

Inta. Prof. Josefa de la Carra

IX

LA ARITMÉTICA COMO ARTE

Objeto de la aritmética.—Antes de preguntar cómo se enseña la aritmética, bueno será saber para qué se enseña. Dos objetos se han de tener al enseñar una materia. (1) Que la cosa enseñada sea necesaria ó útil, y pueda ser aplicada á usos prácticos. (2) Que el efecto incidental de la enseñanza sea poner en juego y ejercitar ciertas facultades y capacidades, para que sirva á un fin real de la educación. Como lo hemos visto, entre las materias que enseñamos las unas tienen el primero de estos objetos, y las otras satisfacen á la segunda condición. Importa mucho, cualquiera que sea la materia que enseñemos, que nos propongamos uno de estos dos objetos, porque si las lecciones ó el asunto no tienen valor ni por utilidad práctica ni por el efecto que producen sobre las facultades generales y la capacidad del alumno, su enseñanza es del todo injustificable.

Arte y ciencia á un mismo tiempo.—Con respecto á la aritmética podemos decir que si se enseña como se debe cumplirá ambos fines. Sus reglas nos sirven mucho para ayudarnos á resolver los problemas de la vida real; y sus leyes y principios, siempre que se investiguen rectamente, sirven para poner en ejercicio las facultades mentales y para el adelanto y desarrollo ulterior

del que aprende. Esta es una de las materias más importantes de la instrucción escolar, y la que tiene más amplias aplicaciones, pues sus ideas y procedimientos pueden ser aplicados con provecho á otros ramos del saber. No se puede medir su utilidad intelectual atendiendo sólo á sus fines inmediatos. Es á un tiempo un arte y una ciencia: arte, porque supone un trabajo efectivo para llegar á resultados definidos y útiles; ciencia, porque investiga principios, y porque el que descubre las verdades que encierran las leyes de la aritmética se ejercita no sólo en el logro de un género particular de verdades acerca de los números sino en los procedimientos por los cuales se investiga y se alcanza la verdad de muchos otros géneros.

Considérase ordinariamente como un arte.—Es innecesario recordar que de estos dos aspectos ó usos de la aritmética, tan sólo asociamos el primero al nombre de ésta. En las escuelas se cree que estudiar aritmética es usar cifras para calcular y hacer sumas, y no razonar sobre los números, y así los textos de la materia no contienen otra cosa que ejercicios y problemas.

La enseñanza de la aritmética tal como se dió en las escuelas de Atenas ó de Alejandría á los contemporáneos de Sócrates ó de Alcibíades, ó más tarde en la Edad Media cuando compartió con la lógica, la geometría, la gramática, la retórica y la música la distinción de formar una de las materias principales de una educación cumplida, fué enseñada desde el punto de vista de sus principios, como disciplina lógica, como algo distinto de mera serie de reglas para resolver problemas. Se quiso, sin embargo, apoyar en ella algunas inútiles é insostenibles teorías acerca de las propiedades místicas de ciertos números, y se supuso que las relaciones numéricas suministraban la clave de ciertas cuestiones

morales y espirituales, con las que no tienen nada que hacer.

El lugar de la aritmética en un curso escolar.—Estamos tan acostumbrados á oír hablar de la aritmética como una de las partes indispensables en todo plan de enseñanza, que se excita la curiosidad hasta el punto de preguntar la razón de esto. Tienen siempre una misma categoría en esos planes la lectura, la escritura y la aritmética, y ocurre averiguar si hay coordinación entre ellas, y en qué sentido se relacionan. Pero el arte de la lectura ocupa el primer lugar en este moderno *trivium*, y no hay duda que con razón, porque es el instrumento de todas nuestras adquisiciones y se hace indispensable. No hay momento en la vida en que no constituya una gran diferencia para el individuo el saber leer ó no. Lo mismo sucede con el arte de la escritura, que es el instrumento principal de la comunicación, y que viene á ser de utilidad diaria, en una ú otra forma. ¿Pero ocurre con la misma frecuencia en la vida el ejercicio de contar, y hacer sumas? Fuera de la ejecución de sencillas adiciones y de lo que se necesita saber para revisar las partidas de una factura ó de una cuenta, son muy limitados los conocimientos de aritmética que necesita en la vida privada una persona. Para usos prácticos, no sirve más, como no sea al hombre de negocios, lo que aprenda sobre la historia de su propio país, ó sobre algunos principios elementales de física, que lo que pueda haber aprendido en la escuela sobre quebrados ó proporciones. Lo cierto es que, consideradas como *artes* prácticas, la lectura, la escritura y la aritmética no pueden ser clasificadas como elementos coordinados de educación; porque la última de ellas es bastante menos útil á la generalidad de los individuos, no sólo que las otras dos, sino que muchas otras que

podrían nombrarse; pero la escritura, la lectura y el ejercicio matemático ó lógico que pueda adquirirse en el trato con los números, sí tienen derecho á constituir los elementos primarios de la enseñanza. Y creo que de merecer la aritmética el alto lugar que convencionalmente se le ha señalado en nuestro sistema de educación, debe ser principalmente si se la considera como ejercicio lógico. Este es el único ramo de las matemáticas que ha hallado cabida en la educación elemental, pues otras partes de las ciencias exactas han sido reservadas para lo que se llama enseñanza superior ó universitaria; pero todos los argumentos que se aducen para enseñar álgebra ó trigonometría á los estudiantes de clases elevadas, pueden aplicarse igualmente á la enseñanza de los principios ó teoría de la aritmética á los niños de una escuela, porque el mismo objeto que se proponen con aquélla se trata de conseguir con ésta: poner en ejercicio ciertas facultades que no pueden ejercitarse con la misma propiedad en otros ramos de la enseñanza. En suma, la aritmética como ciencia sirve tanto á las necesidades del principiante, esto es, viene á serle completamente ininteligible, como las matemáticas superiores á los estudiantes universitarios.

La aritmética tiene con la educación de una niña la misma relación que con la de un niño.—La razón para que el estudio de la aritmética no haya sido favorito en las escuelas de niñas, habrá sido probablemente por haber sido mirado desde un punto de vista puramente práctico. Las maestras, por regla general, no toman mucho interés en él, ni tratan de despertar el entusiasmo de sus alumnas. Si no se desanima á las niñas ó jóvenes, por lo menos ellas llegan á comprender que el estudio de la aritmética no es propio de las mujeres, que es innecesario y vulgar; y no hay que negar

que están en su derecho las que así proceden, si se fundan en la noción que tienen de la aritmética. Si el estudio de esta ha de reducirse á un conjunto de artificios para hacer sumas ; si la enseñanza del arte no tiene otro objeto que formar personas hábiles para desempeñar un oficio en tiendas ó en casas de comercio, entonces va bien guiada la tendencia de las maestras y discípulas contra la aritmética ; pero si tal estudio ha de dar fruto intelectual, si ayuda á ejercitar y á concentrar la atención, á poner bajo dominio la facultad razonadora, á mostrar de qué manera se pasa de lo conocido á lo desconocido, á hacernos capaces de percibir la naturaleza del sofisma y de distinguir las dos partes que separan la línea divisoria de la verdad y de lo falso ; si, en suma, el estudio de la aritmética ha de ayudar principalmente á hacer conocer la verdad y la manera de llegar á ella, entonces se relaciona tanto con las necesidades de la mujer como con las del hombre, porque ella también tiene problemas intelectuales que resolver, libros que leer y opiniones que formar, y alcanzará tanto éxito en todo esto como buena educación y disciplina lleve á su trabajo.

El lado práctico de la aritmética.—Baste esto al presente para que se conozcan los fines primordiales que deben considerarse en la enseñanza de la aritmética, y hablemos de los subordinados, que no deben ser perdidos de vista. No es cosa despreciable el ser buen calculador y el saber aplicar las reglas de aritmética, diestra y seguramente, á la administración de una renta, á la dirección de los negocios, á la estadística, á los promedios, á los cálculos científicos y políticos y al gran número de problemas que se presentan en la vida. Y aunque debe mirarse siempre á los objetos principales del estudio de la aritmética, no es perdido el tiempo

que se emplea en conseguir los secundarios. Los conocimientos aritméticos que forman al buen calculador, al que ejecuta las operaciones pronta y exactamente, son muy dignos de adquirirse ; pero no debe exagerarse su importancia hasta el punto de creer que todo haya de ser estudio de matemáticas.

La aritmética tiene, pues, dos usos muy distintos : 1º su uso práctico y directo como instrumento para la solución de los problemas ; y 2º, su uso indirecto ó científico como medio de desarrollar las facultades de razonamiento. Los dos objetos pueden separarse prácticamente, pero como asunto de hecho deben ser tratados en conjunto. No se puede conseguir el uno sin el auxilio del otro, pues no puede enseñarse aritmética práctica, ni aun su más sencillo ejercicio, prescindiendo absolutamente de la disciplina mental ; y las leyes de la aritmética no pueden explicarse al niño con claridad sin darle algunas reglas de uso práctico. Sin embargo, se pueden tratar con ventaja los dos objetos separadamente, y al presente trataremos de la manera de enseñar la aritmética como *arte*.

Computación.—Tres cualidades caracterizan al buen calculador. La prontitud, la seguridad completa, y aquella destreza ó flexibilidad de entendimiento que le permite apoderarse al instante del sentido real de una cuestión, y aplicar el mejor método para resolverla. ¿Cómo se consiguen estas tres cualidades ?

Los primeros ejercicios deben ser concretos, no abstractos.—Lo primero que debè tenerse en cuenta es la verdad familiar de que las primeras nociones del niño sobre los números son concretas y no abstractas. El niño sabe lo que significan tres rosas ó tres sillas, antes de que pueda hacer abstracción del número 3 como entidad separada, y así, para enseñarle á contar debe

comenzarse con ejercicios sobre objetos, para lo cual es de mucha utilidad el *ábaco*. Hágasele contar también los objetos que haya en el cuarto, las partes de que se componen las vidrieras de la ventana, un puñado de guijarros, los cuadros que están sobre la pared, y el número de niños de la clase. No se le critique porque al principio cuente con los dedos; déjesele proceder como á bien tenga. En unos niños se desarrolla más pronto que en otros la facultad de concebir los números abstractos y de aprender á combinarlos sin ilustraciones visibles ó tangibles. Mientras adquieren dicha facultad válganse de los medios que ellos prefieran para responder correctamente á lo que se les pregunte, pues lo demás vendrá luego. Las primeras cuestiones ó problemas sencillos que se presenten á los niños pueden referirse á manzanas, naranjas ó aquellos objetos que les sean más familiares; pero no se continúe usando mucho tiempo de estos artificios. No se les muestre ábaco ni se les hable de nueces ni de naranjas cuando ya no necesiten de auxiliares para comprender el sentido abstracto de $6+5$. El buen maestro debe conocer cuándo ha llegado este tiempo, para prescindir entonces de las ilustraciones concretas de que ha venido sirviéndose.

Necesidad de una disciplina rigurosa.—Recuérdese también que las lecciones de aritmética son de las que más disciplina necesitan. El método y el ejercicio que exige una clase de lectura ó de geografía no serían suficientes para otra de aritmética. En esta es donde los alumnos pueden más fácilmente copiar el trabajo ajeno y servirse unos á otros de *apuntadores*; y si eso no se evita sus verdaderos adelantos serán muy pocos. Es muy importante que un alumno aprenda á confiar en la exactitud de sus cálculos. Si tiene algún indicio del resultado y hace como que lo busca conociéndolo ya;

si le dicen al oído alguna palabra ó cifra que le sirva de guía, la situación á que llegue no la debe á esfuerzos propios, y poco ó nada aprenderá. Es, pues, esencial que en la clase haya tanta disciplina, que se haga imposible el que los alumnos se auxilien unos á otros con indebidas sugerencias, ó el que puedan copiar los resultados. Se perderá el tiempo si para impedir esto se habla de honor á los niños y de que es indigno acudir á dichos medios para contestar, pues ellos no entenderán de eso y tratarán siempre de copiarse unos á otros sin que les ocurra el menor escrúpulo de que están obrando mal; tal arbitrio podrá ser mejor para usarlo con estudiantes de facultad mayor. Lo que debe hacerse es evitar de otro modo dichos peligros; lo que podrá conseguirse dando á cada uno ejercicios diferentes, y así los que están juntos no buscarán un mismo resultado, ó colocándolos en posiciones convenientes, distantes unos de otros, y teniéndolos bajo rigurosa vigilancia.

Los ejercicios deben proponerse de palabra, no en guarismos.—Soy de parecer que muchas cantidades debieran darse de palabra y no en cifras. Recuérdese que las cuestiones en la vida no se nos presentan en forma de sumas, sino en otra que necesitamos traducir en sumas; y que este trabajo de trasladar la cuestión de la forma ordinaria á la adoptada en los libros de aritmética es frecuentemente más pesado que el mismo de ejecutar la suma; v. g.: Réstese 3,018 de 10,000. En una escuela mal dirigida el niño pregunta primero qué regla debe aplicarse y después cómo deben colocarse los datos, preguntas que él debiera saber contestar.

Desde el momento en que un niño encuentra dificultad en reconocer un ejercicio en una regla dada, bajo cualquier disfraz, por poco familiar que le sea, debe es-

tarse seguro de que no entiende la regla y de que no se le debe enseñar otra más avanzada.

Antes de pasar de una operación á otra es muy útil, para ayudar á esta clase de versatilidad ó de expedición, no sólo el que los mismos maestros se ejerciten en la formación de nuevos ejercicios, sino que estimulen á sus alumnos para inventar nuevas cuestiones. El hábito de trabajar en la formación de nuevos ejemplos hará que el niño se poseione bien del verdadero sentido de una operación aritmética, y además, con esta clase de ejercicios, habrá más animación en la clase.

Las respuestas deben apartarse de la vista.—Mientras se trabaja no debe permitirse que se haga referencia alguna á la respuesta. Deben ocultarse á los alumnos las respuestas impresas á las cuestiones aritméticas, aunque sea muy difícil conseguirlo. De todos modos el maestro debe estar en guardia contra la tendencia de los niños á mirar furtivamente la respuesta, antes de haber terminado la operación, para trabajar como buscando un resultado que ya conocen. Si el que obtienen no está de acuerdo con éste, alteran las cifras, ó introducen nuevos factores para arreglarlo todo á su modo y llegar al resultado conocido; y una suma ó una resta así obtenida no es de ninguna utilidad.

Los ejercicios cortos y numerosos son preferibles á los extensos en número reducido.—Es mejor dar al alumno numerosos ejercicios cortos formados con irregularidad, que usar aquellos de largas series de cifras que contienen los textos de las escuelas, los cuales son más inconvenientes para el maestro por cuanto le ocupan mucho tiempo para revisarlos. Una larga suma en que todos los sumandos tengan una misma extensión y lleguen todos á centenas de millón, es de menos utilidad que sumar diez y siete, ciento veinte, mil trescientos veinti-

séis, veintisiete y cinco, etc. Muchos niños incapaces de ejecutar la primera, podrán hacer la segunda. Sin embargo, de cuando en cuando es bueno dar un ejercicio largo para poner á prueba la atención sostenida y la continuidad del pensamiento y asegurar la atención.

Recapitulación.—Antes de pasar á una nueva operación díctense unos cuantos ejercicios que sirvan no sólo para practicar la inmediata anterior sino las precedentes. No hay verdadero adelanto si se permite perder de vista alguna de las reglas elementales.

Es imperiosa la necesidad de que no se dé paso adelante sin que se haya entendido y sin que se sepa bien lo anterior. Todos los ejercicios deben ser graduales, y los ejemplos han de formarse con tanto cuidado, que en cada uno se ejercite lo enseñado anteriormente y se fijen más y más las reglas ya dadas. No conozco texto alguno en que se haya atendido lo suficiente á estas indicaciones, y así el maestro debe completarlos con ejercicios varios, arreglados en su libro de notas para que de allí los diete á los alumnos sin que estos sepan la regla que trata de ilustrarse con ellos ni la operación á que se refieren.

Aritmética oral ó mental.—Consideremos ahora el uso que el alumno hace de la pizarra ó del papel cuando está ejecutando algún cálculo. El objeto de las reglas es, por supuesto, mostrar cómo un largo ó complicado problema, que no puede ser resuelto por un solo esfuerzo de la mente, puede resolverse en un número de problemas separados y lo bastante sencillo cada uno de ellos para que pueda trabajarse en él. Obtenida así cada suma, multiplicación ó división, la escribimos para auxiliar la memoria, y podemos pasar al ejercicio siguiente. Es evidente que el mérito y la exactitud del resultado general depende de la corrección con que se hayan re-

suelto los problemas parciales. Antes de poner á trabajar á un niño en un problema es bueno darle ejercicios orales sobre números sueltos.

La aritmética oral ó mental ha sido por largo tiempo un ejercicio favorito en las escuelas elementales, pero muy descuidado en las superiores; lo cual depende del uso técnico y restringido que se ha hecho de los ejercicios. En los manuales de aritmética mental se saca ventaja de las menores facilidades accidentales ó semejanzas que ofrecen números particulares, y se fundan las reglas sobre ellas.

Su abuso.—Cada una de estas reglas puede facilitar los cálculos, pero son muy raras las ocasiones en que ocurren casos iguales, y estas reglas ayudan poco al estudiante que tiene la memoria ocupada con ellas; más bien le perjudican cuando necesita resolver problemas que difieran algo de los propuestos en el libro. Tales reglas parecen más útiles de lo que son, y cuando los niños que las han aprendido son examinados en público por personas que están en el secreto, los resultados dejan de ser satisfactorios. Asistí no hace mucho á un examen de cálculo oral en una escuela intermedia de algunas pretensiones, y el maestro de aritmética trataba como de probar la habilidad de los alumnos, mas los ejercicios propuestos eran la aplicación de algunas de esas reglas. También les propuso algunos ejercicios de adición rápida que eran respondidos con una prontitud y rapidez que admiraban: v. g.

$$73+27+65=\text{Respuesta, } 165$$

$$18+82+37+63+15=\text{Respuesta, } 215.$$

Después de que habían sido presentados seis ó siete ejemplos de esta clase, observé que las dos primeras cantidades de cada grupo sumaban ciento, y lo mismo las dos siguientes; y que todos los demás ejemplos es-

taban formados sobre la misma base. Muchos de los del auditorio no descubrieron esto, pero por supuesto que los niños estaban en el secreto y de acuerdo con el maestro en la impostura. Conocedores muchos buenos maestros de que lo que se llama aritmética mental es una farsa, han desacreditado justamente su enseñanza.

Su utilidad.—Pero la aritmética mental que realmente es útil no consiste en el ejercicio de algunas reglas, sino en el de problemas rápidos, variados ó irregulares en todas las formas que puede tomar el cálculo. Difere de la aritmética escrita en el uso de cifras de poco valor en vez de grandes cantidades. Antes de presentar ejercicios escritos para ilustrar una regla, deben hacerse varios orales para familiarizar á los alumnos con la naturaleza de una operación. Esclareceré esto con algunos ejemplos:

Ejemplos de ejercicios orales.—(1) *Adición y Substracción.* Tómese el número 3, agrésele á 1 y hágase lo mismo con cada una de las sumas que resulten, hasta 50.

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, etc. Lo mismo con 7: 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71. Tómese luego 50 ó 100, y váyase restando, sucesiva y rápidamente, 3 ó 7 ú 11 cada vez.

Se observará que hay algunas combinaciones menos fáciles que otras. Se emplea, v. g., más tiempo para decir el número que resulta al quitar 3 de 32, ó para decir 21 después de 18 que para dar otras respuestas. Observando esto se puede proponer una larga serie de ejercicios así: 28 + 3, 48 + 3; 42 - 3; 21 - 3, etc., en que entran esas combinaciones ú otras semejantes.

Si se van eligiendo ciertos números para hacer ejercicios de suma y resta con cada uno de los nueve dígitos, se obtendrán casi todas las combinaciones posibles