

CAPÍTULO V.

ARITMÉTICA.

152. Naturaleza de su instrucción preliminar.—Antes de entrar en el estudio de la aritmética como una ciencia, el niño debe recibir alguna instrucción preliminar que despierte su concepción de lo que es el valor numérico y la operación. Desde muy pequeño, empieza á observar que el número es una propiedad de las cosas, y no puede prescindir de contraer cierta familiaridad práctica con las operaciones numéricas elementales, hallándose, en breve, en posesión de la experiencia suficiente para servirse de ella como base de las primeras nociones de esta materia.

Las condiciones de esta instrucción preliminar son las siguientes: 1.^a No debe empezarse por enseñarle reglas, pues esto equivaldría á suponer en él aquella concepción que tratamos de despertar. Debe apelarse primero á su experiencia del número, á enseñarle aquellos que difieran unos de otros en algún concepto, y esto le dará idea del valor relativo. Tomaremos números cuyo valor ya conozca, y los aumentaremos y disminuirémos en diversos sentidos, de modo que pueda ver lo que se comprende por operaciones numéricas. Llamaremos simplemente su atención hacia su propia experiencia, conduciéndole á inferir lo demás. 2.^a Él no usa los números considerados como tales, sino con relación

á las cosas que numeran, sin saber separar el *número*, de la *cosa*. Sabe lo que son cinco manzanas, y cinco caballos, pero no sabe razonar acerca del número cinco. En una palabra, considerando el número como una propiedad de los cuerpos, es como tenemos que tratarlo con él. En breve habremos de conducirlo á lo abstracto, pero sólo podremos conseguirlo á través de lo concreto. 3.^a Esta instrucción debe ser toda oral, pues no admite, ni requiere, operaciones en la pizarra. 4.^a Todas las operaciones aritméticas elementales, así con los números enteros, como con los quebrados, pueden ser explicadas en el curso de esta instrucción, como pasamos á demostrar.

Dicho curso puede bosquejarse de la manera siguiente: *Práctica de contar*, en que se explica el valor de los números, destinando una lección para cada decena hasta el ciento, enseñando también los símbolos de los números, pero no teóricamente. Á la numeración van inseparablemente unidos los primeros pasos en la adición y sustracción, pues sumando es como contamos los números hacia arriba, y restando, hacia abajo. Ocupándonos de la *adición*, empezaremos por sumar dos unidades, aumentándolas luego á tres ó más, y por último, decenas, y decenas con unidades. Al tratar de la *sustracción*, el ejercicio más sencillo es restar de diez, ó de una unidad, las unidades que son inferiores, variar después el minuendo conservando el mismo sustraendo, hallar el minuendo ó el sustraendo, dados los otros dos términos, aumentar el valor de las decenas para hacer las mismas operaciones, y combinar la adición con la sustracción. Los primeros ejemplos de la *multiplicación* deben constar de números pequeños, conservando un constante multiplicador, repetir lo mismo con un constante multiplicando, pasar luego á la multiplicación

de decenas por unidades, y de decenas por decenas, etc. La tabla de multiplicar debe aprenderse de memoria. En la *división*, las operaciones más sencillas consisten en conservar el mismo divisor, aumentando gradualmente el dividendo, la división de decenas por decenas, y las preguntas combinadas sobre multiplicación y división. Cuando hayan sido explicadas separadamente las cuatro reglas fundamentales, se puede practicar con ellas en combinación. Las operaciones elementales con números quebrados pueden practicarse con la misma sencillez que las con los enteros, usando una adecuada explicación. Cada operación debe ser ilustrada con objetos. Para esta ilustración es para lo que se hace uso del cuadro de bolas, que es suficiente para el propósito del maestro, toda vez que al usarlo, el niño puede observar sus manipulaciones, y es un medio, más bien que un fin.

Los modelos de pesas y medidas son altamente útiles para esta instrucción preliminar. Era un defecto del antiguo sistema de enseñanza, el que en lugar de explicar los números abstractos con ejemplos concretos, presentaban los números concretos, de que estas tablas de valores están compuestas, como si fueran abstractos, haciendo altamente fatigosa para el alumno esta materia, en lugar de hacerla, como debe ser, sumamente fácil y atractiva. Pondremos un ejemplo, refiriéndonos á la escala de medidas ó dimensiones lineales. El alumno ha de aprender en vista de ella: 1°. El valor de las varias unidades empleadas; 2°. La relación de estas entre sí; y 3°. Su aplicación á la práctica. Lo primero lo aprende *viendo* y *tocando* dichas unidades, lo que imprime en su mente una idea de su dimensión, que le hará reconocerlas siempre que se le presenten delante; lo segundo, comparando dichas unidades entre sí, midién-

dolas, con lo cual se cerciorará por experiencia, de cuántas de una clase componen una de otra; y lo tercero, aplicándolas á determinar la longitud de diferentes objetos existentes en la misma escuela. Con igual espíritu de ilustración, y el mismo procedimiento de inspección, comparación y aplicación, se pueden enseñar todas las demás escalas de pesos, moneda, capacidad, etc., á cuyo efecto la escuela debe poseer entre su material, todas las pesas y medidas del país, y duplicados de muchas de ellas. Cuando los modelos hayan pasado en esta forma por todos los individuos de la clase, podrán hacer combinaciones de ellos en la pizarra, con muy poca ayuda del maestro, y no les será difícil aprender de memoria las tablas. Este es el método de instrucción que debe emplearse con el niño, antes de que entre en el formal estudio de la materia.

153. Objeto de la enseñanza de la aritmética.—La aritmética es uno de los tres ramos que siempre han hallado un lugar en la escuela por su carácter *instrumental*, es decir, por tener un valor distintivo, como instrumento de los negocios de la vida, aparte del que su adquisición pueda tener, como procedimiento educador. La facultad de hacer uso de estos ramos con inteligencia, es de un valor más elevado que su simple conocimiento práctico; y por lo tanto, aunque sin menospreciar lo último, debemos considerarlo como el *inmediato* objeto de la enseñanza de aquellos en la escuela. De diferentes modos, y en diversos grados puede hacerse del estudio de estos instrumentos, un medio efectivo de cultivar la inteligencia; y como ésto, lejos de oponerse á la adquisición de una habilidad práctica, más bien la promueve, el maestro debe pensar en la manera de obtener aquél más elevado fin. La enseñanza de la aritmética, por lo tanto, debe llevarse á

cabo con dos objetos, uno especial, y otro general: el primero, dotando al alumno de habilidad en el cálculo, y el segundo, fortaleciendo las facultades de su imaginación. Los dos, aunque distintos, deben ser atendidos con simultaneidad, y auxiliarse mutuamente.

Con respecto á la habilidad práctica en el cálculo, diremos que consiste en la exactitud, expedición, y pureza, por el orden que queda nombrado; y en cuanto al valor de la aritmética como medio de disciplina mental, su demostración requiere una exposición más detallada.

En todo procedimiento numérico hay que atender á dos cosas: la regla á que se atiende, y la teoría de que aquella regla es expresión. Ambas son necesarias, y cada una debe ser enseñada con referencia á la otra; la teoría, sin perder de vista la regla, y ésta, como fundada en la teoría; tanto ejercicio de inteligencia supone el aplicar la teoría á la regla, como sacar ésta de la teoría. Al exponer cualquier procedimiento, el maestro debe, en primer lugar, presentar ante sus discípulos algún ejemplo que les sea familiar, por el que puedan ver el objeto de dicho procedimiento, y en virtud de cuyo auxilio puedan inferir las operaciones numéricas elementales que hay que combinar para obtener aquel objeto. Cuando ellos puedan darse cuenta de todos los pasos de la combinación, conocerán la teoría del procedimiento, y esto es lo que constituye la verdadera idea de enseñar la aritmética inteligentemente, en cuya enseñanza, como en todas, la teoría debe deducirse de la práctica; lo general, de lo particular; lo desconocido, de lo conocido. Cuando se haya penetrado en la teoría, y se haya impreso ésta con una suficiente inducción de ejemplos, sólo faltará demostrar cómo estas conclusiones pueden ser englovadas en una forma abreviada para uso práctico, es decir, cómo puede sacarse de ello una

conveniente *regla*, á cuyo fin el maestro deberá tener cuidado de comparar la forma de trabajo necesaria para hacer comprensible la teoría del procedimiento, con la forma abreviada indicada por la regla; que se vea que ésta no es ninguna cosa nueva ni arbitraria, sino una diferente forma, de pura conveniencia, ó más breve, cuyas abreviaciones deben ponerse de manifiesto á la imaginación del alumno.

Los procedimientos aritméticos comunmente enseñados, son numerosos, de los cuales, los cuatro primeros, suma, resta, multiplicación y división, son primarios ó elementales, y los restantes, derivados y compuestos. Los cuatro primeros proceden, en gradual continuación y mutua dependencia, de aquella fundamental relación de números que nuestro sistema de numeración considera como base de todos los cálculos aritméticos; los dos primeros directa, y los dos últimos indirectamente. Todos los demás procedimientos no son más que particulares combinaciones de aquellas operaciones elementales, cuya forma, en general, es determinada por una consideración del objeto del procedimiento, y cada paso es inspirado por un principio fundamental de raciocinio, como, por ejemplo, que sólo se pueden sumar, restar, y comparar, cantidades de una misma especie, que podemos operar con un número operando con una de sus partes, ó que, si una cantidad excede á otra en cierto número de veces, el valor de la una excederá al de la otra en el mismo número, si son de la misma especie. La construcción de cada regla obedece á la combinación de las operaciones fundamentales, con referencia á aquellos principios, ó, lo que es lo mismo, es el procedimiento de razonar de acuerdo con ellos, con mayor ó menor continuidad, según las circunstancias.

Valiosa como es la educación mental que envuelve

la inteligente adquisición de las reglas de la aritmética, no debe, en manera alguna, estimarse de tal modo, que agote el poder educador que le corresponde; ni el tacto del maestro en demostrar estas reglas depende exclusivamente de sus conocimientos pedagógicos. El estudio de la aritmética puede ser un estimable medio de educación, hasta para al alumno que aprenda sus reglas mecánicamente; así como también un maestro puede exhibir sus pruebas y demostraciones con perfecta exactitud y orden, y sin embargo, tener una idea inadecuada del alcance de esta materia como instrumento de educación elemental. La disciplina que se deriva del estudio de cualquier ramo, se apoya no menos en la *aplicación* de las reglas, ó fórmulas de operar, que en su *adquisición*, y hasta pudiéramos decir que más. La investigación de los problemas, y su solución por la aplicación de las reglas, es lo que hace de esta materia un incesante ejercicio de imaginación para el alumno. En el problema, por ejemplo: de dos candidatos en una elección, uno obtiene 210 votos, con una minoría de 79; ¿cuántos fueron los votantes?; el procedimiento numérico será el siguiente: $200 + (210 + 79) = 499$; en el problema: un tren con 540 pasajeros lleva 60 de primera clase, y 200 de segunda, ¿cuántos conduce de tercera?; el procedimiento numérico será: $540 - (60 + 200) = 280$; y, por último, en el problema: un hombre de 20 años de edad, que gana diez duros semanales, y cuyos gastos son cien duros cada trimestre, ó sea cada trece semanas, ¿cuánto habrá ahorrado al cumplir 30 años?; el procedimiento numérico será: $(10 \times 13 - 100) \times 4 \times (30 - 20) = 1,200$.

En cada caso, la solución del problema requiere un diferente ejercicio de imaginación. En uno se hace saber al alumno la relación que existe entre los números

con que ha de operar; y en otro tiene que descubrir esta relación, reflexionando sobre las circunstancias del caso. En uno tiene que practicar tan sólo un procedimiento técnico, para el que cuenta con una regla; mientras que en el otro tiene que encontrar la regla por sí mismo. En uno prueba sus conocimientos de algo que ha aprendido; y en otro su facultad de hacer uso de lo que ha aprendido. El trabajo de los procedimientos numéricos no es de una naturaleza puramente mecánica, pues el alumno no puede prescindir de comparar unos con otros, y encontrar que unos son más ó menos complicados, bajo las diferentes reglas, teniendo que considerar el acierto en graduarlos, y discurrir los medios de acortar el camino para llegar al resultado. El pensamiento que debe dominar en todo esto es, sin embargo, puramente técnico, es decir, no eficaz por ningún otro procedimiento que por el de los números; y mientras la capacidad del alumno, en cuanto al procedimiento técnico, se vivifica con este ejercicio, el circunscribir su raciocinio exclusivamente á encontrar resultados de datos categóricos y ordenados, no podrá menos de ejercer un efecto debilitante en su facultad de juzgar. Si deseamos cultivar su inteligencia en general, debemos acostumbrarlo á esforzarse en razonar en aquello en que tenga que ordenar los datos por sí mismo, y operar para obtener los resultados, pues el ejercicio de aquélla consiste menos en seguir las reglas cuya aplicación no admite duda, que en determinar las circunstancias en que las reglas deben ser aplicadas, y todos los límites de estas circunstancias en su aplicación. El ejercicio de esta inteligencia es lo que envuelve la solución de los problemas, y la peculiaridad de este instrumento de educación consiste en que, la penetración y claridad de juicio del alumno en cada particular problema, demostrada en la interpreta-

ción de sus condiciones, ha de manifestarse en el lenguaje exacto de los símbolos numéricos. Un alumno puede estar versado en procedimientos de infinita extensión, y, después de todo, verse confundido ante el más sencillo problema. Una práctica que le deje en este impotente estado, no puede decirse que le habilita para ningún elevado conocimiento de los asuntos de la vida, puesto que en ésta, generalmente, tropezará con los problemas y no con las reglas.

El maestro, por lo tanto, debe ocupar á sus discípulos, sistemática y extensamente, con preguntas y problemas de todas clases, teniendo el mayor cuidado en graduar su dificultad; pues si bien el niño aprende con prontitud un principio, por naturaleza procede despacio y con incertidumbre á su aplicación. Los ejercicios deben ser introducidos de acuerdo con cada regla, exigiendo del alumno que halle la manera como es aplicada; después se le deben presentar los que abrazan varias reglas, y siempre estrictamente graduados con respecto á su dificultad de construcción. Si un problema admite más de una solución, el maestro, por regla general, debe dejar primero al discípulo que elija una por sí mismo, y cuando haya obtenido la solución, animarlo á que la busque de otro modo. Podrá creerse que este sistema envuelve pérdida de tiempo, pero el maestro reconocerá su bondad, si considera que, por encima de la obtención de meros resultados numéricos, está el cultivo de las facultades intelectuales del alumno.

Deben explicarse las reglas en la pizarra, con objeto de hacerlas más inteligibles; y á fin de dar facilidades para su aplicación, y que los alumnos retengan en la memoria los procedimientos que aprendan, los ejercicios deben ser constantes, y lo más prácticos posible. La clase debe hacer también dichos ejercicios en la pizarra,

dictados por el maestro, y el primer deber de éste es dictarlos despacio y con claridad.

Ha de impedir que los alumnos se auxilien unos á otros en voz baja, ó copiándose. El mejor preventivo contra ésto es una buena *moral* en la clase, y nunca debe olvidar que necesita ejercer constantemente aquel grado de vigilancia que hasta las más virtuosas inclinaciones requieren como una ayuda. Cualquier falta de esta índole debe ser tratada muy seriamente, puesto que afecta al honor de la clase, del cual un maestro juicioso debe cuidar tanto como del suyo propio. Debe conceder á estos ejercicios el tiempo que considere razonable, transcurrido el cual, ha de exigir que todos los alumnos cesen en su trabajo al mismo tiempo. En los de la pizarra, el plan debe estar combinado de manera que todos los discípulos tomen parte en ellos, y en la estimación de los trabajos de aquellos debe tener presente que son *tres* las circunstancias á que se debe atender: exactitud, rapidez, y limpieza.