

III.—Determinar el valor de un ángulo externo de un polígono regular de 5 lados.

La suma de todos los ángulos externos vale 4 rectos (464), ó 360°, y como estos ángulos son iguales, uno valdrá $\frac{360}{5}=72^\circ$

IV.—Construir un polígono igual á otro dado, $A B C D E F$ (figura 129).

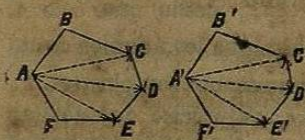


Figura 129.

A este fin, desde uno cualquiera de los vértices, A, por ejemplo, se tiran diagonales á todos los demás, con lo que quedará dividido en triángulos. Tómese $A' B' = A B$, y como se conocen los tres lados del triángulo $A B C$, se construirá el triángulo igual $A' B' C'$. Sobre $A' C'$ se construirá un triángulo $A' C' D'$ igual á $A C D$, cuyos tres lados se conocen, y así sucesivamente se construirán los demás triángulos hasta completar el polígono $A' B' C' D' E' F'$, que será igual al dado por estar formado de triángulos iguales dispuestos en el mismo orden.

V.—Construir un polígono regular de seis lados, conocida la longitud de uno de los lados: a (fig. 130).

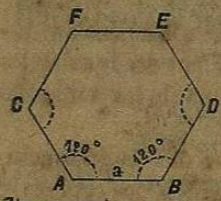


Figura 130.

Comenzaremos por determinar el valor de uno de los ángulos por la fórmula

$$A = \frac{S}{n} = \frac{2r(n-2)}{n} = \frac{180^\circ \times 4}{6} = 120^\circ$$

En seguida tomaremos $A B = a$; en sus dos extremos construiremos ángulos de 120° por medio del trasportador; tomaremos $A C$ y $B D$ iguales á a ; en C y D construiremos ángulos de 120° ; tomaremos $C F$ y $D E$ iguales á a ; y tirando $F E$ tendremos el exágono regular pedido. $E F$ debe como comprobación resultar igual á a .

CIRCUNFERENCIA DEL CIRCULO.

Líneas rectas consideradas en el círculo.

468.—Hemos dicho que se llama *circunferencia de círculo* una curva cerrada cuyos puntos todos están en un plano á igual distancia del centro; y que *círculo* es la porción de superficie comprendida dentro de la circunferencia.

En el número 369 igualmente hemos dado las definiciones de *radio*, *diámetro*, *arco*, *cuerda*, *sector*, *segmento*, *sagita* y *cuadrante*; por lo que ahora solo repetiremos que se llama *secante* una recta $A B$, que cortando la circunferencia en dos puntos [fig. 131], tiene parte dentro y parte fuera del círculo; y que se entiende por *tangente* una recta que solo toca a la circunferencia, en un punto M como $D H$.

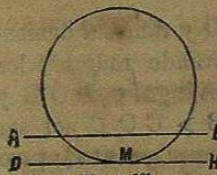


Figura 131.

469.—Dos círculos descritos con el mismo radio son iguales; porque si se sobrepusieran haciendo coincidir los centros, por ser iguales los radios, todos los puntos de una de las circunferencias coincidirían con los de la otra.

Así, pues, para probar que dos círculos coinciden al sobreponerlos, bastará demostrar que coinciden los centros y un punto de cada una de las circunferencias.

Para que dos arcos coincidan en todos sus puntos, bastará igualmente que puedan coincidir los centros de los círculos á que pertenecen, y sus puntos extremos.

De la definición de circunferencia resulta que *todos los radios de un mismo círculo son iguales*, y como todo diámetro es igual á dos radios, es claro que *todos los diámetros de un mismo círculo ó de círculos iguales, son iguales*.

Ya demostramos en el número 373, que *el diámetro es la mayor de todas las cuerdas*, y que *divide la circunferencia en dos partes iguales*.

De esto resulta que *toda cuerda que no es diámetro subtende dos arcos desiguales*; pero cuando no se expresa lo contrario, se entiende que se trata del arco menor de los dos que subtende la cuerda.

470.—Una recta AB [fig. 132] no puede cortar la circunferencia del círculo en más de dos puntos.

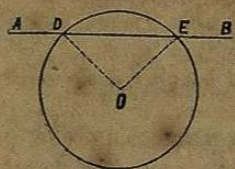


Figura 132.

Si la recta AB pudiera cortar ó tocar á la circunferencia en tres ó más puntos, tirando desde el centro rectas como OD , OE , todas estas rectas serian radios, y por tanto iguales; pero esto no es posible, porque como hemos demostrado en el número 402, desde un punto O no se pueden tirar á una línea BA , más que dos rectas iguales, que son las oblicuas que se separan igualmente del pié de la perpendicular.

471.—En el número 380 demostramos que en un mismo círculo ó en círculos iguales á arcos iguales, corresponden cuerdas iguales y recíprocamente, y ahora demostraremos el siguiente

TEOREMA.—En un mismo círculo, ó en círculos iguales al arco mayor corresponde la cuerda mayor y recíprocamente, con tal que los arcos sean menores que una semicircunferencia.

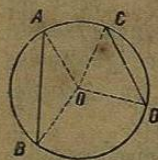


Figura 133.

Sea figura 133 el arco $AB > CD$ y vamos á demostrar que la cuerda $AB > CD$. Tirando radios á los puntos A , B , C y D , resultan dos triángulos AOB y COD , en los que el ángulo $AOB > COD$ por ser el arco AB , medida del primero, mayor que CD ; pero los lados que forman el ángulo AOB son iguales á los que forman el ángulo COD , luego conforme al teorema del número 432, tendremos el lado $AB > CD$, que es lo que se debia demostrar. Si los círculos fueran iguales, bastaria comenzar por sobreponerlos, y en seguida se daría la anterior demostracion.

472.—Dos cuerdas iguales de un mismo círculo están equidistantes del centro.

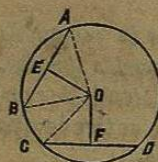


Figura 134.

Como la distancia de un punto á una recta se mide por la perpendicular bajada del punto á la recta, siendo $AB = CD$ [fig. 134], tendremos que demostrar que OE , perpendicular á AB , será igual á OF , perpendicular á CD . Tirando OB y OC resultan dos triángulos OBE y OCF , que serán iguales [442—3°] por

ser rectángulos y tener iguales las hipotenusas por radios y el cateto $BE = CF$, por ser mitades de cuerdas iguales $AB = CD$ (427).

Siendo los triángulos iguales, se infiere que el lado OE será igual á OF .

473.—De dos cuerdas desiguales la mayor está más cerca del centro.

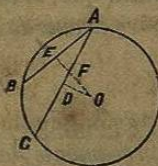


Figura 135.

Figura 135. Sea $AC > AB$, y vamos á probar que OD , perpendicular á AC , es menor que OF , perpendicular á AB . Tenemos que por ser la cuerda $AB < AC$ el arco AB será menor que AC y la cuerda AB quedará dentro del arco ABC . Además $OD < OE$, porque la perpendicular es menor que cualquiera oblicua; y como $OF < OE$ se infiere que $OD < OF$. Recíprocamente la cuerda ménos distante del centro será la mayor, supuesto que no puede ser igual ni menor que la que dista más.

474.—De todas las cuerdas tiradas desde un punto interior A , del círculo, la mayor es la BC (fig. 136) que pasa por el centro, y la menor la DE , perpendicular al diámetro.

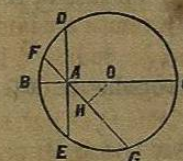


Figura 136.

BC es mayor que cualquiera otra cuerda, porque el diámetro es la mayor de todas las cuerdas. Ahora, para demostrar que DE es menor que otra cualquiera como FG , bajemos OH , perpendicular á FG y tendremos que siendo OH perpendicular y OA oblicua con respecto á FG $OH < OA$; luego por estar más cerca del centro FG que DE (473) será: $FG > DE$.

475.—Toda recta CD (fig. 137), perpendicular á la mitad de una cuerda AB , pasará por el centro del círculo y por el medio del arco que la cuerda subtende

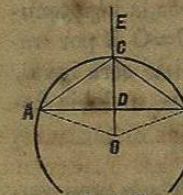


Figura 137.

Siendo por el supuesto CD perpendicular á la mitad de AB , debe pasar por todos los puntos equidistantes de A y de B (403—1°) y como el centro es uno de ellos, resulta que forzosamente pasará por el centro. El punto C , donde la misma perpendicular corta la circunferencia por igual razon estará equidistante de A y de B ; luego la cuerda $AC = CB$ y siendo iguales las cuerdas lo serán los arcos que cada una de ellas subtende.

476.—Supuesto que dos puntos fijan la posición de una recta, y que la mitad de la cuerda, el centro y el medio del arco están en la misma recta, resulta que siempre que una recta pase por dos de estos puntos, forzosamente pasará por el tercero.

477.—Como desde un punto no se puede bajar más que una sola perpendicular á una recta (396), de lo que precede resulta que toda perpendicular bajada del centro ó del medio de un arco sobre la cuerda, caerá en la mitad de dicha cuerda.

478.—El radio tirado al punto de contacto A (fig. 138) de la circunferencia con la tangente es perpendicular á esta; y recíprocamente la tangente será perpendicular al radio tirado al punto de contacto.

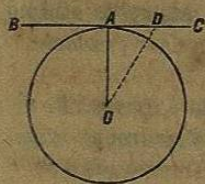


Figura 138.

Siendo BC tangente al círculo, no lo tocará más que en un solo punto A ; luego si desde el centro tiramos varias rectas á la línea BC , cualquiera otra, como OD , que no sea el radio OA , deberá tener parte dentro y parte fuera de la circunferencia, por lo que $AO < OD$; y como (398) la perpendicular es la menor distancia de un punto á una recta, se infiere que el radio OA será perpendicular á la tangente.

La recíproca de esta proposición está fundada en el teorema del número 394.

479.—Si desde un punto A exterior á un círculo se tiran dos tangentes, las porciones de estas AB y AC (fig. 139) comprendidas entre el punto común A y los de contacto serán iguales.

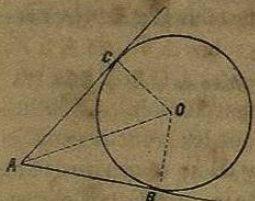


Figura 139.

Tirando la recta OA y los radios OC y OB , resultarán dos triángulos AOB y AOC , que serán iguales (442—3°) por ser rectángulos, uno en B y otro en C (478); por tener la hipotenusa AO común, y un cateto $OC=OB$ por radios; luego el tercer lado también será igual, esto es, $AB=AC$, que es lo que se debía demostrar.

480.—Los arcos AB y CD (fig. 140) de un mismo círculo comprendidos entre paralelas son iguales.

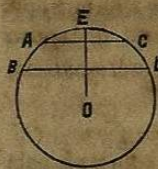


Figura 140.

Si desde el centro O tiramos una recta OE perpendicular á la cuerda BD , lo será también á AC [409] por ser ambas paralelas. Además esta perpendicular bajada desde el centro pasará por la mitad de la cuerda y por el medio del arco que cada una subtende [477 y 476], luego

$$BE = ED$$

$$AE = EC$$

y

restando la segunda ecuación de la primera, se tiene

$$AB = CD$$

que es lo que se debía demostrar.

481.—Los arcos AB y BC [fig. 141] comprendidos entre una cuerda y una tangente que le es paralela, son iguales.

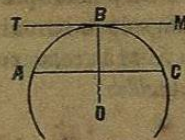


Figura 141.

Si desde el centro tiramos el radio OB , este será perpendicular á la tangente [478] y á la cuerda, por ser estas paralelas. Además, por ser perpendicular el radio á la cuerda [476] tendremos $AB=BC$.

482.—PROBLEMAS DE LÍNEAS EN EL CÍRCULO.—I.—Dados dos arcos de un mismo círculo ó de círculos iguales, determinar la relación numérica de sus longitudes.

No pudiendo hacerse con el compás la sobreposición de los arcos, como lo hemos hecho [363] con las rectas, la supliremos con la de las cuerdas que siendo iguales corresponden á arcos iguales [fig. 142]. Llevaremos la cuerda del arco menor CD , dos veces sobre AB , de A á E ; y el arco AE estará compuesto de dos partes iguales á CD y una resta, por lo que

$$AB = 2CD + EB$$

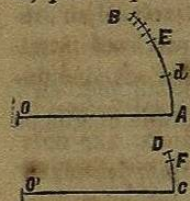


Figura 142.

Se tomará la cuerda de la resta EB para llevarla de C á F sobre CD . Efectuado esto una vez, queda por resta el arco FD , de donde

$$CD = EB + FD$$

Finalmente, como la cuerda de la segunda resta $F D$ se puede llevar cuatro veces sobre la anterior $E B$, se tendrá:

$$E B = 4 F D$$

Sustituyendo este valor en el penúltimo, y luego ese en el anterior, etc., se tiene sucesivamente:

$$E B = 4 F D, C D = 5 F D, A B = 14 F D.$$

La comun medida de los arcos $A B$ y $C D$ es $F D$ que, segun se ha visto, está contenida 14 veces en el primero y 5 en el segundo.

Cuando se encuentra una resta que está contenida un número cabal de veces en la anterior, la operacion queda concluida y los arcos serán *commensurables*; pero si despues de llevar una resta sobre otra una ó más veces, se llega á obtener una, que por ser muy pequeña, ó no influye en el resultado práctico de la cuestion propuesta, ó no puede apreciarse por los sentidos, se desprecia, y la relacion hallada solo es aproximada. Cuando no hay números que expresen con exactitud la relacion de la longitud de los arcos, se dice que son *incommensurables*.

II.—Sobre una recta dada $A B$ [fig. 143] como diámetro, trazar un círculo.



Figura 143.

Haciendo centro en los extremos de la recta, y con un radio $A E$ mayor que su mitad se describen arcos que se corten arriba y abajo de ella en los puntos E y F : la recta que pasa por estos puntos determina en O la mitad de $A B$ [404]. Haciendo centro en O y con el radio $O B$, se trazará el círculo pedido.

III.—Dado el punto D [fig. 144] interior de un círculo, determinar la menor cuerda que por él pueda tirarse.

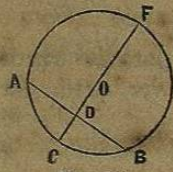


Figura 144.

Tirando por D el diámetro $C F$, y levantando en D una perpendicular al diámetro, se tendrá la cuerda pedida [474].

IV.—Dividir un arco de círculo $A B$ (fig. 145) en dos partes iguales.

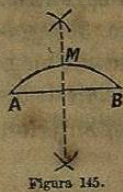


Figura 145.

Tírese la cuerda $A B$, y levantando por su medio una perpendicular, ésta determinará en M la mitad del arco dado (475).

Del mismo modo se dividirá $A M$ en otras dos partes iguales, y así se concibe cómo puede dividirse un arco no solo en 2, sino tambien 4, 8, etc., partes iguales.

V.—Dado el arco $A B$, determinar otro igual desde el punto D (figura 146).



Figura 146.

Tomando la cuerda $A B$, se llevará de D á E , y el arco $D E$ será el pedido.

Puede resolverse el problema tambien tirando la línea $A D$ y por B una paralela que determinará el punto E del arco $D E = A B$ (480).

ANGULOS EN EL CIRCULO.

483.—Ya hemos visto (378) que por ser proporcionales las magnitudes de los ángulos cuyos vértices están en el centro de un círculo, á las de los arcos que sus lados abrazan, se toman estos arcos como medida de los ángulos; pero para esto es necesario que el vértice esté en el centro del círculo. Vamos á ocuparnos ahora de determinar la relacion que existe entre la medida de un ángulo cuyo vértice está en cualquier punto de un círculo con la del ángulo del centro; repitiendo que la unidad de medida adoptada tanto para los arcos como para los

ángulos, es la trescientos sesentava parte de la circunferencia, llamada grado, el cual se subdivide en 60 minutos y el minuto en 60 segundos, y como una circunferencia grande ó pequeña tiene siempre 360 grados, resulta que esta unidad no es absoluta, es decir, no tiene una magnitud fija, sino relativa, y por esto sirve para estimar la relacion de inclinacion entre dos líneas, ó la de magnitud entre dos arcos de un mismo círculo ó de círculos iguales.

484.—El ángulo cuyo vértice está en la circunferencia, tiene por medida la mitad del arco que sus lados abrazan. A esta clase de ángulos se les llama inscritos.

Tres son las posiciones que el ángulo inscrito puede tener con respecto al ángulo en el centro, cuya medida natural es el arco que sus lados abrazan:

1° Puede quedar el centro sobre uno de los dos lados del ángulo (figura 147).

2° Puede quedar el centro dentro del ángulo (fig. 148), y

3° Puede quedar el centro fuera del ángulo [fig. 149].

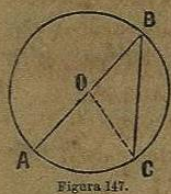


Figura 147.

Consideraremos 1° el ángulo A B C (fig. 147) en el que el centro O queda sobre el lado B A. Tirando el radio O C resultará el triángulo C O B isósceles, en el que el ángulo inscrito B es igual á C, y el ángulo externo del triángulo

$$A O C = B + C = 2 B \quad (434)$$

de donde despejando:

$$B = \frac{A O C}{2}$$

pero teniendo A O C por medida A C, la del ángulo inscrito B será $\frac{A C}{2}$, que es lo que se tenía que demostrar.

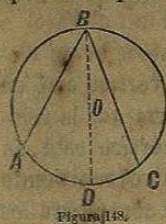


Figura 148.

En el 2° caso, cuando el centro está dentro del ángulo A B C [fig. 148], se tiene, tirando el diámetro B D, que

$$A B C = A B D + D B C$$

pero acabamos de ver que la medida de A B D es $\frac{A D}{2}$ y la de D B C es $\frac{D C}{2}$; luego la medida de A B C será $\frac{A D}{2} + \frac{D C}{2} = \frac{A C}{2}$



Figura 149.

3° Sea el caso en que el centro esté fuera del ángulo A B C [fig. 149]. Tirando el diámetro B D se tiene

$$A B C = A B D - C B D$$

pero conforme al primer caso, la medida de A B D es $\frac{A D}{2}$, y la de C B D es $\frac{C D}{2}$; luego la medida de A B C será $\frac{A D}{2} - \frac{C D}{2} = \frac{A C}{2}$

Así pues, en cualquier caso la medida del ángulo inscrito es la mitad del arco que sus lados abrazan.

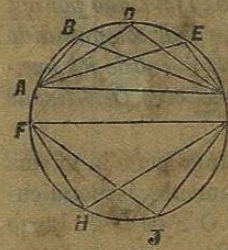


Figura 150.

485.—De aquí se infiere: 1° que todos los ángulos, como [fig. 150] B, D y E, que tienen sus vértices sobre la circunferencia y que abrazan el mismo arco, serán iguales por tener la misma medida; y 2°, que todo ángulo inscrito, como H ó J, cuyos lados rematan en las extremidades de un diámetro, es recto, supuesto que tiene por medida la mitad de una semicircunferencia.

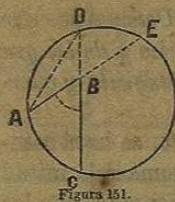


Figura 151.

486.—El ángulo A B C [fig. 151] cuyo vértice está dentro de la circunferencia, pero no en el centro, tiene por medida la mitad de la suma de los arcos A C y D E, que comprenden sus lados prolongados.

Al ángulo A B C se le llama excéntrico.

Tirando la cuerda A D se forma el triángulo A B D en el que [434] el ángulo externo

$$A B C = D + A$$

pero como la medida de D es $\frac{A C}{2}$ y la de A es $\frac{D E}{2}$, se tiene que la medida de A B C será $\frac{A C}{2} + \frac{D E}{2}$

487.—El ángulo A B C [fig. 152] formado por dos secantes, tiene por medida la semidiferencia de los arcos A C y D E que sus lados abrazan.

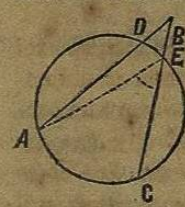


Figura 152.

Tirando la cuerda A E resulta el triángulo A E B en el que el ángulo externo [434]

$$A E C = B + A$$

despejando á $B = A E C - A$

pero siendo [484] la medida de A E C, $\frac{A C}{2}$ y la de A, $\frac{D E}{2}$, resulta que la medida de B será $\frac{A C}{2} - \frac{D E}{2}$

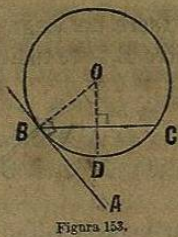


Figura 153.

488.—El ángulo $A B C$ (fig. 153) formado por tangente y cuerda tiene por medida la mitad del arco que la cuerda subtende.

Tirando el radio $O B$, perpendicular á la tangente, y el $O D$ perpendicular á la cuerda, resulta un ángulo $B O D = A B C$; [422] pero siendo la medida de $B O D$, $B D = \frac{B C}{2}$ [475], la medida de $A B C$ será también $\frac{B C}{2}$.

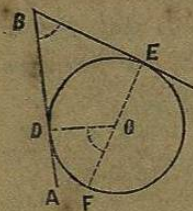


Figura 154.

489.—El ángulo $A B C$ (fig. 154) formado por dos tangentes, tiene por medida el arco $D F$ comprendido entre uno de los radios $D O$, tirado á uno de los puntos de contacto, y la prolongación del otro $O E$ tirado al otro punto de contacto.

El ángulo $B = D O F$ por ser ángulo de la misma especie cuyos lados son respectivamente perpendiculares; [422] pero la medida de $D O F$ es $D F$, luego la del ángulo B será también $D F$.

490.—PROBLEMAS DE MEDIDAS DE ÁNGULOS.—I.—Determinar con el trasportador el valor del ángulo inscrito, del excéntrico y de los que están formados respectivamente por dos secantes, por tangente y cuerda, y por dos tangentes.

Para saber el número de grados de un ángulo *inscrito*, se hará coincidir el centro del trasportador con el del círculo, y se tomará la mitad del número de grados que correspondan al arco interceptado por los lados del ángulo [484].

En un ángulo *excéntrico* se prolongarán sus lados, y determinando con el trasportador el valor de los dos arcos interceptados, se tomará la mitad de la suma [486].

En el ángulo formado por dos secantes se medirán con el trasportador los dos arcos interceptados y se tomará la mitad de su diferencia [487].

En el ángulo formado por tangente y cuerda se medirá el arco que la cuerda subtende y se tomará su mitad [488].

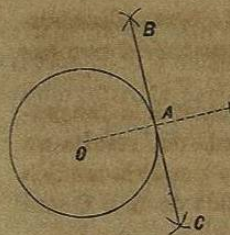


Figura 155.

En el ángulo formado por dos tangentes, se tirarán radios á los puntos de contacto, se prolongará uno de ellos, y el arco comprendido entre un radio y la prolongación del otro, será el valor del ángulo de las dos tangentes [489].

II.—Levantar una tangente á un círculo en un punto A dado en la circunferencia (fig. 155).

Tírese el radio $O A$, y despues de prolongarlo levántese en A la perpendicular $B C$, la cual será la tangente pedida.

III.—Tirar una tangente á un círculo desde un punto P tomado fuera de él (fig. 156).

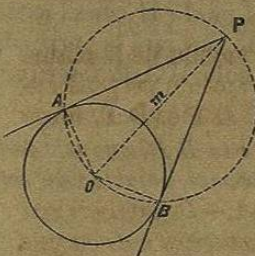


Figura 156.

Reúnase el punto P con el centro O del círculo: divídase por mitad la recta $P O$ y haciendo centro en m con el radio $P m$ trácese una circunferencia: reuniendo P con A y con B , se tendrán las tangentes pedidas.

La recta $P A$ será tangente del círculo O porque tirando el radio $A O$, el ángulo $P A O$ que tiene su vértice en la circunferencia del círculo m y que abraza el diámetro $P O$ es

recto (485 y 478). Otro tanto sucede con $P B$, por lo que se ve que este problema admite dos resoluciones.

IV.—Describir sobre una recta dada $A B$ (fig. 157) un arco de círculo capaz de un ángulo dado a .

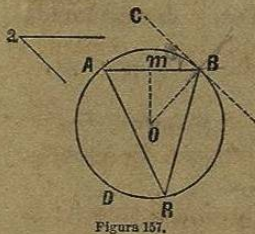


Figura 157.

Se entiende por arco de círculo capaz de un ángulo, aquel en que los ángulos inscritos cuyos lados rematan sobre la cuerda $A B$ son iguales al ángulo dado a .

RESOLUCION.—En uno de los extremos de la recta $A B$, constrúyase un ángulo $A B C = a$; prólonguese $C B$, y en el punto B levántese la perpendicular $B O$: en el medio m de $A B$ levántese la perpendicular $m O$ y haciendo centro en O con el radio $O B$ trácese una circunferencia, de la que el arco $A D B$ será el pedido.

DEMOSTRACION.—En efecto, cualquier ángulo inscrito en ese arco, como R, tendrá por medida el arco $\overset{A}{\underset{B}{\curvearrowright}}$ (484); pero como el ángulo A B C también tiene por medida $\overset{A}{\underset{B}{\curvearrowright}}$ (488) resulta que cualquier ángulo inscrito que abrace la cuerda A B, será igual á A B C, el cual por construcción es igual al ángulo dado a.

V.—Levantar una perpendicular á una recta A R por uno de sus extremos A [fig. 158], cuando solo puede prolongarse en la dirección del otro extremo R.

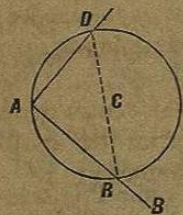


Figura 158.

Fuera de la recta A R y entre sus dos extremos tómesese el punto C: haciendo centro en él, con el radio C A trácese una circunferencia que pasará por A y cortará la recta A R en un punto R; tirando el diámetro R D y reuniendo el punto D con el extremo A, se tendrá la recta D A, que será la perpendicular pedida, por ser el ángulo D A R inscrito, y abrazar un diámetro [485—2°].

VI.—Desde un punto A dado fuera de una recta B D, que solo puede prolongarse en la dirección de uno de sus extremos, bajarle una perpendicular [fig. 159].

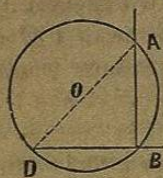


Figura 159.

Réunase A con D; divídase por la mitad la recta A D: haciendo centro en O, y con el radio O A trácese una circunferencia; reúñase el punto A con el de intersección B, y B A será la perpendicular pedida [485—2°].



UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"

POLIGONOS EN EL CIRCULO
Año. 1925 MONTERREY, MEXICO

491.—Se llaman *polígonos inscritos*, aquellos cuyos ángulos todos están sobre la circunferencia de un círculo; y *polígonos circunscritos* son aquellos cuyos lados son tangentes del círculo.

En los polígonos inscritos (fig. 162) los lados quedan dentro del círculo y forman las cuerdas; en los polígonos circunscritos (fig. 163) los vértices quedan fuera del círculo y los lados son tangentes.

492.—Todo triángulo puede inscribirse á un círculo.

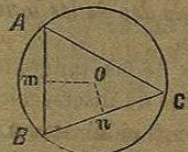


Figura 160.

Sea el triángulo A B C (fig. 160). Si por el punto m medio del lado A B se levanta la perpendicular m O, todos los puntos de esta perpendicular estarán equidistantes de los extremos A y B [403—1°]. Si por el medio n del lado B C se levanta la perpendicular n O, todos sus puntos estarán equidistantes de los extremos B y C; así es que el punto de intersección O de las dos perpendiculares, estará equidistante de los tres vértices del triángulo; luego si hacemos centro en O y trazamos un círculo con el radio O A=O B=O C, los vértices del triángulo quedarán sobre la circunferencia, y el triángulo resultará inscrito.

493.—Todo triángulo puede circunscribirse á un círculo.

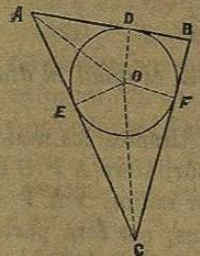


Figura 161.

Sea el triángulo A B C (fig. 161). Si dividimos en dos partes iguales el ángulo A con la recta A O, todos sus puntos gozarán de la propiedad de estar equidistantes de los lados A B y A C [405]; esto es, las perpendiculares bajadas desde uno de sus puntos sobre los lados A B y A C serán iguales. Si con la recta C O dividimos en dos partes iguales el ángulo C, todos los puntos de la bisectriz C O estarán equidistantes de los lados C A y C B; así es que el punto O de intersección de las dos bisectrices estará equidistante de los tres lados luego si desde O como centro y tomando por radio la