

de estos dígitos. No se pierda de vista que cuando se ha cometido un error al formar por suma una serie de cifras, se puede buscar en ciertos números como el 8 y el 7 ó el 9 y el 5, que son los que habitualmente presentan más dificultad que los otros. Sólo la práctica puede evitar errores y dificultades, y por tanto desde que se observe que se encuentra alguna en combinaciones ó subtracciones especiales, es bueno trabajar en ellas hasta que vengan á sernos familiares, hasta que la sola vista de 8 y 7 sugiera instantáneamente 15 como la unidad de la suma, y la subtracción de 6 de cantidades que terminen en 3 sugiera 7.

(2) Son interesantes y no requieren pizarra ni papel los ejercicios que pueden hacerse sobre monedas, como sumar centavos y pesos, hacer reducciones de unos á otros, y de la moneda del país á la extranjera y viceversa. Como en las naciones hispano-americanas, por ejemplo, hay para la moneda nombres y subdivisiones legales y otros sistemas que se usan en el trato ordinario, debe también procurarse que los alumnos se ejerciten en las reducciones de pesos á reales, á medios y á cuartillos y viceversa.

(3) *Cálculos de tiempo.* Con las horas, como 3, 8, 12, 24; con la fecha y el día de la semana, y tres días, cuatro semanas, diez y siete horas, dos meses después; y de un modo semejante, cálculos sencillos sobre las medidas de longitud y sobre pesos, pueden ser muy buenos como preliminares de los ejercicios escritos.

(4) *Fracciones.* Los primeros ejercicios orales deben versar sobre cantidades familiares referentes á monedas, y sobre productos ya conocidos en la tabla de multiplicación, y pueden graduarse así:

(a) 1 cuarto, 1 tercio, 1 quinto de peso, de peseta, de franco, ó de chelín.

(b) $\frac{2}{3}$ de 6 reales, $\frac{2}{3}$ de 1 peso, $\frac{2}{3}$ de peseta.

(c) ¿Cuál es el número cuya quinta parte es $\frac{5}{2}$; cuya cuarta parte es $\frac{2}{7}$; cuya décima parte es $\frac{1}{5}$, etc.?

(d) Hallar otros quebrados iguales á $\frac{2}{3}$, á $\frac{4}{6}$, á $\frac{1}{2}$, á $\frac{5}{10}$, etc.

(e) $\frac{1}{12}$ de 1 pie, $\frac{2}{3}$ de 1 libra, $\frac{2}{7}$ de 1 semana, $\frac{3}{18}$ de una hora, etc.

Si se eligen ejemplos de fracciones que no presenten complicaciones ni residuos, y que puedan hacerse variados, se puede adelantar mucho en los quebrados antes de hablar de numeradores y denominadores ó de dar regla alguna.

(5) *Ejercicios sobre números especiales.* (a) Mitad, tercera, cuarta, quinceava, décimasexta parte, etc., del número 60.

(b) Hallar dos, tres, cuatro números que sumen sesenta; 24 y 36, 18 y 42, etc.; 11, 14 y 35; 21, 19 y 20; 12, 20, 18 y 10, etc.

(c) Restar de 60, rápida y sucesivamente, 4, 7, 11, 8, 3, etc.

(d) Hallar $\frac{2}{3}$ de 60, y $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{17}{10}$, etc.

(e) Dense los componentes de sesenta pesetas, de sesenta reales, de sesenta onzas, de sesenta horas, de sesenta varas.

(f) De cuántas maneras puede hacerse un pago de sesenta reales.

(6) *Proporción.* (a) Qué otras cifras representan la misma relación que 5 : 7, 3 : 8, 15 : 21, etc.

(b) Hallar una cuarta proporcional á 2 : 3 :: 4; á 5 : 6 :: 10; á 7 : 12 :: 6; \$4 : \$3 :: \$8; 2c. : 9c. :: 4c.

(c) Hallar dos pares de factores cuyos productos sean iguales, y arreglarlos de modo que formen proporción : v. g., $5 \times 24 = 8 \times 15$; $5 : 15 :: 8 : 24$; $6 : 24 ; 15 :: 8 : 5$, etc.

Un buen maestro podrá formar por sí mismo centenares de ejemplos semejantes sin ayuda de texto. En ellos no hay engaño ni artificio, y contribuirán á los progresos de los alumnos en el cálculo; adquirirán ligereza, versatilidad y exactitud, y se prepararán muy bien para los problemas escritos. Recuérdese el principio general de que la naturaleza de cada procedimiento debe hacerse familiar por ejercicios orales antes de recurrir á la pluma ó al lápiz, y que en los ejercicios orales debe exigirse la misma exactitud que en los problemas escritos, pues no difieren sino en la extensión y en el hecho de que cada problema requiere solamente uno ó á lo más dos esfuerzos mentales y que da por resultado números que pueden ser recordados sin ayuda de la vista. El maestro que dirige tales ejercicios necesita una mente muy activa, y cuando los dirige bien desarrolla las facultades pensadoras del niño, concentra su atención y suministra excelente disciplina para la prontitud y flexibilidad de pensamiento.

Uso de objetos cercanos y familiares como unidades de medida.—Al comenzar las lecciones sobre monedas, pesos y medidas, debe hacerse uso de la moneda corriente, tomando algunas de ellas para dárselas á contar al alumno. En las escuelas de Francia y en las de Bélgica no sólo hay un diagrama que muestra la forma y proporción de los pesos y medidas legales, sino que cada escuela posee un juego de pesos y de medidas, para que el niño las tome y las use, y se ejercite en medir y pesar y escribir los resultados de sus operaciones. Deben conocerse bien las dimensiones de la sala de clases y las de los muebles de la escuela, y debe marcarse en la pared la longitud de un metro para que sirve de modelo cuando se trate de medir ó de hablar de la extensión. El maestro ha de conocer muy bien el área del patio de

recreo, la longitud y anchura de las calles ó caminos que están en la vecindad de la escuela; la distancia de ésta á la iglesia ó algún otro edificio notable y conocido, y la altura de alguna torre, para referirse á ellas cuando tenga que hablar de distancias. Ha de mostrarse á los niños que el quinto de peso ó la peseta tiene un diámetro de tantos milímetros y que puede medirse con ella la extensión de un escritorio ó las dimensiones de un cuaderno de escritura. Sucede frecuentemente que un niño no sabe trazar una línea de tres centímetros de largo, ni decir cuánto ha andado desde la iglesia hasta su casa, ni cuánto pesa el libro que tiene entre sus manos, ni qué distancia hay de su casa al río, ni cuál es la altura aproximada de un edificio, ni la longitud de sus dos brazos, ni tiene, en fin, noción elemental alguna sobre el sistema de pesos y medidas.

Pesos y medidas.—Los pesos y medidas son siempre el tropiezo que se encuentra en la enseñanza. Los libros nos dan una formidable lista de tablas, y se hace que los niños las aprendan de memoria, cuando ellos sólo necesitan aprender aquellas que son de uso constante, v. g. los pesos del comercio, las medidas de longitud y el número de metros cuadrados que tiene el área; pero no los pesos de farmacia, ni las medidas que no sean de uso diario ni legal. Trábase por desterrar del todo las medidas antiguas y no se recargue la memoria de los niños sino con lo que sea absolutamente necesario.

Rapidez en el cálculo.—Los ejercicios de cálculo rápido ayudan mucho á concentrar la atención. Las competencias entre los alumnos convienen mucho, pues cuando se fija, v. g., media hora para ver qué alumno resuelve más casos, se avivan mucho sus facultades y se fijan notablemente en el asunto. En aritmética no sucede lo que en otras materias, en las que perjudica la

ligereza y viene á ser causa de error ; por el contrario, la lentitud y la deliberación son las que deben evitarse. Los intervalos son en estos casos de poco ó de ningún valor y sólo sirven para extraviar al pensamiento. Los mejores calculadores son los que proceden con tanta rapidez que se abstraen de lo que les rodea y no piensan sino en el problema que están resolviendo.

Exactitud.—No debe olvidarse que la aritmética, como todas las otras ciencias exactas, tiene la ventaja de no dar sino resultados que son absolutamente ciertos, lo que no pueden reclamar otras ciencias. Cuando llegamos á un resultado en deducción matemática y puramente lógica sabemos si es exacto ó inexacto, pues en la exactitud no hay grados ; si una respuesta es correcta, todas las otras posibles no lo son. De esta suerte, si buscamos en la aritmética la precisión y la exactitud que está destinada á darnos en sus resultados, no debemos contentarnos con los que se acerquen á la exactitud. Es esencial la entera corrección en la respuesta, y el maestro debe dar mucha importancia á la exactitud del residuo y de lo que parezca ser más insignificante en las respuestas. En matemáticas no hay detalle insignificante : todo es esencial.

Respuestas aproximadas.—Algunas veces se obtendrán resultados no sólo erróneos, sino descabellados y absurdos ; se pregunta, v. g., qué tanto por ciento se ha ganado, y el alumno responde con una suma de millares de pesos ; ó se hace una pregunta que exige por respuesta una expresión de tiempo, y se contesta con un número de pesos ó centavos. Es bueno para prevenir esto solicitar del alumno que diga aproximadamente, y antes de que resuelva el problema, qué espera le resulte y cuánto ; por qué sabe, por ejemplo, que el número no puede pasar de un millón ni bajar de veinte, y

eómo ha averiguado el género de lo que de busca. De su respuesta se puede deducir si el alumno progresa ó no, y si sucede lo último debe buscarse el remedio que ha de ponerse.

Ingenio.—Cuando se enseña el arte de calcular, es del caso destinar algunos ejercicios al cultivo del ingenio, los cuales suelen estar en relación con los diferentes métodos de comprobar la solución de un problema. Hallada esta, pueden cambiarse de lugar los datos y lo que se pedía para que los estudiantes formen nuevos problemas, de tal modo que cada uno de los factores en el problema primitivo venga á formar á su vez el resultado. Otro método es el de trabajar fuera de la clase en la solución de un largo problema, é invitar después á los estudiantes á que digan cuál ha sido el procedimiento seguido, y cuáles de las cifras colocadas no son esenciales para obtener el resultado. El estudiante debe siempre buscar los métodos más abreviados para trabajar, sirviéndose de su propia experiencia.

Reglas comerciales.—Estimo como un error el que se mida la utilidad práctica de los ejercicios aritméticos por su visible relación con el comercio, y con los negocios de la vida. Por supuesto que es importante el que muchos de los problemas que se propongan se asemejen en lo posible á los que se presentan en el comercio. Los meros acertijos inventados por los autores parecen muy ilusorios á los niños, y estos se encuentran más dispuestos á hacer frente á las cuestiones prácticas con que hayan de tropezar al salir de la escuela. Los maestros deben ejercitar á los alumnos en operaciones sobre ganancias, rentas y gastos de las familias á cuya clase pertenezcan ellos. Deben formar problemas basados en los datos que ofrezcan los periódicos del día, como precios corrientes, nacimientos y defunciones, produ-

tos de las diferentes empresas é industrias del país, jornales de obreros, etc. Serían de mucho provecho también para ellos ejemplos sencillos referentes á recibos, y al uso de libros usados en la teneduría, pero en relación con los cambios al por menor, que son los que están más al alcance de ellos.

Pero no se crea que los ejercicios que no tienen relación ostensible con los negocios de la vida real sean de valor inferior para los fines prácticos. Lo que toma generalmente el nombre de reglas comerciales, como los descuentos, y las taras, etc., es modificado al aplicarlo en las casas de comercio y en los bancos, y son menos útiles de lo que parecen en su inmediata aplicación á los negocios. Un conocido banquero de Londres me decía una vez: "Lo primero que exijo de un dependiente, después de una buena conducta y de que no tenga malos amigos, es su buena forma de letra y que haya sido enseñado inteligentemente, con especialidad en aritmética, y que no haya aprendido teneduría de libros. Tenemos nuestro método especial de llevar cuentas, y los sistemas de teneduría enseñados en las escuelas contienen gran número de términos técnicos que no usamos, y que retardan mucho y perjudican el aprendizaje de aquel método. Si él posee solamente buenos conocimientos generales sobre los principios aritméticos, en menos de una semana podemos enseñarle todo lo relativo á los libros de nuestra casa." Tal vez sea un caso excepcional, pero estoy convencido de que es un error el pretender anticipar la aplicación de la aritmética á los negocios particulares á que un alumno pueda luego dedicarse.

Otras formas de aplicación práctica.—La aplicación de la aritmética á la solución de los problemas se limita en los libros á lo que se llama los negocios; pero el

comercio, después de todo, no es sino uno, aunque muy importante, de los usos á los cuales la aritmética se destina en la vida, pues hay muchos interesantes y variados asuntos á los que podrá aplicarse con ventaja: v. g.

La computación del tiempo con relación á la caída de los cuerpos.

La conversión de los pesos y medidas de un sistema á otro.

Hallar la longitud de la circunferencia y del radio, y el área de los círculos y de los cuadrados.

Medir el sitio de recreo de los niños, ó un campo vecino, ó algún otro espacio de terreno que no ofrezca gran dificultad.

El uso exacto de las tablas de seguros.

El uso de las tablas logarítmicas, y la resolución de los triángulos por medio de ellas; su aplicación á determinar la altura de las montañas, ó de las torres, y la anchura de los ríos.

La diferencia de hora entre varias ciudades cuyas longitudes se conozcan.

La medida de distancias en un mapa que tenga una escala de millas ó de kilómetros adjunta.

Conocer la temperatura por medio del termómetro y reducir grados del de Fahrenheit á los del centígrado y viceversa.

La estadística sobre asistencia á la escuela y el método de computar el término medio de ella.

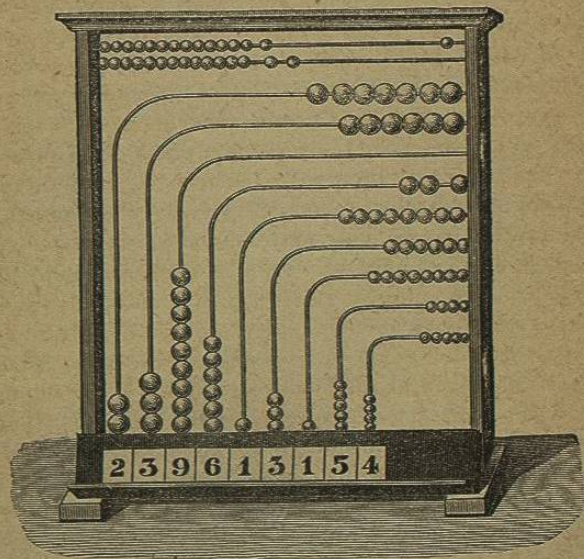
Estas varias aplicaciones de la aritmética son de gran utilidad, pero no debe estimarse su valor por el uso más ó menos práctico que tenga cada una de ellas. El verdadero objeto de los ejercicios de la aritmética práctica es cultivar la facultad general, la abundancia de recursos intelectuales, y la rapidez en el manejo de los números; el hábito de comprender en su conjunto un

nuevo problema, de entender sus relaciones y de aplicar la mejor regla para su solución. La facultad de este género es valiosa no sólo en negocios y en cosas semejantes sino en la vida práctica é intelectual de aquellos niños que no están destinados al comercio. Esta ligereza y versatilidad lo mismo se alcanzan familiarizándose con la solución de problemas de sentido abstracto que con la de aquellos en los cuales se use ostensiblemente la fraseología de la tiendas ó de la lonja ó bolsa.

Geometría práctica.—Hay otro ramo de las matemáticas que ha tenido cabida en las escuelas, que se asemeja á la aritmética por ser un arte de útiles aplicaciones prácticas, y por suministrar ejercicios de pura disciplina intelectual. Desde los tiempos de Platón y Arquímedes se ha reconocido el valor de la geometría demostrada, desde el último punto de vista, pero creo que por el lado de su utilidad práctica la geometría debe ser más considerada de lo que ha sido hasta ahora, tanto en la primera enseñanza elemental como en la superior. Á todo niño debiera enseñársele á manejar la regla y el compás, el cuadrante y la escala de partes iguales; á dibujar sencillas figuras geométricas y á dar la explicación de ellas; á medir los ángulos y las rectas, y á construir figuras planas ordinarias. Todo esto se enseña á los alumnos como parte del curso en las mejores escuelas de Alemania, Francia y Suiza. El maestro dicta á los alumnos los datos para la construcción de las figuras: "Trace una recta de 15 centímetros de largo, otra que forme con ella un ángulo de 35° , otra de una longitud dada á la derecha y á la izquierda etc., hasta que ellos construyen dichas figuras cuyas cualidades y dimensiones son explicadas y discutidas en la clase. La reglas principales de geometría práctica son comparativamente pocas; el ejercicio es interesante, y sirve como para aliviar al

alumno de las tareas pesadas, para familiarizarle con las propiedades del círculo, de los triángulos, ó de los paralelógramos, y para hacer más inteligible el futuro estudio científico de la geometría. Para aquellos que no puedan nunca aprender á Euclides ni aun el sistema moderno de la geometría demostrada que parece destinado á reemplazarlo, el dibujo geométrico será de gran valor para permitirles juzgar mejor de las alturas y distancias, y conocer al menos las principales propiedades de las figuras sólidas y planas.

Nota sobre la forma del ábaco.—El ábaco reformado que se usa en las escuelas francesas ofrece ventajas



sobre el cuadrado chino de varillas horizontales que se usa en las escuelas inglesas. Se construye como lo