



CAPÍTULO IV.

QUEBRADOS ORDINARIOS.

1. Se llama *fracción* ó *quebrado* á una ó más partes iguales de la unidad.

Una de las partes iguales en las que se divide la unidad se llama *unidad fraccional*. El valor de una fracción depende del tamaño de la unidad fraccional y del número de unidades fraccionales que se expresen.

¿Cuántas mitades hay en un peso? ¿En una naranja? ¿En una legua? ¿Cuántos tercios hay en un pan? ¿En una libra? ¿Cuántos séptimos hay en una arroba? ¿Y en un galón?

2. Una *fracción* se expresa por medio de dos números, uno escrito sobre el otro, con una línea horizontal entre los dos; así, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, &^a.

El número debajo de la línea expresa las partes iguales en que la unidad esta dividida; y se llama *Denominador*.

El número sobre la línea expresa cuantas partes iguales se ha tomado de la unidad fraccional; se llama *Numerador*. El numerador y el denominador juntos se llaman *Términos* de la fracción.

3. Léanse las siguientes fracciones; dígase en cuántas partes está dividida la unidad en cada una de ellas:

$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{7}{19}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{12}{17}$
$\frac{10}{18}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{16}{18}$	$\frac{14}{25}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{12}{26}$	$\frac{19}{28}$	$\frac{17}{27}$
$\frac{16}{30}$	$\frac{20}{39}$	$\frac{35}{40}$	$\frac{26}{50}$	$\frac{27}{60}$	$\frac{31}{50}$	$\frac{27}{56}$	$\frac{35}{63}$	$\frac{23}{52}$

Escríbanse:

Seis novenos.	Siete treinta y cuatro avos.
Siete once avos.	Doce veintiocho avos.
Nueve dozavos.	Diez y seis cincuenta avos.
Diez catorce avos.	Catorce cuarenta avos.
Seis trece avos.	Veinte cuarenta y nueve avos.
Siete veinticinco avos.	Diez y nueve cuarenta y cinco avos.
Ocho diez y nueve avos.	Veintinueve diez y seis avos.
Nueve trece avos.	

4. Un *Quebrado Propio* es el que vale menos que uno; como $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{9}$. El numerador de un quebrado propio es menor que el denominador.

5. Un *Quebrado Impropio* ó fracción impropia es aquél cuyo valor es igual ó mayor que uno; como $\frac{4}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{3}$. El numerador es igual ó mayor que el denominador.

6. Un *Número Mixto* es un entero y un quebrado unidos; como $3\frac{1}{4}$, $4\frac{2}{3}$, $29\frac{5}{6}$.

Reducir números enteros y mixtos á quebrados.

7. ¿Cuántos cuartos hay en una naranja? ¿Cuántos cuartos hay en 6 naranjas? ¿Cuántos quintos hay en un melón? ¿Y en 3 melones?

En un melón hay cinco quintos; en 3 melones habrán 3 veces cinco quintos.

¿Cuántos séptimos hay en 4? ¿En 6? ¿En 8?
¿Cuántos tercios hay en $3\frac{1}{3}$ naranjas?

En una naranja hay 3 tercios. En 3 naranjas hay nueve tercios. Nueve tercios y un tercio más son 10 tercios. En $3\frac{1}{3}$ naranjas hay diez tercios.

¿Cuántos sextos hay en $4\frac{2}{6}$? $3\frac{4}{6}$? $5\frac{1}{6}$?
¿Cuántos séptimos hay en $4\frac{1}{7}$? $6\frac{2}{7}$? $8\frac{3}{7}$?
¿Cuántos décimos hay en $3\frac{9}{10}$? $6\frac{3}{10}$? $5\frac{2}{10}$?
¿Cuántos novenos hay en 14 manzanas?

$$1 \text{ manzana} = \frac{2}{9}.$$

$$14 \text{ manzanas} = 14 \text{ veces } \frac{2}{9} = \frac{126}{9}.$$

Redúzcanse á fracciones impropias:

- | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1. $25\frac{4}{11}$ | 4. $94\frac{3}{4}$ | 7. $136\frac{4}{9}$ | 10. $98\frac{9}{20}$ | 13. $67\frac{16}{100}$ | 16. $143\frac{13}{200}$ |
| 2. $36\frac{3}{13}$ | 5. $86\frac{2}{15}$ | 8. $342\frac{1}{8}$ | 11. $87\frac{3}{30}$ | 14. $92\frac{84}{100}$ | 17. $294\frac{25}{300}$ |
| 3. $45\frac{4}{15}$ | 6. $92\frac{3}{16}$ | 9. $425\frac{5}{9}$ | 12. $75\frac{4}{60}$ | 15. $78\frac{3}{200}$ | 18. $673\frac{99}{1000}$ |

8. Redúzcanse $14\frac{7}{9}$ á novenos.

$$1 = \frac{9}{9}. \quad 14 = 14 \text{ veces } \frac{9}{9} = \frac{126}{9}, \quad \frac{126}{9} + \frac{7}{9} = \frac{133}{9}.$$

Redúzcanse:

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1. $18\frac{2}{3}$ á tercios. | 3. $28\frac{1}{5}$ á quintos. | 5. $53\frac{2}{3}$ á novenos. |
| 2. $25\frac{1}{6}$ á sextos. | 4. $49\frac{2}{7}$ á séptimos. | 6. $64\frac{7}{12}$ á dozavos. |

Escríbese una regla para reducir números mixtos á quebrados.

Reducir fracciones á enteros ó números mixtos.

9. ¿Cuántas varas hay en 6 medias varas?
¿Cuántas manzanas hay en 9 medias manzanas?
¿Cuántas peras hay en 11 medias peras?

Hay dos medias peras en una pera. En 11 medias peras habrá tantas como veces haya 2 en 11.

$$11 \overline{) 2}$$

$5\frac{1}{2}$ veces. Hay $5\frac{1}{2}$ peras en 11 medias peras.

¿Cuántos galones hay en 26 medios galones?
¿Cuántas botellas de leche hay en 17 medias botellas?
¿Cuántos melones hay en 18 tercios de melón?
¿Cuántas varas hay en 18 tercios de vara?
¿Cuántos enteros hay en 20 quintos? ¿En 28 cuartos? ¿En 26 séptimos? ¿En 25 octavos?
¿En 35 novenos? ¿En 86 onzavos? ¿En 96 dozavos?
¿En 89 décimos? ¿En $\frac{37}{9}$? ¿En $\frac{56}{8}$? ¿En $\frac{72}{7}$?
¿En $\frac{65}{10}$? ¿En $\frac{85}{12}$? ¿En $\frac{45}{15}$? ¿En $\frac{100}{10}$?

Escríbese una regla para reducir una fracción impropia á número entero ó mixto.

Redúzcanse á enteros ó mixtos los números siguientes:

- | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1. $\frac{160}{12}$ | 4. $\frac{360}{18}$ | 7. $\frac{175}{24}$ | 10. $\frac{630}{21}$ | 13. $\frac{948}{45}$ | 15. $\frac{1000}{35}$ |
| 2. $\frac{124}{16}$ | 5. $\frac{309}{20}$ | 8. $\frac{264}{30}$ | 11. $\frac{608}{30}$ | 14. $\frac{1006}{30}$ | 16. $\frac{4500}{100}$ |
| 3. $\frac{234}{9}$ | 6. $\frac{430}{60}$ | 9. $\frac{348}{25}$ | 12. $\frac{946}{50}$ | | |

Reducir quebrados á sus términos menores.

10. Un quinto de peso ¿cuántos centavos son?
 Dos décimos de peso ¿cuántos centavos son? $\frac{1}{5}$,
 ¿cuántos décimos tiene?

En $\frac{1}{3}$ de vara ¿cuántas pulgadas hay? $\frac{1}{3}$,
 ¿cuántos sextos tiene?

$\frac{4}{6}$, ¿cuántos tercios son?

¿Cuántos cuartos hay en $\frac{6}{8}$ de una manzana?

NOTA. Si fuese necesario, el equivalente de estas fracciones deberá explicarse con tiras ó discos de papel.

$\frac{6}{10}$, ¿cuántos quintos son?

Cámbiese la forma del quebrado, no el valor, aumentando el tamaño y reduciendo el número de partes en que se divida la unidad.

$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$. 6 décimos serán iguales á tantos quintos como $\frac{2}{10}$ haya en $\frac{6}{10}$. En $\frac{6}{10}$ se halla $\frac{2}{10}$ tres veces. Entonces hay tres quintos en $\frac{6}{10}$.

La forma del quebrado se puede cambiar, sin alterar su valor, dividiendo sus dos términos por un mismo número.

$$\frac{6}{10} \div 2 = \frac{3}{5}$$

Redúzcanse $\frac{8}{12}$ y $\frac{4}{10}$ á cuartos cada uno.

Redúzcanse $\frac{6}{21}$, $\frac{9}{21}$, y $\frac{18}{21}$ cada uno á séptimos.

Redúzcanse $\frac{18}{24}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{18}{48}$, y $\frac{20}{40}$ cada uno á octavos.

Redúzcanse $\frac{9}{27}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{16}{36}$, y $\frac{5}{45}$ cada uno á novenos.

Cuando una fracción se reduce á otra equivalente con menores términos se dice que se simplifica.

11. Una fracción se llama *irreducible* cuando sus dos términos no pueden dividirse por un mismo número.

Redúzcase $\frac{64}{96}$ á su menor expresión.

$$\frac{64 \div 8}{96 \div 8} = \frac{8}{12} \quad \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

El mismo resultado se obtendría dividiendo ambos términos por 32, el mayor número que los divide exactamente.

Simplifíquense:

- | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $\frac{56}{81}$ | 4. $\frac{48}{144}$ | 7. $\frac{96}{100}$ | 10. $\frac{64}{192}$ | 13. $\frac{145}{290}$ | 15. $\frac{144}{258}$ |
| 2. $\frac{72}{81}$ | 5. $\frac{59}{177}$ | 8. $\frac{84}{196}$ | 11. $\frac{84}{252}$ | 14. $\frac{231}{360}$ | 16. $\frac{75}{300}$ |
| 3. $\frac{41}{164}$ | 6. $\frac{72}{108}$ | 9. $\frac{32}{56}$ | 12. $\frac{136}{408}$ | | |

Dése una regla para reducir quebrados á su más simple expresión.

Reducir quebrados á términos mayores.

12. ¿Cuántos octavos hay en un cuarto de una manzana?

$\frac{3}{4}$ ¿cuántos octavos son? ¿ $\frac{2}{4}$? ¿ $\frac{5}{4}$? ¿ $\frac{7}{4}$? ¿ $\frac{11}{4}$?

Un tercio ¿cuántos novenos son? ¿ $\frac{4}{3}$?

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \frac{4}{3} = 4 \text{ veces } \frac{2}{6} \text{ que son } \frac{12}{6}$$

Redúzcanse $\frac{8}{9}$ á diez y ocho avos, $\frac{5}{12}$ á veinticuatro avos, $\frac{6}{10}$ á diez y seis avos, $\frac{7}{4}$ á cuarenta y ocho avos, $\frac{7}{6}$ á setenta y dos avos.

Cuando una fracción se cambia en otra equiva-

lente con mayores términos se dice que se ha reducido á *términos mayores*.

13. Redúzcanse $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{8}$ á fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24} \quad \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24} \quad \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$$

Cuando varias fracciones tienen igual denominador, se dice que tienen un *común denominador*.

Redúzcanse á fracciones equivalentes con un común denominador:

$$\begin{array}{llll} 1. \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}. & 3. \frac{7}{9}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}. & 5. \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}. & 7. \frac{7}{8}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}. \\ 2. \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{6}. & 4. \frac{3}{7}, \frac{2}{14}, \frac{1}{21}. & 6. \frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{5}{24}. & 8. \frac{4}{5}, \frac{1}{15}, \frac{4}{36}. \end{array}$$

14. El denominador común debe ser un múltiplo común á los denominadores dados. El denominador común debe ser el M.C.M. de los denominadores dados.

Redúzcanse al menor denominador común:

$$\begin{array}{llll} 1. \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}. & 3. \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{7}{9}. & 5. \frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{1}{15}. & 7. \frac{1}{6}, \frac{3}{8}, \frac{5}{9}. \\ 2. \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{8}. & 4. \frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{1}{14}. & 6. \frac{3}{7}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}. & 8. \frac{2}{3}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}. \end{array}$$

ADICIÓN DE LOS QUEBRADOS.

15. Enrique dió $\frac{1}{5}$ de un melón á Juan, $\frac{1}{5}$ á Jorge y $\frac{2}{5}$ á Elena; ¿cuántos quintos dió por todo?

Juana gastó $\frac{1}{4}$ de un peso en cartón, y $\frac{1}{5}$ en agujas; ¿qué parte del peso gastó?

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \quad \frac{1}{5} = \frac{4}{20}, \quad \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}.$$

Sólo fracciones de igual especie se pueden sumar.

Para sumar fracciones:

Redúzcanse á un común denominador, sùmense los numeradores y escríbese la suma sobre el denominador común.

Sùmense:

$$\begin{array}{llll} 1. \frac{2}{3} \text{ y } \frac{2}{7}. & 4. \frac{2}{3} \text{ y } \frac{3}{8}. & 7. \frac{1}{8} \text{ y } \frac{8}{9}. & 10. \frac{5}{6} \text{ y } \frac{5}{13}. \\ 2. \frac{3}{4} \text{ y } \frac{1}{8}. & 5. \frac{1}{6} \text{ y } \frac{5}{9}. & 8. \frac{2}{3} \text{ y } \frac{1}{10}. & 11. \frac{3}{4} \text{ y } \frac{1}{18}. \\ 3. \frac{2}{7} \text{ y } \frac{5}{6}. & 6. \frac{3}{4} \text{ y } \frac{3}{9}. & 9. \frac{3}{7} \text{ y } \frac{5}{11}. & 12. \frac{6}{7} \text{ y } \frac{7}{8}. \end{array}$$

16. Sùmense $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, y $\frac{7}{12}$.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \quad \frac{8}{12} + \frac{10}{12} + \frac{7}{12} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}.$$

¿Cuál es la suma de $13\frac{2}{3}$, $18\frac{1}{4}$, y $14\frac{1}{2}$?

$$\begin{array}{r} 13\frac{2}{3} \\ 18\frac{1}{4} \\ 14\frac{1}{2} \\ \hline 46\frac{5}{12} \end{array}$$

Para sumar números mixtos:

Se suman los quebrados separados de los enteros y se combinan las sumas.

$$46\frac{5}{12} + 17 = 63\frac{5}{12}$$

Sùmense:

$$\begin{array}{llll} 1. \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}. & 5. \frac{5}{8}, \frac{4}{9}, \frac{11}{15}. & 9. 45\frac{1}{2}, 67\frac{3}{4}, 62\frac{3}{8}. \\ 2. \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}. & 6. \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{11}{20}. & 10. 37\frac{1}{2}, 18\frac{3}{4}, 16\frac{3}{4}. \\ 3. \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}. & 7. \frac{7}{10}, \frac{8}{15}, \frac{11}{18}. & 11. 30\frac{1}{4}, 66\frac{1}{4}, 84\frac{3}{4}. \\ 4. \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{4}{9}. & 8. \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}. & 12. 25\frac{1}{8}, 16\frac{3}{8}, 14\frac{1}{2}. \end{array}$$

SUSTRACCIÓN DE LOS QUEBRADOS.

17. Francisco tenía $\frac{2}{5}$ de una naranja; le dió $\frac{1}{3}$ á Jorge; ¿qué parte de la naranja le quedó?

Elena tenía $\frac{5}{6}$ de una vara de cinta; le dió $\frac{1}{2}$ de una vara á Maria; ¿qué parte le quedó?

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \quad \text{Le quedó } \frac{1}{3} \text{ de vara.}$$

El Minuendo y el Sustraendo deben ser de una misma especie.

Método de restar los quebrados:

Redúzcanse á un común denominador. Réstese el numerador del sustraendo del numerador del minuendo, y escríbase la diferencia sobre el denominador común.

Réstense:

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = ?$ | 6. $\frac{6}{7} - \frac{2}{5} = ?$ | 11. $\frac{9}{14} - \frac{3}{7} = ?$ |
| 2. $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = ?$ | 7. $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = ?$ | 12. $\frac{6}{7} - \frac{2}{6} = ?$ |
| 3. $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = ?$ | 8. $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} = ?$ | 13. $\frac{9}{12} - \frac{3}{4} = ?$ |
| 4. $\frac{11}{12} - \frac{5}{6} = ?$ | 9. $\frac{7}{8} - \frac{4}{7} = ?$ | 14. $\frac{9}{15} - \frac{3}{5} = ?$ |
| 5. $\frac{8}{9} - \frac{5}{8} = ?$ | 10. $\frac{16}{21} - \frac{5}{7} = ?$ | 15. $\frac{11}{12} - \frac{8}{9} = ?$ |

18. Réstense $18\frac{3}{4}$ de $36\frac{1}{3}$.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 36\frac{1}{3} \\ 18\frac{3}{4} \\ \hline 17\frac{7}{12} \end{array} \quad 1\frac{1}{3} = \frac{16}{12} \quad \frac{3}{4} \text{ no se pueden restar de } \frac{1}{3}. \text{ Se toma} \\ 1 \text{ de } 36 \text{ que dejan en } 35. \\ 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{16}{12}.$$

Réstense:

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $16\frac{1}{4} - 13\frac{1}{5} = ?$ | 4. $23\frac{5}{8} - 8\frac{7}{8} = ?$ | 7. $14\frac{4}{7} - 9\frac{2}{3} = ?$ |
| 2. $24\frac{1}{6} - 18\frac{1}{2} = ?$ | 5. $26\frac{1}{3} - 16\frac{1}{7} = ?$ | 8. $33\frac{1}{3} - 25\frac{5}{7} = ?$ |
| 3. $10\frac{1}{5} - 8\frac{1}{8} = ?$ | 6. $25\frac{3}{8} - 18\frac{3}{4} = ?$ | 9. $66\frac{2}{3} - 45\frac{2}{3} = ?$ |

19. 1. Un señor divide su fortuna entre sus cinco hijos, dando $\frac{1}{3}$ al mayor, $\frac{1}{8}$ al segundo, $\frac{1}{4}$ al tercero, y $\frac{1}{12}$ al cuarto; ¿qué parte recibió el quinto?

2. $\frac{3}{9}$ de mi biblioteca tratan de historia, $\frac{3}{12}$ de poesía, $\frac{1}{4}$ de ciencias y el resto de novelas; ¿qué parte hay de novelas?

3. Si un sastre usa $3\frac{3}{4}$ varas para una levita, $2\frac{1}{2}$ varas para un pantalón, y $\frac{7}{8}$ vara para un chaleco, ¿cuántas varas usa por todo?

4. Debo \$ $6\frac{1}{3}$. Si pago $\frac{3}{4}$ de un peso, ¿cuánto deberé?

5. Si de \$ $8\frac{1}{4}$ se restan \$ $6\frac{2}{5}$, ¿cuánto quedan?

MULTIPLICACIÓN DE LOS QUEBRADOS.

20. Multiplicar quebrados por enteros.

Si una vara de género cuesta $\frac{3}{4}$ de peso, ¿cuánto costarán 3 varas?

3 varas costarán 3 veces $\frac{3}{4}$ de peso, que son $\frac{9}{4}$ de peso = \$ $2\frac{1}{4}$. Pruébese esto hallando 3 veces el número de centavos que hay en $\frac{3}{4}$ de peso.

Si María aprende $\frac{2}{3}$ de una página de su libro cada día, ¿cuántas páginas aprenderá en 4 días?

Multiplíquense:

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{2}{3}$ por 5. | 4. $\frac{3}{5}$ por 9. | 7. $\frac{3}{14}$ por 15. | 10. $6\frac{1}{3}$ por 8. |
| 2. $\frac{3}{4}$ por 6. | 5. $\frac{8}{9}$ por 7. | 8. $\frac{2}{15}$ por 12. | 11. $7\frac{2}{3}$ por 9. |
| 3. $\frac{7}{8}$ por 4. | 6. $\frac{2}{7}$ por 12. | 9. $4\frac{5}{8}$ por 6. | 12. $5\frac{1}{6}$ por 7. |

NOTA. Multiplíquese la fracción y el entero separados, y súmense los productos.

21. Multiplicar enteros por fracciones.

1 vez 9 peras son 9 peras. $\frac{1}{3}$ de 9 peras ¿será más ó menos que 1 vez 9? 9 peras multiplicadas por $\frac{1}{3}$ son $\frac{9}{3}$ de 9 peras, que son 3 peras. 9 peras multiplicadas por $\frac{2}{3}$ son $\frac{18}{3}$ de 9 peras, que son 6 peras.

$36 \times \frac{3}{4} = \frac{108}{4}$ de 36. $\frac{1}{4}$ de 36 = 9. $\frac{3}{4}$ de 36 son iguales á 3 veces 9, que son 27. $36 \times \frac{3}{4} = 27$.

Multiplíquense :

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. 24 por $\frac{2}{3}$. | 4. 18 por $\frac{5}{6}$. | 7. 84 por $\frac{2}{7}$. |
| 2. 40 por $\frac{2}{5}$. | 5. 19 por $\frac{1}{3}$. | 8. 72 por $\frac{2}{3}$. |
| 3. 36 por $\frac{5}{6}$. | 6. 56 por $\frac{3}{8}$. | 9. 96 por $\frac{3}{8}$. |

Multiplicar fracciones por fracciones.

22. ¿Cuánto es $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de manzana? ¿Es más ó menos que 1 vez $\frac{3}{4}$?

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ de } \frac{3}{4}. \quad \frac{1}{3} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ es } \frac{1}{4}.$$

¿Cuánto es $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$? ¿Es más ó menos que una vez $\frac{2}{3}$?

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{3}. \quad \frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ es } \frac{2}{12}; \quad \frac{3}{4} \text{ es } 3 \text{ veces } \frac{2}{12} \text{ que son } \frac{6}{12} = \frac{1}{2}. \quad \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

¿Cuánto valen $\frac{3}{4}$ de una vara de seda, á $\frac{4}{5}$ de peso la vara? Si la seda fuera de \$1 la vara, ¿valdrían los $\frac{3}{4}$ de vara más ó menos de $\frac{4}{5}$ de un peso?

Una vara cuesta $\frac{4}{5}$ de un peso.

$\frac{1}{4}$ de vara cuesta $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$, que son $\frac{4}{20}$ de un peso.

$\frac{3}{4}$ de vara costarán 3 veces $\frac{4}{20}$, que son $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ de un peso.

Pruébese ésto, dando el precio de una vara en centavos, en lugar de fracción de pesos.

Operación Rápida. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

23. Multiplicar una fracción por otra fracción:

Se multiplican los numeradores entre sí para formar el numerador del producto; y los denominadores entre sí para formar el denominador del producto, y se simplifican los términos del producto.

Multiplíquense :

- | | | | |
|---------------------------------------|---|---|---|
| 1. $\frac{5}{6}$ por $\frac{3}{4}$. | 6. $\frac{4}{7}$ por $\frac{4}{5}$. | 11. $\frac{4}{7}$ por $\frac{3}{8}$. | 16. $\frac{5}{14}$ por $\frac{4}{5}$. |
| 2. $\frac{7}{8}$ por $\frac{5}{6}$. | 7. $\frac{4}{9}$ por $\frac{2}{5}$. | 12. $\frac{5}{6}$ por $\frac{8}{9}$. | 17. $\frac{9}{13}$ por $\frac{3}{4}$. |
| 3. $\frac{3}{5}$ por $\frac{4}{9}$. | 8. $\frac{6}{7}$ por $\frac{8}{9}$. | 13. $\frac{3}{8}$ por $\frac{5}{9}$. | 18. $\frac{7}{25}$ por $\frac{1}{6}$. |
| 4. $2\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{3}$. | 9. $6\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{2}$. | 14. $6\frac{1}{4}$ por $2\frac{1}{2}$. | 19. $6\frac{1}{4}$ por $6\frac{1}{4}$. |
| 5. $3\frac{1}{3}$ por $\frac{3}{4}$. | 10. $2\frac{1}{2}$ por $2\frac{1}{2}$. | 15. $5\frac{2}{3}$ por $3\frac{1}{2}$. | 20. $8\frac{2}{3}$ por $8\frac{2}{3}$. |

24. 1. Si un campesino labra $\frac{7}{8}$ de un potrero en un día, ¿cuánto labrará en $\frac{4}{7}$ de un día?

2. ¿Cuánto valen $\frac{4}{5}$ de vara de franela á \$ $\frac{7}{8}$ de vara?

3. Si la seda vale $\frac{6}{7}$ de un peso la vara, ¿cuánto cuesta $\frac{5}{8}$ de vara?

4. Si un cuchillo vale $\frac{9}{10}$ de peso, y una pizarra $\frac{5}{6}$ de lo que vale el cuchillo, ¿cuánto vale la pizarra?

5. Á $\frac{5}{8}$ de peso la libra, ¿cuánto costarán $\frac{7}{15}$ de libra?

6. Si 4 varas de terciopelo valen \$ $6\frac{1}{4}$, ¿cuánto más de \$8 costarán 12 varas?

7. Al capitán de un barco mercante pertenecen $\frac{2}{5}$ de la carga, al primer oficial $\frac{3}{10}$ y al segundo $\frac{3}{4}$ del resto. ¿Qué parte de la carga pertenece al segundo oficial?

DIVISIÓN DE LOS QUEBRADOS.

Dividir un quebrado por un entero.

25. María divide por igual $\frac{3}{4}$ de vara de cinta entre 3 niñas. ¿Qué parte de una vara le toca á cada niña?

Cada niña recibirá $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de vara, que es $\frac{1}{4}$ de vara. $\frac{3}{4}$ de vara $\div 3 = \frac{1}{4}$ de vara.

Divídanse $\frac{4}{5}$ de un pastel por igual entre 2 niños. ¿Qué parte del pastel recibirá cada niño? Divídanse entre 3 niños.

Un quebrado se divide, dividiendo el numerador ó multiplicando el denominador.

$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$. ¿Cuál es la unidad fraccional en la fracción $\frac{4}{5}$? Multipli-

cando el denominador por 3, ¿qué efecto produce sobre el tamaño de la unidad fraccional? 4 unidades fraccionales de *quince* avos, ¿qué parte son de 4 unidades fraccionales de *quintos*?

26. Divídanse:

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{5}{8}$ por 7. | 4. $\frac{8}{9}$ por 10. | 7. $\frac{14}{15}$ por 7. |
| 2. $\frac{7}{8}$ por 9. | 5. $\frac{6}{7}$ por 12. | 8. $\frac{20}{21}$ por 5. |
| 3. $\frac{9}{7}$ por 5. | 6. $\frac{8}{13}$ por 6. | 9. $\frac{19}{30}$ por 3. |

$\frac{1}{6}$ de $26\frac{1}{5} = ?$

$\frac{1}{6}$ de 26 = 4 con un residuo de 2. $2 = \frac{10}{5}$. $\frac{10}{5} + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$.
 $\frac{1}{6}$ de $\frac{11}{5} = \frac{11}{30}$. $\frac{1}{6}$ de $26\frac{1}{5} = 4\frac{11}{30}$.

NOTA. Divídase el entero primero y luego la fracción, combinando luego los resultados.

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 10. $18\frac{2}{3} \div 6 = ?$ | 14. $21\frac{2}{3} \div 7 = ?$ | 18. $14\frac{1}{3} \div 4 = ?$ |
| 11. $20\frac{2}{3} \div 5 = ?$ | 15. $24\frac{1}{3} \div 4 = ?$ | 19. $33\frac{2}{3} \div 3 = ?$ |
| 12. $26\frac{4}{5} \div 6 = ?$ | 16. $25\frac{3}{4} \div 5 = ?$ | 20. $66\frac{2}{3} \div 7 = ?$ |
| 13. $32\frac{1}{4} \div 4 = ?$ | 17. $46\frac{3}{4} \div 5 = ?$ | 21. $27\frac{2}{3} \div 7 = ?$ |

Divídanse por igual $\frac{3}{4}$ de un peso entre 3 personas.

Este es un ejemplo de *partición*. Cada uno recibirá $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de un peso, ó sea $\frac{1}{4}$ de un peso.

Á \$3 el barril, ¿cuántos barriles de manzanas se pueden comprar con $\frac{3}{4}$ de un peso?

Este es un ejemplo de *división*. \$3 no están contenidos en $\frac{3}{4}$ de un peso. Si se midieran $\frac{3}{4}$ de un peso por \$3, se encontraría que $\frac{3}{4}$ de un peso es $\frac{1}{4}$ del dinero necesario para contener á \$3 una vez (ó $\frac{3}{4}$ es $\frac{1}{4}$ de 3). $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{1}{4}$ (de 1 vez).

27. Dividir enteros por quebrados.

¿Cuántas veces está contenido $\frac{1}{4}$ de una naranja en 2 naranjas?

2 naranjas = $\frac{8}{4}$ de naranja. $\frac{1}{4}$ está contenido en $\frac{8}{4}$ ocho veces. $2 \div \frac{1}{4} = 8$ (veces).

¿Cuántas veces está contenido $\frac{3}{4}$ de un peso en 3 pesos?

3 pesos = $\frac{12}{4}$ pesos. $\frac{12}{4} \div \frac{3}{4} = 4$ (veces). $\frac{3}{4}$ de un peso está contenido en 3 pesos 4 veces.

Divídanse 17 por $\frac{2}{5}$.

$$17 = \frac{85}{5}. \quad \frac{85}{5} \div \frac{2}{5} = 28\frac{1}{2} \text{ (veces).}$$

Divídanse:

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1. 18 por $\frac{2}{3}$ | 4. 36 por $\frac{2}{3}$ | 7. 54 por $\frac{3}{7}$ | 10. 16 por $6\frac{2}{3}$ |
| 2. 25 por $\frac{3}{4}$ | 5. 60 por $\frac{7}{8}$ | 8. 56 por $\frac{6}{5}$ | 11. 45 por $3\frac{1}{5}$ |
| 3. 25 por $\frac{7}{8}$ | 6. 71 por $\frac{8}{9}$ | 9. 36 por $4\frac{1}{3}$ | 12. 28 por $5\frac{1}{2}$ |

Hágase una regla para dividir un entero por una fracción.

Dividir quebrados por quebrados.

28. ¿Cuántas veces $\frac{1}{3}$ de un melón está contenido en $\frac{2}{3}$? ¿Y $\frac{1}{3}$ en $\frac{3}{3}$?

¿Cuántas veces $\frac{2}{5}$ está contenidos en $\frac{4}{5}$?

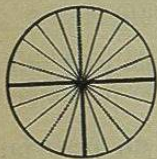
¿Cuántas veces $\frac{1}{3}$ de una vara está contenido en $\frac{1}{2}$ de una vara?

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \quad \frac{3}{6} \div \frac{2}{6} = 1\frac{1}{2} \text{ veces.}$$

$\frac{1}{3}$ de una vara está contenido en $\frac{1}{2}$ de una vara $1\frac{1}{2}$ veces.

Pruébese, cambiando ó reduciendo estas fracciones de vara en pulgadas y dividiendo.

29. Divídanse $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$.



$\frac{3}{4}$ del círculo ¿á cuántos vigésimos son iguales?

$\frac{2}{5}$ ¿á cuántos vigésimos son iguales?

$\frac{1}{20}$ contienen $\frac{2}{20}$ ¿cuántas veces?

Para dividir un quebrado por otro quebrado:

Se reducen á un común denominador, y se divide el numerador del dividendo por el numerador del divisor.

Divídanse:

- | | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 1. $\frac{6}{7}$ por $\frac{3}{4}$. | 4. $\frac{6}{7}$ por $\frac{3}{5}$. | 7. $\frac{7}{8}$ por $\frac{5}{7}$. | 10. $2\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{3}$. |
| 2. $\frac{8}{9}$ por $\frac{2}{3}$. | 5. $\frac{5}{9}$ por $\frac{2}{3}$. | 8. $6\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$. | 11. 7 por $\frac{5}{6}$. |
| 3. $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$. | 6. $\frac{7}{12}$ por $\frac{5}{8}$. | 9. $3\frac{1}{8}$ por $\frac{3}{8}$. | 12. 9 por $\frac{3}{7}$. |

Método por invertir el divisor:

Divídanse $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{3}$.

$\frac{3}{4}$ divididos por 2 son iguales á $\frac{3}{8}$. El divisor es $\frac{1}{3}$ de 2, y el cociente debe ser 3 veces $\frac{3}{8}$, que son $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$. Esto se

puede expresar "invertiendo el divisor" ó multiplicando en cruz, como:

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}.$$

NOTA Á LOS PROFESORES. Este método se puede aplicar á la explicación de los ejemplos anteriores de división, si, á juicio del profesor, resulta ventajoso en este período de la enseñanza.

30. REPASO ORAL.

1. La suma de dos fracciones es $\frac{3}{4}$, una de las fracciones es $\frac{1}{3}$; ¿cuál será la otra? ($\frac{5}{12}$)

2. Si 10 naranjas valen $\frac{5}{8}$ de un peso, ¿cuánto costará una naranja?

3. ¿Cuántas divisas de $\frac{1}{16}$ de vara de largo, se pueden cortar de $\frac{7}{8}$ de una vara de cinta?

4. Un hombre dueño de $\frac{5}{6}$ de un molino vende $\frac{2}{3}$ de su parte; ¿qué parte del molino le pertenece todavía?

5. $\frac{5}{6}$ de una carga de leña se vendió en \$4.50; ¿cuánto valía la carga?

6. $\frac{3}{7}$ de 42 son $\frac{2}{11}$; ¿de qué número?

7. Dando á cada persona $\frac{1}{3}$ de un barril de harina; entre cuántas personas se repartirán $5\frac{2}{3}$ de barriles?

8. Quiero poner $4\frac{3}{4}$ libras de azúcar en cajitas de $\frac{1}{8}$ de libra; ¿cuántas cajas necesito?

9. Á \$8 $\frac{1}{3}$ la vara, ¿cuánto costarán $\frac{3}{5}$ vara de terciopelo?

10. Á \$ $\frac{3}{5}$ la vara, ¿cuántas varas de género se pueden comprar con \$8 $\frac{1}{3}$?

11. Si un jarro contiene $\frac{3}{4}$ de un galón de aceite, ¿cuántos jarros iguales se necesitarán para poner 6 galones?

12. Si 3 libras de café valen \$1, ¿qué parte de las 3 libras se pueden comprar por 25 centavos? ¿Y qué parte de una libra?

13. Vendí un libro en $\frac{2}{3}$ de un peso, que es $\frac{1}{5}$ de un peso menos de lo que me costó; ¿qué parte de un peso me costó el libro?

14. Las naranjas se venden á 3 por un real; ¿cuánto valen $2\frac{1}{4}$ docenas?

15. Si $\frac{5}{8}$ de una yarda de cinta valen 25 centavos, ¿cuánto valdrá $\frac{1}{4}$ de una vara?

16. ¿Cuánto tiene de largo la cerca de una finca que tiene $\frac{1}{2}$ legua de largo y $\frac{1}{5}$ legua de ancho?

17. Con $\frac{7}{8}$ de una mano de papel se hizo una libreta; ¿cuántas manos de papel se necesitarán para hacer 40 libretas iguales?

18. Roberto vendió su carrito en \$ $1\frac{4}{5}$, perdiendo $\frac{1}{2}$ de lo que le costó; ¿cuánto le costó?

19. Un pedazo de hielo de $\frac{3}{4}$ de un pié de grueso flota $\frac{1}{8}$ sobre el agua; ¿qué parte le queda sumergida? ¿Cuántas pulgadas?

20. Un muchacho compró $1\frac{7}{5}$ arrobas de nueces en \$2 y las vendió á 10 centavos la libra; ¿cuánto ganó?

21. La diferencia entre dos fracciones es $\frac{5}{12}$. Uno de las fracciones es $\frac{1}{3}$; ¿cuál es la otra?

22. Un padre tiene 42 años, y $\frac{1}{7}$ de su edad es $\frac{1}{3}$ de la edad de su hijo. ¿Cuántos años tiene el hijo?

23. Los plátanos se venden á $\frac{5}{8}$ de una docena por $\frac{1}{5}$ de un peso. Á ese precio, ¿cuánto costarán 60 plátanos?

24. 3 veces $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, ¿es cuántas veces $\frac{2}{5}$?

25. $2\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{3} = ?$ $3\frac{1}{3} \times 6\frac{1}{2} = ?$ $6\frac{1}{3} - 5\frac{1}{4} = ?$

26. Gasté $\frac{1}{10}$ de $\frac{4}{5}$ de un peso, y con el resto compré naranjas á $\frac{3}{5}$ de peso la docena. ¿Cuántas docenas compré?

27. ¿Cuánto costarán $10\frac{1}{2}$ libras de azúcar á $6\frac{1}{2}$ centavos la libra?

28. Hay $16\frac{1}{2}$ piés en un rollo de alambre. ¿Cuántos piés habrán en 5 rollos iguales?

29. Si unos zapatos que costaron \$ $3\frac{3}{4}$ el par se venden á $\frac{5}{6}$ del costo, ¿cuántos pares se pueden comprar con \$25?

30. Horacio gana \$ $1\frac{1}{2}$ al día. ¿En cuántos días ganará \$50?

31. PROBLEMAS DIVERSOS.

1. Tres piezas de género tienen $44\frac{3}{4}$ varas, $39\frac{2}{9}$ varas, y $53\frac{1}{3}$ varas respectivamente; ¿cuántas varas son por todo?

2. Un campesino vendió dos cargas de heno, una en \$ $15\frac{3}{4}$ y otra en \$ $18\frac{2}{5}$, y recibió \$29; ¿cuánto se le debe todavía?

3. Pagué $\$ 365\frac{7}{8}$ por un caballo, y lo vendí por $\frac{4}{5}$ de lo que me costó; ¿cuánto perdí?
4. Divídanse $\frac{7}{12}$ de $2\frac{5}{8}$ por $\frac{5}{8}$ de $8\frac{3}{4}$.
5. Si un hombre viaja 680 leguas en $8\frac{3}{4}$ días, ¿qué distancia habrá viajado en $5\frac{1}{2}$ días?
6. Un minero extrajo $16\frac{1}{8}$, $21\frac{3}{16}$, y $18\frac{1}{3}$ onzas de oro. Perdió en el lavado $3\frac{3}{8}$ onzas. ¿Cuánto oro le quedó?
7. Gané en una semana $\$ 13\frac{2}{5}$, $\$ 15\frac{3}{9}$ en otra, $\$ 11\frac{2}{3}$ en otra, y $\$ 18\frac{1}{5}$ en otra; ¿cuánto gané en las cuatro semanas?
8. Luís vendió un caballo en $\$ 185\frac{3}{7}$, y perdió $\$ 9\frac{5}{9}$. ¿Cuánto le costó el caballo?
9. Un sastre compró 47 varas de género; guardó $8\frac{3}{8}$ varas, y vendió el resto á $\$ 3\frac{1}{3}$ la vara. ¿Cuánto sacó?
10. De 240 cordeles de terreno, $43\frac{2}{5}$ cordeles se vendieron á un hombre, y $\frac{1}{3}$ del resto á otro. ¿Cuántas cordeles quedan sin vender?
11. Un hacendado de Santa Clara tiene tres fincas; la primera le produce $219\frac{4}{9}$ fanegas de trigo; la segunda $407\frac{3}{9}$, y la tercera $328\frac{1}{8}$. Remitió $458\frac{5}{8}$ fanegas al molino, y vendió 189 fanegas. ¿Cuántas fanegas le quedaron sin vender?
12. Si los $\frac{5}{9}$ de un molino se tasan en $\$ 6335$, ¿cuánto valen tres cuartos del resto?
13. Una persona gastó $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{5}$, y $\frac{1}{4}$ de su dinero, y le quedaron $\$ 108$; ¿cuánto tuvo al principio?

14. Si $9\frac{1}{2}$ toneladas de heno valen $\$ 95$, ¿cuántas toneladas se pueden comprar por $\$ 108$?
15. Si $18\frac{2}{3}$ docenas de huevos valen $\$ 41\frac{2}{5}$, ¿cuánto costarán $13\frac{3}{4}$ docenas?
16. ¿Cuántas libras de mantquilla á $16\frac{2}{3}$ centavos la libra se darán por $24\frac{2}{3}$ libras de azúcar á $6\frac{1}{4}$ centavos la libra?
17. $1\frac{1}{4} \div 2\frac{2}{5} \times 8\frac{1}{2} = ?$
18. Multiplíquense $1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3}$ por $\frac{3}{7} \div 4\frac{1}{2}$.
19. Hállese el valor de $\frac{3}{8} \times 2\frac{5}{7} \div (1\frac{6}{7} - \frac{3}{4})$.
20. ¿Cuál es el valor de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{12} \div \frac{1}{18} \times 5\frac{1}{2}$?
21. ¿Cuántas semanas tardaré en gastar $\$ 182$, si mis gastos semanales son $\$ 22\frac{3}{4}$? Si mis entradas son $\$ 37\frac{1}{2}$ á la semana, ¿cuánto ahorraré en ese tiempo?
22. Compré la mitad de una abacería por $\$ 1100$. Al año vendí $\frac{1}{3}$ de mi parte en $\$ 500$. Á esa razón ¿cuánto vale la abacería? ¿Que parte de ella me queda?
23. La renta de una finca de Don Pedro este año es de $\$ 4500$. Un noveno de esta suma es igual á cuatro veces la renta de la huerta de Don Juan. ¿Cuál es la renta de la huerta? ¿Cuántas veces mayor es la renta de la finca que la de la huerta?
24. D. Juan tiene 48 años. La edad de su esposa y de sus hijos se expresa en partes de la suya como sigue: su esposa $\frac{1}{12}$ de su edad; Juan $\frac{3}{8}$; María $\frac{5}{16}$; Susana $\frac{1}{4}$ y Roberto $\frac{1}{8}$. ¿Cuál es la edad de cada uno? ¿Cuál es el total de sus edades?