dolos de infinidad de maneras, ya para aumentarlos, ó ya para disminuirlos, según las reglas que para ello marca la misma ciencia y á fin de encontrar los resultados de cuestiones propuestas.

Por esto, de esta definición general provienen otras particulares relativas á los distintos procedimientos que deben seguirse al componer y descomponer los referidos números, y lo que da margen, á juicio del autor de esta obra, á dividir en tres géneros distintos la CIENCIA GENERAL DE LA ARITMETICA.

Los tres géneros indicados son:

Aritmética Mecánica ó Abstracta.
Aritmética Mercantil ó Comercial.
Aritmética Razonada ó Demostrada.

La primera es el conjunto de reglas para verificar las operaciones numéricas que planteadas se presentan, pero sin comprender el conocimiento necesario para aplicar dichas reglas á problemas propuestos.

La segunda se considera como la ciencia de aplicar las reglas establecidas á problemas expuestos, resolviéndolos por fórmulas numéricas, y por consecuencia abreviadamente.

La tercera se define como la ciencia de resolver las operaciones numéricas por todas las reglas establecidas, manifestando por último con otras operaciones numéricas distintas, el fundamento que se tuvo para observar los procedimientos que en las primeras se verificaron.

Por fórmula se entiende el extracto ó reducción metódica de cualquiera operación numérica que con extensión se hubiere practicado.

Según el título que se le ha dado á la parte de la Aritmética de que se va tratando, ella se referirá esencialmente á la que se ha dado á conocer como Aritmética Mercantil ó Comercial.

Constará de una sección aislada en que se comprenderán operaciones heterogéneas resueltas por procedimientos no comunes. Después contendrá, por su orden riguroso, las operaciones superiores más usuales en la práctica mercantil, y que se tomarán desde la Regla de Tres hasta la conclusión de la Aritmética general.

Sin embargo del género de Aritmética de que se trata, todas las operaciones se explicarán competentemente practicándolas con todas las cifras necesarias, con el objeto de encontrar los resultados con absoluta exactitud y á fin de no dejar duda alguna sobre sus procedimientos.

BERNARDINO DEL RASO.

PRIMERA SECCION.

Operaciones heterogéneas de la parte anterior á la Regla de Tres.

Para sumar, y á fin de colocar la suma con la mayor seguridad posible, acostumbran los prácticos colocar separadamente y en forma de sumandos los resultados que de la suma de cada columna se encuentran hasta llegar á la última columna de las unidades superiores, cuyo resultado se coloca como se deja dicho, teniendo cuidado de asentar en el lugar de las unidades sencillas las superiores que por último se encontraren. En tal caso, las cifras que comprenden esta columna, colocadas en el orden natural, expresarán la suma total que se buscaba, la que se colocará en su lugar respectivo, debiéndose considerar para esto como unidades superiores las que hayan terminado la columna formada de que se viene tratando.

PRÁCTICA.

Primer ejemplo:	27,535,75	cs.		
	42,968,37	„	48	8
	9,647,25	„	55	5
	97,784,45	„	56	6,
	83,792,50	„	71	1
	1,956,62	„	68	8
	893,52	„	53	3,
	7,329,45	„	34	4
	4,193,25	„	3	3
	194,87	„		
	67,520,55	„		
SUMA........	343,816,58	cs.		SUMA...

Segundo ejemplo:	3.109,025	49	9
	4.908,249	39	9
	7.925,748	31	1
	5.114,223	52	2,
	149,975	27	7
	293,152	35	5
	128,649	22	2.
	943,178	2	2
SUMA........	22.572,199		Suma.

La práctica de la formación de la columna compuesta con los resultados de las sumas parciales, presenta las ventajas de encontrar la suma general en la columna de las unidades, la que se asentará en su lugar respectivo, cuando se haya rectificado absolutamente. La otra ventaja consiste en que la segunda columna que representa las unidades superiores que han de llevarse á las columnas siguientes, se hallan por su orden, facilitándose así su encuentro cuando fuere necesario. La utilidad de este procedimiento se conoce en el caso de practicar sumas dilatadas y repetidas como sucede en los libros de contabilidad.

En la división de números enteros hay que fijarse en que si los términos de la operación son concretos, no siempre deberá ponerse el mayor por dividendo y el menor por divisor, como sucede generalmente en la división de números abstractos.

La regla que debe seguirse en el caso de que se trata es esta:

"En la división de números concretos, generalmente se pondrá por dividendo el término que fuere de la especie del cociente que se busca."

PRACTICA.

Ejemplo 1º—3,500 lápices costaron $280: ¿cuánto valdrá cada lápiz?

El dividendo será en esta cuestión el importe en pesos, supuesto que en el cociente se busca el precio en moneda.

$ 2 8 0, 0, 0,	3,500 lápices.
0 0 0 0	0,08 centavos, valor del lápiz.

Ejemplo 2º—3,500 lápices costaron $280: ¿cuántos lápices resultan por un peso?

En este caso se buscan lápices en el cociente; por lo mismo el dividendo deberá representar la misma especie.

3,5 0,0, lápices	$ 280
0 7 0 0	$12\frac{140}{280}$ lápices por un peso.
1 4 0	

Hay casos excepcionales en que la regla de que se trata es insuficiente, por ser de una misma especie el dividendo y el divisor, como se ve en este problema.

Ejemplo 3º—¿Cuántas arrobas de azúcar, a $2, se deberán entregar en pago de $600?

Para determinar cuál ha de ser el dividendo en los problemas como el presente, sólo el raciocinio puede guiar, reflexionando en que la cantidad que se tiene que pagar deberá ser mayor que el precio del efecto que en compensación se entregue, y por consecuencia la mayor cantidad será la que por dividendo se ponga. La regla general primera no puede aplicarse en el presente caso, porque el dividendo y el divisor *son de la misma especie.*

$ 600	$ 2
000	300 @ de azúcar serán las que deberán entregarse.

Según se dejó indicado en las observaciones esenciales con que comienza esta parte de la Aritmética, el punto verdaderamente difícil respecto de esta ciencia, es el de la aplicación propia y precisa de sus reglas á los problemas propuestos. Tal dificultad se advierte muy esencialmente en la aplicación de las reglas conocidas para las operaciones de los quebrados. Dichas operaciones, según el juicio del autor de esta obra, deben conocerse y practicarse suficientemente para poder formarse un *verdadero aritmético.*

En las operaciones de quebrados sucede, con la mayor frecuencia que problemas realmente de multiplicar quebrados se quieran resolver por las reglas de dividir ó viceversa, por ejemplo:

La vara de Bretaña vale $\frac{3}{4}$ de peso: ¿cuánto valdrán $\frac{2}{3}$ de vara?

Para aplicar la regla debida en el presente caso, que generalmente se equivoca, es necesario reflexionar en que el expresado problema pide que se tomen dos terceras partes del valor *neto* de la unidad, que la definición de multiplicar dice que es "*tomar un número tantas veces como diga otro.*"

Por todo esto, la regla que propiamente debe aplicarse, es la de multiplicar un quebrado por otro.

$$\tfrac{3}{4}\times\tfrac{2}{3}=\tfrac{6}{12}=\tfrac{1}{2} \text{ peso ó cuatro reales.}$$

El resultado de esta operación satisface realmente lo que el problema pide, supuesto que si una vara que contiene $\frac{3}{3}$ costó $\frac{3}{4}$ de peso ó seis reales, cada tercia costará dos reales, y por consecuencia, dos tercias valdrán los cuatro reales encontrados.

Se compraron $\frac{3}{4}$ de vara en $\frac{6}{8}$ de peso: cuánto valdrá la vara?

Así como el problema anterior generalmente los poco diestros quieren resolverlo por las reglas de dividir, debiendo aplicar las de multiplicar; en el presente sucede lo contrario; aplican las de multiplicar en vez de las de dividir.

Debe resolverse este problema por las reglas de división, atendiendo á los principios esenciales, y el que aquí debe aplicarse es el que determina "*que en la división de un quebrado propio por otro también propio, el cociente resultará mayor que el dividendo.*"

De esto se infiere que el problema de que se trata debe resolverse por la regla de dividir un quebrado por otro, supuesto que se trata de averiguar el valor de la vara, sabido el de una fracción que por consecuencia precisa ha de resultar mayor.

$$\tfrac{6}{8} \text{ de peso} \div \tfrac{3}{4} \text{ de vara} = \tfrac{24}{24} \text{ de peso} = \$\,1.$$

Este resultado no deja duda, pues que $\frac{6}{8}$ valor de las $\frac{3}{4}$ más $\frac{2}{8}$ valor de $\frac{1}{4}$ que completa la vara hacen el peso encontrado.

Organizando esta demostración, queda en estos términos:

$$\begin{array}{ll} \tfrac{6}{8} \text{ valor de las} & \tfrac{3}{4} \\ +\tfrac{2}{8} \text{ valor de} & \tfrac{1}{4} \\ \hline =\tfrac{8}{8}=1 \text{ peso que cuestan} & \tfrac{4}{4}=1 \text{ vara.} \end{array}$$

Con los ejemplos anteriores se manifiesta en parte la diferencia que existe entre conocer y verificar en abstracto las reglas de la Aritmética, y la dificultad grande que existe respecto de concretarlas ó darles su verdadera aplicación á problemas propuestos.

Para resolver con plena seguridad las cuestiones de quebrados, apliquese la Regla de Tres, como en el siguiente caso:

Si $\frac{2}{3}$ de vara costaron $\frac{3}{4}$ de peso, ¿cuánto costarán $\frac{5}{6}$ de vara?

$$\tfrac{2}{3} : \tfrac{5}{6} :: \tfrac{3}{4} : x = \tfrac{45}{48} \text{-de peso.}$$

Este resultado es el que netamente debía encontrarse. La prueba es ésta:

$$\begin{array}{ll} \tfrac{2}{3}=\tfrac{4}{6} \text{ valen} & \tfrac{3}{4}=\tfrac{36}{48} \\ +\tfrac{1}{6} \text{ valdrá la cuarta parte} & \tfrac{9}{48} \\ \hline =\tfrac{5}{6} \text{ que valen} & =\tfrac{45}{48} \end{array}$$

Muchos casos como los que se dejan expuestos se podrán presentar corroborando lo que se deja asentado respecto de la insuficiencia de la Aritmética abstracta y de las dificultades y errores que se tienen cuando se carece del conocimiento indispensable para su propia aplicación. Sin embargo, por lo que antecede se puede formar idea de todo lo que esto quiere decir.

Algunos casos de la Multiplicación de Denominados.

Como es sabido, la multiplicación de denominados se puede verificar por dos métodos generales que son: el de reducción á quebrados y el de partes alícuotas: advirtiendo que los denominados también se reducen á decimales, practicándose con esto las mismas operaciones que con los enteros, con algunas modificaciones. Como método especial y que presenta ventajas considerables, se conoce el de *cuarterola.* Se considera este método como especial, porque sólo puede aplicarse cuando el multiplicando expresa unidades procedentes del *quintal*, como arrobas, libras, onzas, etc. Hay otros casos en que casualmente se presenta la misma combinación, y en que las unidades del multiplicando aun cuando sean de distinto género de las provenidas del quintal, se encuentran relacionadas bajo el mismo respecto; en tales casos puede por supuesto aplicarse la referida regla de cuarterola.

El problema que por ejemplo se va á presentar se resolverá por el método de partes alícuotas y después por el de cuarterola, advirtiendo antes que *partes alícuotas son las partes exactas en que puede dividirse cualquiera cantidad.*

Al resolver por este procedimiento el problema que á continuación se expone, se considerarán sus partes alícuotas, tomándolas en enteros y quebrados; cuyo método es mucho más ventajoso que el de tomar dichas partes alícuotas como comunmente se hace, sacándolas en tres ó más especies de unidades.
