XIII.—*Dados dos ángulos A y B* (fig. 102) *cuya suma es menor que dos ángulos rectos, construir un ángulo igual á su suplemento.*

Tómese una recta A B de longitud arbitraria; en sus extremos constrúyanse los ángulos A y B respectivamente iguales á los dados, y completando el triángulo, el ángulo A C B será el pedido, supuesto que

$$A+B+A\ C\ B=180^\circ$$

despejando á

$$A\ C\ B=180^\circ-(A+B).$$

En todos los problemas que hemos resuelto, podrán darse valores numéricos á los datos, debiendo emplearse en este caso la escala y el trasportador ademas del compás para su resolucion.

CUADRILATERO.

444.—*Se llama cuadrilátero una figura cerrada por cuatro líneas rectas* [fig. 103]. En los cuadriláteros se distinguen las siguientes figuras.

Se llama trapecio un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos [fig. 104].

Paralelógramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos (fig. 105).

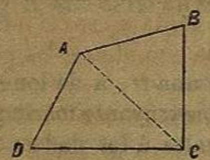

Figura 103.

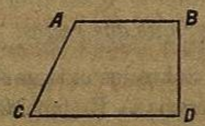

Figura 104.

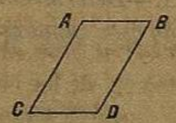

Figura 105.

Rombo es un paralelógramo que tiene los lados iguales entre sí (fig. 106) *y los ángulos diferentes.*

Rectángulo es un paralelógramo cuyos ángulos todos son rectos [fig. 107] *y los lados desiguales.*

Cuadrado es un paralelógramo que tiene iguales sus cuatro lados y sus cuatro ángulos [fig. 108].

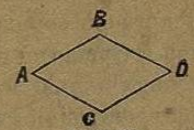

Figura 106.

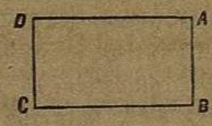

Figura 107.

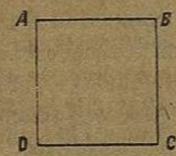

Figura 108.

Para que dos cuadriláteros sean iguales, es necesario que tengan iguales sus lados y sus ángulos, y que los ángulos iguales estén formados respectivamente por los lados iguales. En general, para probar que dos cuadriláteros son iguales, es preciso demostrar que sobreponiéndolos, coincidirian todos los extremos de los lados que los forman. Para construir un cuadrilátero, es indispensable conocer tres lados y dos ángulos, ó dos lados y tres ángulos; pero como los casos de igualdad de los cuadriláteros son algo complicados, generalmente lo que se hace es descomponerlos en dos triángulos, tanto para tratar de su igualdad como para construirlos conociendo algunos de sus elementos.

Las diagonales de un cuadrilátero generalmente son desiguales pero cada diagonal A C [fig. 103] es menor que la suma de los lados A D+D C ó que A B+B C con los que forma un triángulo, y mayor que su diferencia [426].

445.—*La suma de los ángulos de un cuadrilátero, es igual á cuatro rectos.*

Tirando la diagonal A C [fig. 103] el cuadrilátero quedará dividido en dos triángulos. Como la suma de los ángulos del cuadrilátero A+B+C+D es igual á la de los ángulos de que están formados los dos triángulos, y como la suma de los ángulos de cada triángulo vale dos rectos [433], resulta que los del cuadrilátero valdrán cuatro rectos.

446.—Las propiedades de los cuadriláteros son comunes á los paralelógramos, de los cuales pasamos á ocuparnos.

Dos paralelógramos son iguales cuando tienen un ángulo igual (fig. 109) *A=A' formado por lados respectivamente iguales, A B=A' B' y A C=A' C'.*

Por ser el ángulo A=A' si sobrepusiéramos las figuras haciendo coincidir los vértices de estos ángulos y el lado A C con A C', el lado A B tomaria la direccion A' B': por ser A C=A' C', el extremo C coincidiria con C': por ser A B=A' B', el punto B coincidiria con B'. Ahora bien: como por un punto no puede tirarse más de una paralela á otra recta, resulta que debiendo ser C D paralela á A B, cuya recta ha coincidido con A' B', tendrá que coincidir con C' D'; y por igual razon habiendo coincidido B con B', la paralela B D tendrá que coincidir con B' D', y en consecuencia, el punto de interseccion D coincidirá con D'; luego basta que dos paralelógramos tengan un ángulo igual formado por lados respectivamente iguales, para que sobreponiéndolos coincidan sus cuatro vértices.

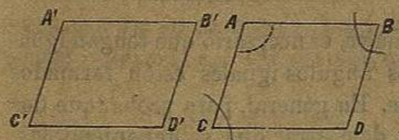
Figura 109.

447.—*En todo paralelógramo los ángulos opuestos son iguales.*

El ángulo C (fig. 109) y el ángulo B, que son opuestos, serán iguales por estar formados por lados paralelos y tener sus vértices vueltos en sentido contrario [420], y por la misma razon A será igual á D.

448.—Para facilitar á los alumnos las demostraciones de los siguientes teoremas, anticiparemos la marcha que en ellas vamos á seguir: 1° buscaremos los triángulos formados por las líneas que son objeto del teorema: 2° demostraremos qoe estos triángulos son iguales por estar comprendidos en uno de los cuatro casos de igualdad [440], y 3° fundándonos en que en triángulos iguales á ángulos iguales, están opuestos lados iguales y recíprocamente [387] deduciremos la conclusion del teorema.

449.—*En todo paralelógramo los lados opuestos son iguales.*

Tirando la diagonal A C [fig. 110] resultarán los triángulos A C B y A C D, que son iguales [384] por tener el lado A C comun, A C B=D A C y B A C=A C D, por ser la figura paralelógramo y tener la posicion de alternos internos. Siendo los triángulos iguales, los lados opuestos á ángulos iguales serán iguales, luego A B=D C y B C=D A, que es lo que se debia demostrar.

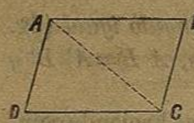
Figura 110.

450.—*Si dos lados de un cuadrilátero son iguales y paralelos, la figura sera paralelógramo.*

Sean [fig. 110] A D y B C iguales y paralelos, y vamos á demostrar que los otros dos lados A B y D C serán tambien paralelos.

Tirando la diagonal A C, el triángulo A C B será igual á A C D [385], por tener el ángulo

A C B=C A D, por alternos internos, formados por lados respectivamente iguales, A C comun y B C=A D. Siendo los triángulos iguales, á los lados B C y A D estarán opuestos ángulos iguales, B A C=A C D; pero como éstos tienen la posicion de alternos internos, se infiere que serán paralelos los lados A B y C D.

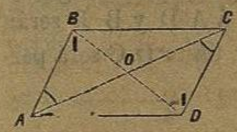
Figura 111.

451.—*Las diagonales de un paralelógramo se cortan en partes mútuamente iguales.*

De que los lados opuestos son iguales y paralelos, vamos á inferir [fig 111] que B O=O D y A O=O C. Los triángulos A O B y D O C son iguales [384] por tener el lado A B=D C adyacente á los ángulos O A B=O C D y O B A=O D C. Se tiene A B=D C por lados opuestos de paralelógramo, y los ángulos indicados son iguales por alternos internos. Siendo los triángulos iguales por ser lados opuestos á ángulos iguales, resulta que B O=O D y A O=O C.

452.—Las recíprocas de las cuatro últimas proposiciones son ciertas, y pueden demostrarse por reduccion al absurdo, ó de un modo semejante al empleado para demostrar las directas.

Así, pues, un cuadrilátero será paralelógramo: 1° siempre que sean iguales los ángulos ó los lados opuestos: 2° siempre que dos lados opuestos sean iguales y paralelos; y 3° *cuando las diagonales se corten en partes mútuamente iguales.*

453.—*La diagonal mayor de un paralelógramo está opuesta al mayor ángulo* [fig. 111].

Sea A C>B D, y vamos á demostrar que el ángulo A D C>B C D. Si consideramos los triángulos A C D y B D C, desde luego advertimos que los ángulos A D C y B C D están formados por el lado D C comun y A D=B C; luego conforme al teorema recíproco demostrado en el número 432, debe ser el ángulo A D C>B C D por estar opuesto el ángulo A D C al lado A C, que es mayor que B D.

454.—Siendo *el rombo un paralelógramo cuyos cuatro lados son iguales entre sí,* todas las propiedades de los paralelógramos son comunes á los rombos, resultando además de la igualdad de los lados, que:

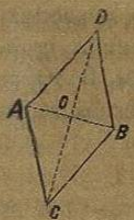
Figura 112.

En todo rombo las diagonales son perpendiculares entre sí.

Tirando las diagonales A B y C D [fig. 112], resultan los triángulos A O D y B O D que son iguales [386] por tener O D comun, A D=B D por lados del rombo, y A O=O B por partes de la diagonal (451). Siendo iguales los triángulos, los ángulos opuestos á A D y B D serán iguales, luego A O D=D O B, y por tanto D C será perpendicular á A B.

455.—Como *el rectángulo es un paralelógramo cuyos cuatro ángulos son rectos,* naturalmente participa de todas las propiedades del paralelógramo; pero además, demostraremos que:


Figura 113.

Las diagonales de un rectángulo son iguales.

Los triángulos rectángulos (fig. 113) A D C y D A B son iguales (385) por tener el ángulo A D C=D A B formado por A D, que es comun, y D C=A B como lados opuestos de paralelógramo. Siendo iguales estos triángulos, sus hipotenusas tambien lo serán, y se tendrá que A C=D B, que es lo que se debia demostrar.

456.—Siendo el *cuadrado un paralelógramo* (fig. 108) *cuyos lados y ángulos son iguales,* es una figura que tiene las propiedades del cuadrilátero, del paralelógramo, del rombo y del rectángulo.

457.—En resúmen en el *cuadrilátero* la suma de los 4 ángulos vale 4 rectos, sus lados, sus ángulos y sus diagonales son desiguales, así como las partes en que se cortan estas últimas.

En el *paralelógramo* los lados opuestos son paralelos, los ángulos y los lados opuestos son iguales; las diagonales son desiguales pero las partes en que se cortan son mútuamente iguales.

El *rombo,* además de las propiedades del paralelógramo, tiene la de que todos sus lados son iguales, y la de que las diagonales se cortan en ángulo recto.

El *rectángulo* tiene las propiedades del paralelógramo, y además, son iguales sus diagonales y ángulos.

El *cuadrado* tiene iguales los lados, los ángulos, las diagonales, las partes de éstas y los ángulos que forman.

Las recíprocas de todas las proposiciones establecidas desde el número 453, son ciertas y pueden demostrarse siguiendo el mismo método que para las directas ó por absurdo.

458.—Hemos dicho que *trapecio es un cuadrilátero, en el que solo dos de sus lados son paralelos.* Generalmente se llaman bases los lados paralelos.

Teorema.—*La recta E F* (fig. 114) *que une los medios de los lados, no paralelos de un trapecio, es paralela á las bases.*

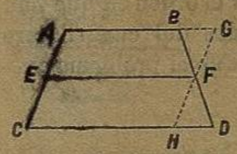
Figura 114.

Tenemos A B paralela á C D, A E=E C y B F=F D, y vamos á demostrar que E F es paralela á A B y á C D. Por el punto F tiremos H G paralela á A C, de lo que resultará que siendo A G H C paralelógramo G H=C A (449).

Los triángulos B F G y F D H son iguales (384) por tener B F=F D adyacente á los ángulos B F G=D F H por opuestos al vértice y F B G=F D H por alternos internos. De la igualdad de los triángulos, resulta F G=F H, ó F $G=\frac{GH}{2}=\frac{CA}{2}$; luego F G=E A, y como además de ser iguales estas rectas son paralelas, conforme á lo demostrado en el número 450, la figura A E F G será paralelógramo, por lo que E F será paralela á A B y (411) á C D.

459.—*La recta E F* (fig. 114) *tirada á distancias iguales de las bases, es igual á su semisuma.*

Tenemos

$$AB=AG-BG=EF-BG$$

$$CD=CH+HD=EF+BG$$

sumando estas ecuaciones

$$AB+CD=2\,EF$$

Despejando á

$$EF=\frac{AB+CD}{2}$$

que es lo que se debia demostrar.

460.—Problemas de cuadriláteros.—I.—*Construir un cuadrilátero, dada una diagonal* d *y la magnitud y órden de los cuatro lados* a, b, c *y* e (fig. 115).

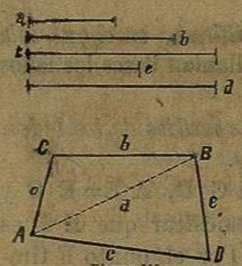
Figura 115.

Tómese A B=d, y haciendo centro en sus extremos y con los rádios a y b, c y e, trácense los arcos de círculo que se cortarán en C y en D. Reuniendo estos puntos con A y con B, se tendrá el cuadrilátero pedido. Debemos hacer notar que es preciso conocer el órden en que han de quedar colocados los lados del cuadrilátero respecto á la diagonal, para que el problema quede bien determinado.

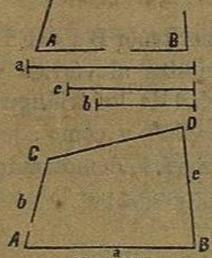
Figura 116.

II.—*Construir un cuadrilátero en el que se conoce un lado* a *y los dos ángulos y lados adyacentes: A y B,* b *y* c (fig. 116).

Sobre A B=a constrúyanse los ángulos A y B respectivamente iguales á los lados. Tómese A C=b y B D=c, y reuniendo los extremos C y D se tendrá el cuadrilátero pedido.

III.—*Construir un paralelógramo, dados dos lados* a, b *y el ángulo C que forman* [fig. 117].

Tómese C D=a, constrúyase en el extremo C un ángulo igual al dado; tómese B C=b, y tirando por los puntos B y D paralelas á los lados D C y B C, se tendrá el paralelógramo pedido.

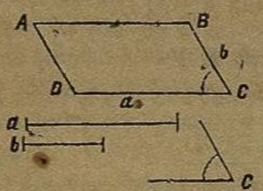
Figura 117.

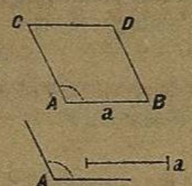
Figura 118.

IV.—*Construir un rombo, dados un lado* a *y un ángulo A* [fig. 118].

Sobre A B=a, constrúyase el ángulo A: tómese A C=A B y por los puntos B y C tírense las rectas B D y C D paralelas á los lados opuestos. A B D C será el rombo pedido.

V.—*Construir un rombo, conocidas sus dos diagonales* a *y* b (fig. 119)

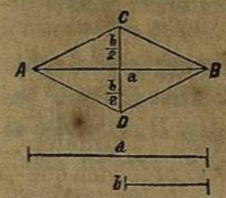
Figura 119.

Tómese A B=a; levántese por su medio una perpendicular llevando la mitad de b hacia arriba hasta C, y la otra mitad hácia abajo hasta D, y reuniendo estos puntos con A y con B, se tendrá el rombo pedido.

VI.—*Construir un rectángulo dados dos lados* a *y* b (fig. 120).

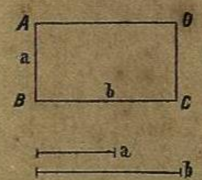
Figura 120.

Tómese A B=a, prolónguese esta línea y levántese por B la perpendicular B C=b, y tirando por C y por A las paralelas C D y A D á los lados opuestos, se tendrá el rectángulo pedido.

VII.—*Construir un rectángulo, dado un lado y una diagonal.*

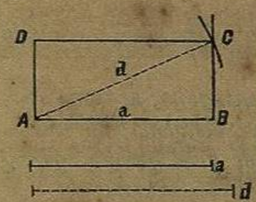
Figura 121.

Sean *a* el lado conocido y *d* la diagonal (fig. 121). Tómese A B=a, en el punto B constrúyase un ángulo recto, y haciendo centro en A y con un radio igual á d, trácese un arco de círculo, y por el punto C, donde corta á la perpendicular tírese una recta paralela á A B, y por A otra paralela á B C, con lo que quedará formado el rectángulo A B C D.

VIII.—*Construir un cuadrado conociendo uno de sus lados* a (figura 122).

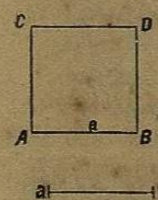
Figura 122.

Tómese A B=a, levántense las perpendiculares A C y B D tambien iguales á a, y reuniendo C y D se tendrá el cuadrado pedido.

IX.—*Construir un trapecio, conocidas las dos bases* b *y* b' *uno de los lados* a *y el ángulo A que este lado forma con una de las bases* b [figura 123].

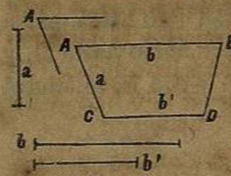

Figura 123.

Tómese A B=b; constrúyase en A un ángulo igual al lado; tómese A C=a; tírese C D=b' paralela á A B, y reuniendo B y D se tendrá el trapecio pedido.

POLIGONOS.

461.—Definiciones.—Se llama *polígono toda figura plana cerrada por más de cuatro líneas rectas.*

Si el polígono tiene *cinco* lados, se le llama *pentágono;* si tiene *seis, exágono;* si tiene *siete, heptágono;* si es de *ocho, octágono;* de *nueve, eneágono;* de *diez, decágono;* de *doce, dodecágono,* y de *quince, pentedecágono.*

Los polígonos pueden ser *convexos ó cóncavos.* Son *convexos* aquellos que tienen todos sus ángulos *salientes* (fig. 124), y *cóncavos* los que tienen uno ó varios ángulos *entrantes* (fig. 125).

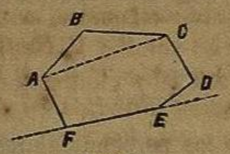

Figura 124.

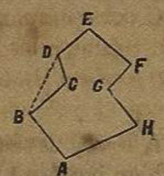

Figura 125.

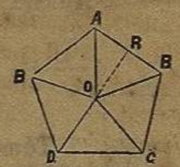

Figura 126.

Polígonos *regulares son los que tienen iguales sus lados y sus ángulos, é irregulares los que los tienen desiguales.*

Se llama *diagonal* la recta como A C [fig. 124] que va de un vértice á otro; *perímetro es la línea quebrada formada por la reunion de todos los lados que cierran la figura.*

En los polígonos regulares [fig. 126] se llama *radio oblícuo la recta que va del punto O llamado centro, á uno de los vértices.* El punto O se denomina centro por estar á igual distancia de todos los ángulos. Se llama *apotema ó radio recto la línea que va del centro á la mitad de un lado.*

En lo que sigue, solo consideraremos los polígonos *convexos;* éstos se distinguen de los *cóncavos* en que no tienen ángulos entrantes; en que los vértices de los ángulos están colocados en distintas regiones de cualquiera de las diagonales que se tire, esto es, unos como B (fig. 124), estarán arriba, y otros abajo de la diagonal A C como F, E, etc.; y en que si se prolonga cualquiera de los lados, F E por ejemplo, todos los vértices quedan en la misma region, la superior en el caso que tratamos. En los polígonos cóncavos (fig. 125) hay siempre alguna diagonal, como B D, respecto de la que todos los ángulos quedan en la misma region; y hay tambien algun lado, como C D, respecto del que prolongándolo vienen á quedar unos vértices de un lado y otros del contrario.

462.—En los polígonos regulares se llama ángulo del centro (figura 126) el formado por dos radios oblícuos O A y O B que son contiguos.

La suma de todos los ángulos del centro vale cuatro rectos [391] y como más adelante veremos que todos los triángulos A O B, B O C, C O D, etc., son iguales, resulta que cada uno de los ángulos del centro vale cuatro rectos divididos por el número de lados.

463.—*La suma de todos los ángulos interiores de un polígono, vale tantas veces dos ángulos rectos, como lados tiene ménos dos.*

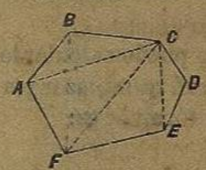

Figura 127.

[Fig. 127]. Si desde uno cualquiera de sus vértices, C por ejemplo, se tiran diagonales, como no pueden tirarse á los dos vértices B y D contiguos, pues se confundirian con los lados C B y C D, resulta que el *polígono quedará dividido en tantos triángulos como lados tiene ménos dos.*

Por otra parte, la suma de los ángulos interiores del polígono, es igual á la de los ángulos de los triángulos en que se ha dividido el polígono; y como los ángulos de cada triángulo valen dos rectos, y hay tantos triángulos como lados tiene el polígono ménos dos; resulta que los ángulos interiores del polígono valen tantas veces dos rectos como lados tiene ménos dos.

Si se designa por S la suma de los ángulos interiores de un polígono y por n el número de sus lados, conforme al teorema que acabamos de demostrar, se tiene:

$$S = 2\,r\,[n-2]$$

ó

$$S = 2\,r\,n - 4\,r$$

r representa un ángulo recto ó 90° en estas fórmulas.

464.—*Si se prolongan en la misma direccion todos los lados de un polígono convexo A, B, C, D....* (fig. 128) *la suma de los ángulos exteriores, cualquiera que sea el número de lados, es igual á cuatro rectos.*

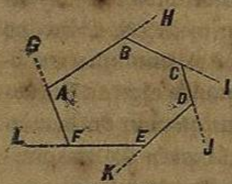

Figura 128.

La suma de los dos ángulos formados en el vértice A, de los que uno es exterior y otro interior del polígono, valen juntos dos rectos [389], esto es, B A G + B A F=2 rectos; igualmente los ángulos exterior é interior del vértice B, esto es, C B H + C B A=2 rectos; otro tanto sucede con los ángulos formados en C, en D, en E y en F. Así, pues, la suma total de los ángulos exteriores é interiores de un polígono, vale tantas veces dos rectos como vértices ó lados hay. Si representamos por e la suma de los ángulos exteriores, y por i la de los interiores, tendremos:

$$e + i = n.\ 2 \text{ rectos}$$

despejando á

$$e = n.\ 2 \text{ rectos} - i$$

pero la suma de los ángulos interiores $i = 2$ rectos $[n-2]$; (463) luego sustituyendo

$$e = n.\ 2 \text{ rectos} - 2 \text{ rectos } [n-2]$$

$$e = n.\ 2 \text{ rectos} - n.\ 2 \text{ rectos} + 4 \text{ rectos.}$$

de donde

$$e = 4 \text{ rectos,}$$

que es lo que se debia demostrar.

465.—Por medio de la fórmula del número 463, se puede calcular lo que vale el ángulo de un polígono regular; pues bastará reemplazar por n el número de lados del polígono, y por r, 90°. La fórmula es:

$$S = 2\,r\,[n-2]$$

Para el triángulo, siendo $n = 3$ $\quad S = 180°$

de donde un ángulo $= \frac{180°}{3} = 60°$

Para el cuadrado $S = 180° \times 2 = 360°$

un ángulo $= \frac{360°}{4} = 90°$

Para el pentágono $S = 180° \times 3 = 540°$

un ángulo $= \frac{540°}{5} = 108°$

y como en general $A = \frac{2\,r\,(n-2)}{n} = 2$ rectos$-\frac{4 \text{ rectos}}{n}$, desde que $n > 4$, el término $\frac{4 \text{ rectos}}{n}$ es menor que un recto, resulta que los ángulos de un polígono regular de más de cuatro lados, forzosamente son obtusos.

466.—Para que dos polígonos sean iguales, es preciso que tengan iguales sus lados y los ángulos adyacentes á cada lado dispuestos en el mismo órden. Cuando se descomponen en triángulos, bien sea por medio de diagonales ó por rectas tiradas desde un punto interior, dos polígonos serán iguales cuando estén compuestos del mismo número de triángulos iguales, y dispuestos ó reunidos de un modo semejante; pues entónces podrá probarse que si se sobrepusieran los dos polígonos, coincidirian en todos sus puntos, por ser iguales los triángulos de que están formados.

467.—Problemas de polígonos.—I.—*Determinar la suma de todos los ángulos de un polígono de 7 lados, y de otro de* 11.

La fórmula correspondiente es $\quad S = 2\,r\,(n-2)$

Sustituyendo para el heptágono $\quad S = 2.90° \times 5 = 900°$

Id. para el polígono de 11 lados $\quad S = 2.90° \times 9 = 1620°$

II.—*Determinar lo que vale un ángulo del polígono regular de* 6 *y del de* 8 *lados.*

Determinaremos primero lo que vale la suma de todos los ángulos, y dividiéndola por el número de lados obtendremos el valor de un solo ángulo.

Llamándolo A, tendremos:

$$A = \frac{S}{n} = \frac{2\,r\,(n-2)}{n}$$

Para el exágono sustituyendo $A = \frac{180° \times 4}{6} = 120°$

Para el octágono ,, $\quad A = \frac{180° \times 6}{8} = 135°$

III.—*Determinar el valor de un ángulo externo de un polígono regular de 5 lados.*

La suma de todos los ángulos externos vale 4 rectos (464), ó 360°, y como estos ángulos son iguales, uno valdrá $\frac{360}{5}=72°$

IV.—*Construir un polígono igual á otro dado, A B C D E F* (figura 129).

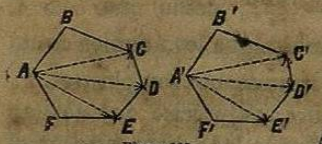

Figura 129.

A este fin, desde uno cualquiera de los vértices, A, por ejemplo, se tiran diagonales á todos los demás, con lo que quedará dividido en triángulos. Tómese A' B'= A B, y como se conocen los tres lados del triángulo A B C, se construirá el triángulo igual A' B' C'. Sobre A' C' se construirá un triángulo A' C' D' igual á A C D, cuyos tres lados se conocen, y así sucesivamente se construirán los demás triángulos hasta completar el polígono A' B' C' D' E' F', que será igual al dado por estar formado de triángulos iguales dispuestos en el mismo órden.

V.—*Construir un polígono regular de seis lados, conocida la longitud de uno de los lados:* a (fig. 130).

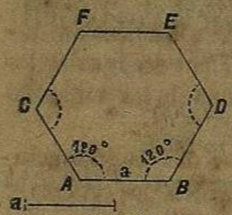

Figura 130.

Comenzaremos por determinar el valor de uno de los ángulos por la fórmula

$$A=\frac{S}{n}=\frac{2\,r\,(n-2)}{n}=\frac{180°\times 4}{6}=120°$$

En seguida tomaremos A B=a; en sus dos extremos construiremos ángulos de 120° por medio del trasportador; tomaremos A C y B D iguales á a; en C y D construiremos ángulos de 120°; tomaremos C F y D E iguales á a; y tirando F E tendremos el exágono regular pedido. E F debe como comprobacion resultar igual á a.

CIRCUNFERENCIA DEL CIRCULO.

Líneas rectas consideradas en el círculo.

468.—Hemos dicho que *se llama circunferencia de círculo una curva cerrada cuyos puntos todos están en un plano á igual distancia del centro*; y que *círculo es la porcion de superficie comprendida dentro de la circunferencia.*

En el número 369 igualmente hemos dado las definiciones de *radio, diámetro, arco, cuerda, sector, segmento, sagita y cuadrante;* por lo que ahora solo repetiremos que *se llama secante una recta A B, que cortando la circunferencia en dos puntos* [fig. 131], *tiene parte dentro y parte fuera del círculo;* y que se *entiende por tangente una recta que solo toca a la circunferencia, en un punto M como D H.*

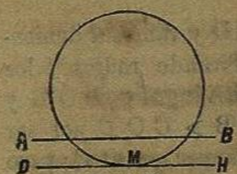

Figura 131.

469.—*Dos círculos descritos con el mismo radio son iguales;* porque si se sobrepusieran haciendo coincidir los centros, por ser iguales los radios, todos los puntos de una de las circunferencias coincidirían con los de la otra.

Así, pues, para probar que dos círculos coinciden al sobreponerlos, bastará demostrar que coinciden los centros y un punto de cada una de las circunferencias.

Para que dos arcos coincidan en todos sus puntos, bastará igualmente que puedan coincidir los centros de los círculos á que pertenecen, y sus puntos extremos.

De la definicion de circunferencia resulta que *todos los radios de un mismo círculo son iguales,* y como todo diámetro es igual á dos radios, es claro que *todos los diámetros de un mismo círculo ó de círculos iguales, son iguales.*

Ya demostramos en el número 373, que *el diámetro es la mayor de todas las cuerdas, y que divide la circunferencia en dos partes iguales.*

De esto resulta que *toda cuerda que no es diámetro subtende dos arcos desiguales;* pero cuando no se expresa lo contrario, se entiende que se trata del arco menor de los dos que subtende la cuerda.