, se supone un número que llene las exigencias del problema, y se opera con él como se procediera con el verdadero, encontrándose así el número falso equivalente al que se busca. En tal estado la operación, se establece una Regla de Tres, bajo este raciocinio; el resultado falso encontrado es al dato análogo verdadero determinado en el problema, como el número supuesto es al que se busca.

PROBLEMA.—Se compraron un reloj, un carruaje y un cintillo en \$1100: el carruaje costó el cuádruplo del reloj, más \$200, y el cintillo la octava parte del carruaje, más \$50. ¿Cuánto costó cada objeto?

ANÁLISIS.—El valor que aquí debe suponerse es el correspondiente al reloj, en razón de que de él han de proceder los otros como múltiplos y submúltiplos; pero á fin de facilitar la operación, y como se dejó indicado, se elige un número que cuadruplicado dé octava parte exacta. Este número será 2, el cual representa la primera cantidad proporcional que de este problema resulta; la segunda proporcional, según el mismo problema, la representará el cuádruplo del anterior, y la tercera se hallará tomando la octava parte de la segunda proporcional, que es lo que el problema exige. Buscadas así las partes proporcionales, se colocarán como sumandos para reunirse en una sola cantidad, la que expresará la suma de las partes proporcionales provenida del número supuesto. En columna distinta se pondrán por separado los datos adicionales de \$200 provenientes del valor del carruaje, los \$50 dimanados del aumento del cintillo y los \$25 como octava parte que completa el valor del referido cintillo con respecto á los \$200 relativos al valor del carruaje. Sumando ambas columnas, dará la primera el total de las partes proporcionales supuestas y la segunda el importe de las adicionales verdaderas. Este importe se restará de \$1100, valor total de los efectos, representando la diferencia que se encontrare el monto de las partes proporcionales verdaderas.

En este estado el problema, ya ministra los datos proporcionales y necesarios para hallar el cuarto término que se busca, equivalente al valor del reloj.

RESOLUCIÓN PRÁCTICA.

| Partes proporcionales. | Partes adicionales. |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| Número supuesto..... | 2 |
| Cuádruplo..... | 8 + 200 |
| Octava parte..... | 1 + 25 por octava de 200. |
| | + 50 |
| Suma de partes proporcionales | 11 275 suma de adicionales. |
| | 1100 valor de los objetos. |
| | 825 monto proporcional verdadero. |

$$11 : 825 :: 2 : x$$

| | | |
|-------|-----|----------------------------|
| 1650 | 11 | |
| 055 | 150 | valor verdadero del reloj. |
| 000 | 600 | } id. id. del carruaje. |
| | 200 | |
| | 75 | por $\frac{1}{8}$ de 600 |
| | 25 | por $\frac{1}{8}$ de 200 |
| | 50 | más por el cintillo. |
| <hr/> | | 1100 suma que comprueba. |

PROBLEMA.—Un copista de música copia una ópera en dos meses, otro en tres y otro en cinco: repartida la copia entre los tres, ¿en qué tiempo la harán?

ANÁLISIS.—En esta clase de problemas es indispensable buscar la homogeneidad respecto del trabajo que en una misma unidad de tiempo debe hacer cada individuo. Conseguido esto, se suman las parcialidades de los trabajos que en una misma unidad de tiempo pueden practicarse. Con esta operación se consigue el conocimiento de los tres términos con que se formará la Regla de Tres que ha de producir por cuarto término el dato que se buscaba.

Los tres términos indicados serán:

- 1º La suma de las parcialidades de las copias hechas en una unidad de tiempo.
- 2º La unidad que representa toda la obra ó trabajo.
- 3º La unidad de tiempo que sirvió de punto de partida y á que se refieren las parcialidades.
- 4º El tiempo que en el problema se pide, y que se hallará por resultado de la Regla de Tres que de todo esto resulta.

PRÁCTICA.

Supuesto que el mes aparece en el problema como unidad común de tiempo, se deberá prefiar la parte de copia que en esa unidad de tiempo hara cada copista, encontrando así las parcialidades indicadas. Por esto el que en dos meses hacía la obra, en un mes hará $\frac{1}{2}$; el que la hacía en tres meses, en uno hará $\frac{1}{3}$, y el que la hacía en cinco, en uno hará $\frac{1}{5}$. De la suma de estos quebrados, que á continuación se verifica, se seguirá el procedimiento expuesto.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{31}{30} : 1 :: 1 : x$$

$$1 \div \frac{31}{30} = \frac{30}{31} \text{ avos de mes, tiempo pedido.}$$

PROBLEMA.—Un capital se distribuye entregando su cuarta parte á un heredero; á otro un quinto del mismo capital; la suma de las dos partes anteriores al tercero, y al último \$ 6000. ¿Qué capital será el divisible?

RESOLUCIÓN.—Se supone el número 20 que contiene cuarta y quinta parte.

| | |
|------------------------|----|
| | 20 |
| Para el primero..... | 5 |
| Para el segundo..... | 4 |
| Para el tercero..... | 9 |
| Partes proporcionales. | 18 |
| Capital supuesto..... | 20 |

2 número equivalente á los \$ 6000 correspondientes al último interesado, y cuyo número servirá de base para encontrar el capital pedido. Los tres términos de la Regla de Tres serán: 2 y \$ 6000, términos equivalentes; y 20 capital supuesto, y x capital verdadero que debe encontrarse.

PRÁCTICA.— $2 : 6000 :: 20 : x = 60000$, capital pedido.

$$\begin{array}{r} 20 \\ 120000 \overline{) 2} \\ 00000 \quad 60000 \end{array}$$

COMPROBACIÓN.—Capital total hallado...\$ 60000

Para el primero $\frac{1}{4}$ 15000

Para el segundo $\frac{1}{5}$ 12000

Para el tercero, la suma
de las dos partes ant.^{as}. 27000

Para el cuarto..... 6000

Suma.....\$ 60000, igual al capital total.

FALSA POSICION DOBLE.

La regla de dos falsas suposiciones es la operación que sirve para descubrir una incógnita por medio de dos números que arbitrariamente se suponen.

REGLA GENERAL.

Dése á la incógnita un valor arbitrario; aplíquense á este número las condiciones indicadas por el enunciado; réstese el resultado que de ese procedimiento se obtenga, del número que deba resultar y que indicará el mismo

problema. La resta obtenida representará un error; este error puede ser por exceso ó por defecto.

Dése á la incógnita un segundo valor arbitrario y hágase con este segundo número lo mismo que se hizo con el primero, obteniéndose por consecuencia un nuevo error por exceso ó por defecto.

El valor verdadero de la incógnita se obtiene de esta manera: se multiplica el primer error por el segundo número supuesto y el segundo error por el primer número que se supuso. Si los errores son de la misma especie, esto es, ó los dos por exceso ó los dos por defecto, se restarán los productos y esta resta se dividirá por la diferencia de los errores; pero si los errores son de distinta especie, esto es, uno por exceso y otro por defecto, entonces se suman los productos y se divide la suma por la suma de los errores. El cociente que resultare en cualquiera de los dos supuestos anteriores, expresará el dato que se buscaba.

PRIMER PROBLEMA DE FALSA POSICIÓN DOBLE.

Hallar dos números cuya suma sea 592 y su diferencia 344.

Esta cuestión es la más sencilla que con relación á la parte de que se trata puede presentarse, porque en dicha cuestión la regla se aplica estrictamente y sin interpretaciones ni dificultades. Siempre que no haya inconveniencia, se elegirán los números 1 y 10 como supuestos, porque con ellos se facilitan mucho los procedimientos.

ANÁLISIS.—Si se supone, según lo indicado, que 1 sea el número menor, se tendrá que 1 más la diferencia 344, formarán el número mayor 345; después, sumando 1 más 345, se tiene el número 346, que representa la suma de los dos números del supuesto; comparando dicha suma de números falsos con la verdadera dada en el problema, que es la de 592, resulta una diferencia de 246, la cual se llama error por defecto, supuesto que lo falso fué menor que lo verdadero. Luego se harán iguales operaciones con el número 10, como sigue:

Si 10 es el número menor, el mayor será 10 más 344, resultando 354; luego, 10 más 354 dan 364, cuya suma representa la de los dos números falsos, la cual, comparada con la verdadera, 592, citada en el problema, produce la diferencia de 228, que viene á ser un error por defecto, según antes se expuso.

En este estado la operación, y siguiendo la regla, se multiplicará el primer error 246, por la segunda suposición que fué 10, obteniendo el producto de 2460; después se multiplicará el segundo error 228 por la primera suposición que fué 1, resultando 228 por producto: en seguida, como los dos

errores son por defecto ú homogéneos, se restarán, resultando por diferencia 2232. Esta resta se dividirá por la diferencia de los errores 246 y 228, que es de 18, y efectuando dicha división, queda:

$$\begin{array}{r} 2232 \overline{) 18} \\ 043 \quad 124 \text{ número menor} \\ 072 \\ 00 \end{array}$$

Suma verdadera... 592
 Número menor... 124
 Número mayor... 468

COMPROBACIÓN.—Número mayor... 468
 Número menor... 124
 Suma pedida... 592 } datos pedidos.
 Diferencia pedida... 344 }

El planteo y procedimiento prácticos y sencillos para resolver el problema anterior serían:

$$1 + 344 = 345; 1 + 345 = 346; \quad 592$$

$$\text{Error por defecto } 246 \times 10 = 2460$$

$$10 + 344 = 354; 10 + 354 = 364; \quad 592$$

$$\text{Error por defecto } 228 \times 1 = 228$$

$$\begin{array}{r} \text{Error primero} \dots 246 \\ \text{Error segundo} \dots 228 \\ \text{Diferencia} \dots 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2232 \overline{) 18} \\ 043 \quad 124 \\ 072 \\ 00 \end{array}$$

COMPROBACIÓN.—Número... 124 menor.
 Número... 468 mayor.

Suma... 592 } datos pedidos.
 Diferencia... 344 }

SEGUNDO PROBLEMA DE FALSA POSICIÓN DOBLE.

Se compraron 43 relojes en \$4425, parte á \$75 y parte á \$125 el reloj: ¿cuántos fueron de un precio y cuántos de otro?

ANÁLISIS.—Si se supone, según la regla indica, que 1 sea el número de relojes comprados al precio menor, se tendrá: que $1 \times 75 = 75$; en tal caso, la diferencia hasta 43 relojes comprados, será de 42 relojes, que se pagaron á \$125, precio mayor dado en el problema. El importe de estos relojes re-

sulta de \$5250; sumando los dos productos resultará: $75 + 5250 = 5325$. Luego, comparando tal suma total de números supuestos con la de los números verdaderos, \$4425, se encontrará una diferencia de 900, que representa un error por exceso. Después se harán iguales operaciones, suponiendo el número 10, y se tendrá que el número 10 representará el número de relojes comprados á precio menor de \$75, resultando que $10 \times 75 = 750$; en tal caso, la diferencia hasta 43 relojes comprados será de 33 relojes, que se pagarían á \$125, precio mayor dado en el problema, é importarán dichos relojes \$4125; sumando los dos productos, \$750 y 4125, se tendrá la cantidad de \$4875; luego, comparando tal suma de números supuestos con la de los números verdaderos del problema, \$4425, se encontrará una diferencia de \$450, que se considera como error por exceso, supuesto que resultó de que la suma supuesta fué mayor que la verdadera.

En este estado la operación y siguiendo la regla general, habrá que multiplicar el primer error por la segunda suposición, esto es, $900 \times 10 = 9000$, y el segundo error por la primera suposición, esto es, $450 \times 1 = 450$; después, como los dos errores son homogéneos, es decir, los dos son por exceso, se restarán los productos, así: $9000 - 450 = 8550$; esta diferencia se dividirá por la que resultare de restar los errores hallados, así: $900 - 450 = 450$; efectuando la división, será:

$$\begin{array}{r} \text{Diferencia de productos, } 8550 \overline{) 450, \text{ diferencia de errores.}} \\ 4050 \quad 19, \text{ número menor que se buscaba.} \\ 0000 \end{array}$$

Ahora, restando este número encontrado de la suma de los dos números verdaderos, se obtendrá el mayor número verdadero, así: suma verdadera según el problema, 43 relojes, menos 19 encontrados; resulta una diferencia de 24 relojes, y ya se encontró que 19 relojes se compraron á \$75, y 24 á \$125. Esto se comprueba verificando este cálculo:

$$\begin{array}{r} 19 \text{ relojes} \times \$ 75 = \$ 1425 \\ 24 \text{ relojes} \times \$ 125 = \$ 3000 \\ 43 \text{ relojes.} \quad \underline{\$ 4425} \end{array}$$

Dando por entendido el raciocinio anterior, se plantea y resuelve prácticamente el mismo problema, de la manera siguiente:

| | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| Reloj 1 × \$ 75 = \$ 75 | Relojes 10 × \$ 75 = \$ 750 |
| Relojes 42 × \$ 125 = \$ 5250 | Relojes 33 × \$ 125 = \$ 4125 |
| Costo supuesto..... \$ 5325 | Costo supuesto..... \$ 4875 |
| Costo verdadero..... \$ 4425 | Costo verdadero..... \$ 4425 |
| Error por exceso \$ 900 | Error por exceso..... \$ 450 |

Primer error..... 900×10 (2ª suposición) = 9000
 Segundo error..... 450×1 (1ª suposición) = 450
 Diferencia de errores 450 Diferencia de productos, 8550 $\left\{ \begin{array}{l} 450 \text{ Diferencia de errores.} \\ 19 \text{ Número menor de relojes.} \end{array} \right.$
 4050
 0000

COMPROBACIÓN.—Número menor de relojes.. $19 \times 75 = \$ 1425$
 Número mayor de relojes.. $24 \times 125 = \$ 3000$
 Relojes..... 43 Costo, \$ 4425

TERCER PROBLEMA DE FALSA POSICIÓN DOBLE.

Se impusieron \$ 4693 en dos partidas, al 5 y 9 p% anual: se ganaron \$ 343,65 de réditos en un año: ¿cuánto se impuso al 5, y cuánto al 9 p% anual?

ANÁLISIS.

Examinando esta cuestión, se advertirá que para resolverla no sería conveniente elegir los números 1 y 10, supuesto que el capital de base en el tanto por ciento, es el de cien; por esto este número será el menor que se suponga; en la inteligencia que con cualquiera otro menor que se supusiera, la operación saldría bien, pero dificultándose algo más el procedimiento en razón de algunas fracciones que deberían presentarse.

RESOLUCIÓN.

| | |
|--|---|
| Primera suposición. | Segunda suposición. |
| $100 \times 5 \text{ p\%} = 5,00$ | $200 \times 5 \text{ p\%} = 10,00$ |
| $4593 \times 9 \text{ p\%} = 413,37$ | $4493 \times 9 \text{ p\%} = 404,37$ |
| Total de réditos falsos. <u>418,37</u> | Total de réditos falsos. <u>414,37</u> |
| Rédito verdadero..... <u>343,65</u> | Rédito verdadero.... <u>343,65</u> |
| Error por exceso..... <u>\$ 74,72</u> | Error por exceso.... <u>\$ 70,72</u> |
| Primer error..... $74,72 \times 200$ (suposición 2ª) = 14944(00) | |
| Segundo error..... $70,72 \times 100$ (suposición 1ª) = 7072(00) | |
| Diferencia de errores.. <u>4,00</u> | Diferencia de productos, <u>7872</u> $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ Diferencia de errores} \\ \text{Núm. menor. } 1968 \end{array} \right.$ |

COMPROBACIÓN.—\$ 1968 $\times 5 \text{ p\%} = \$ 98,40$ Total..... 4693
 \$ 2725 $\times 9 \text{ p\%} = \$ 245,25$ Núm. mayor. 2725
 Capital impuesto, \$ 4693 Réditos, \$ 343,65

La parte expuesta respecto de esta regla, basta para darla á comprender; advirtiendo que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉTIMA SECCIÓN

Teorías y Práctica de la Regla de Aligación.

Regla de Aligación es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos; ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definición anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone:

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos y los segundos se ponen, en seguida, bajo el mismo orden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Después se multiplicará cada número de los objetos por su precio indicado, colocando á continuación cada producto, y en el orden debido para verificar su suma. Dicha suma se dividirá por la de los objetos, expresando el cociente que se hallare el precio medio pedido.

PROBLEMA DEL PRIMER CASO.—¿ A qué precio medio se podrá vender un