[Fig. 176]. 3º *Cuando los círculos se cortan, la línea de los centros es menor que la suma de los radios y mayor que su diferencia.* En efecto, considerando el triángulo C A O se tiene:

$$O\,C < C\,A + O\,A \ (425)$$

y

$$O\,C > C\,A - O\,A \ (426)$$

(Fig. 178). 4º *Cuando dos círculos se tocan interiormente, la línea de los centros es igual á la diferencia de los radios.* En efecto, la línea de los centros prolongada pasa por A, y se tiene

$$O\,C = A\,O - A\,C$$

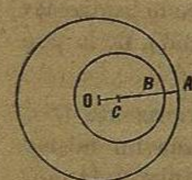

Figura 180.

(Fig. 180). 5º *Cuando uno de los círculos está dentro del otro, la línea de los centros es menor que la diferencia de los radios.* En este caso se tiene

$$O\,C + C\,B + B\,A = O\,A$$

de donde $O\,C = O\,A - C\,B - B\,A$

luego $O\,C < O\,A - C\,B$

Las recíprocas de estas proposiciones tambien son ciertas.

506.—Problemas de dos círculos.—I.—*Tirar una tangente exterior comun á dos círculos dados* (fig. 181).

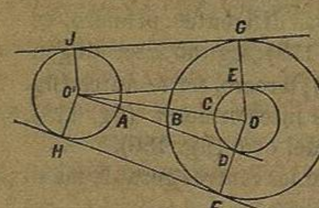

Figura 181.

Construccion.—Llévese el radio O' A del círculo menor de B á C; con el radio O C *igual á la diferencia de los radios,* trácese el círculo E C D; desde O', tírese á este círculos la tangente O' D; tírese al punto de contacto D el radio O D y prolónguese hasta F; por el centro O' llévese O' H paralela á O F; y tirando por F y H una recta, ésta será la tangente comun á los dos círculos.

Demostracion.—Para que F H sea tangente á los dos círculos, es preciso que sea perpendicular á los radios O F y O' H en los puntos de contacto, y para demostrarlo bastará probar que la figura O' D F H es un rectángulo. Tenemos que por ser O' H igual y paralela á D F, el cuadrilátero O' D F H será paralelógramo (450); pero este paralelógra-

mo es rectángulo por ser O' D perpendicular á O F, y por ser O' H paralela á esta recta.

El problema admite dos resoluciones, pues por una construccion idéntica puede tirarse la tangente G J en la parte superior de los dos círculos.

II.—*Tirar una tangente interior comun á dos círculos dados* (figura 182).

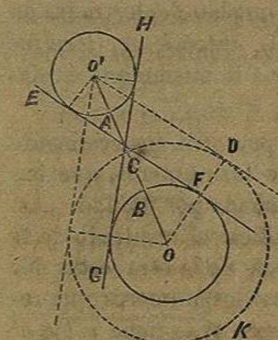

Figura 182.

Construccion.—Llévese el radio O' A del círculo menor de B á C: con un radio O C *igual á la suma de los radios,* trácece el círculo C K D: desde O' tírese la tangente O' D á este círculo: llévese al punto de contacto el radio O D: por O' tírese el radio O' E paralelo á O D, y reuniendo E con F se tendrá la tangente pedida.

Demostracion.—Siendo F D igual y paralela á E O' (450), el cuadrilátero E O' D F será paralelógramo; pero habiéndose tirado O' D tangente al círculo, el ángulo O' D F será recto lo mismo que E O' D por ser O' E paralela á F D, luego E O' D F será un rectángulo, y siendo E F perpendicular á los radios O' E y O F será tangente á los círculos dados.

El problema admite dos resoluciones, pues por una construccion idéntica puede tirarse la tangente G H.

LINEAS PROPORCIONALES.

507.—Las magnitudes A y B son proporcionales á otras dos C y D cuando se puede establecer entre sus razones la siguiente igualdad:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Unas veces las letras A, B, C y D representan las magnitudes mismas, sean líneas, ángulos, arcos, superficies, ecc.: pero otras, y es lo más general, expresan la relacion que existe entre cada una de ellas á la unidad de su especie, y bien sean cantidades ó números sus *razones* y *proporciones* gozan de las propiedades que ya quedan demostradas en aritmética y en álgebra. Las voces *proporcion, antecedente, término medio proporcional*, etc., significan en geometría lo mismo que en las otras partes de las matemáticas.

Cuando se indique el producto de una línea por otra, generalmente deberá entenderse que se trata del producto de los números, que expresan las relaciones entre estas líneas y otra tomada por unidad. Así si a y b representan dos rectas, $a + b$ podrá indicar el resultado de la operacion mecánica de poner una á continuacion de la otra estas dos líneas, ó el valor numérico que resulta de sumar los números que representan las magnitudes de las rectas a y b; pero si se tiene $a\,b$ ó a^2 etc., estos productos, por regla general, indicarán los productos de los números que representan las magnitudes de las líneas.

508.—*Si dos rectas A F, y G M, situadas en un plano* (fig. 183) *están cortadas por un número cualquiera de paralelas A G, B H, C Y, etc., tiradas por puntos tomados á distancias iguales sobre la primera, las partes G H, H Y, Y K, etc., determinadas sobre la segunda recta, serán iguales entre sí.*

Fundándonos en que son paralelas las rectas, é iguales las partes A B, B C, C D, etc., demostrarémos que tambien serán iguales las partes G H, H Y, Y K, etc.

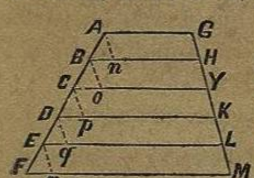

Figura 183.

Por los puntos A, B, C, etc., tiremos las rectas An, Bo, Cp, etc., paralelas á G M, por lo que serán paralelas entre sí, y resultarán los triángulos A B n, B C o, C D p, etc., iguales entre sí por tener un lado igual adyacente á ángulos iguales (384). Los lados iguales son A B=B C =C D, etc., por construccion. Los ángulos adyacentes respectivamente iguales, son: B A n=C B o=D C p, etc., y A B n=B C o=C D p, etc., por correspondientes. Por la igualdad de los triángulos se tiene:

$$A\,n = B\,o = C\,p = D\,q, \text{ etc.}$$

pero como las figuras A n G H, B o Y H, C p K Y etc., son paralelógramos, los lados opuestos serán iguales, esto es,

$$A\,n = G\,H,\quad B\,o = H\,Y,\quad C\,p = K\,Y \text{ etc.}$$

pero como los primeros miembros de estas ecuaciones son iguales entre sí, se infiere que lo serán los segundos, esto es,

$$G\,H = H\,Y = K\,Y \text{ etc.}$$

que es lo que se tenia que demostrar.

509.—*Dos rectas cualesquiera A B y C D* (fig. 184) *colocadas en un plano, son cortadas en partes proporcionales por tres paralelas A C, E F y B D.*

Las magnitudes E A y E B podrán ser conmensurables ó inconmensurables.

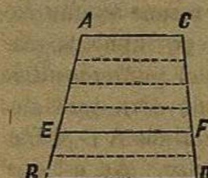

Figura 184.

1º Si las distancias E A y E B son *conmensurables*, y suponemos por ejemplo, que dividiendo E B en dos partes, una de éstas puede llevarse cuatro veces de E á A, y nos imaginamos que por los puntos de division se tiran rectas paralelas entre sí, conforme al teorema del párrafo que antecede, el lado C D quedará dividido en partes iguales, de las que dos corresponderán á la parte F D y cuatro á la C F. Por tanto, si representamos por m la magnitud de una de las partes del lado A B y por m' las del lado C D, tendremos:

$$E\,B : E\,A :: 2m : 4m$$

y

$$F\,D : F\,C :: 2m'' : 4m'$$

de donde $E\,B : E\,A :: F\,D : F\,C$, que es lo que se debia demostrar.

2º En el caso de que A B y B C (fig. 185) sean *inconmensurables*, el teorema es igualmente cierto. Supongamos que dividiendo A B en tres partes iguales y llevando una de éstas cuatro veces sobre B C quede la resta i C, la que forzosamente será menor que una de las partes. Tirando paralelas por los puntos de division, resultará dividida E D en tres partes, y E F en cuatro, más una resta F n.

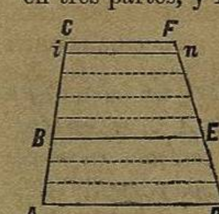

Figura 185.

Si consideramos las porciones conmensurables A B, B i, E D y E n

tendremos $A\,B : B\,i :: E\,D : E\,n$

sustituyendo por B i su igual B C—i C, y por E n su valor E F—F n, se tiene:

$$A\,B : B\,C - i\,C :: E\,D : E\,F - F\,n$$

multiplicando entre sí extremos y medios

$$AB \times EF - AB \times Fn = BC \times ED - ED \times iC$$

trasladando $AB \times EF - BC \times ED = AB \times Fn - ED \times iC$

Establecida esta ecuacion, vamos á demostrar que $AB \times EF$ no puede ser desigual á $BC \times ED$. Si lo fuera, habria entre estos productos, cuyos factores son todos constantes, una diferencia d fija é independiente de la magnitud arbitraria de las partes en que se dividieran A C y F D. En el supuesto de que pudieran ser desiguales, se tendria

$$AB \times EF - BC \times ED = d$$

y por lo mismo $AB \times Fn - ED \times iC = d$

en la que por construccion $Fn < \frac{1}{3} ED$ é $iC < \frac{1}{3} AB$

Ahora bien: si en lugar de dividir A B en tres partes iguales, la dividimos en treinta y llevamos estas partes sobre B C y tiramos paralelas, el valor de las restas i C y F n será una fraccion menor que ántes, y mucho menor aún si dividiéramos A B en 300 ó en 3,000 partes. Así, pues, las restas son cantidades variables cuyo valor podremos disminuir á nuestro arbitrio á medida que el número de divisiones aumente, sucediendo otro tanto con cada uno de los términos $AB \times Fn$ y $ED \times iC$, en los que entra una fraccion como factor. Así es, que siendo d constante, por expresar la diferencia entre las cantidades fijas $AB \times EF$ y $BC \times ED$; en la ecuacion

$$AB \times Fn - ED \times iC = d$$

pudiendo ser $Fn < \frac{AB}{3}$, $Fn < \frac{AB}{30}$, $Fn < \frac{AB}{3000}$ etc.

tendriamos $AB \times Fn < \frac{AB^2}{3}$, $AB \times Fn < \frac{AB^2}{30}$, $AB \times Fn < \frac{AB^2}{3000}$ etc.

y aumentando el número de divisiones llegaría á tenerse

$$AB \times Fn < d;$$

pero como nunca puede ser el minuendo menor que la resta, tampoco podremos suponer desiguales los productos $AB \times EF$ y $BC \times ED$, y si son iguales resultará la proporcion

$$AB : BC :: ED : EF$$

que es lo que se debia demostrar.

510.—*Si desde un punto D* (fig. 186) *tomado sobre un lado de un triángulo, se tira una recta D E paralela á otro lado A C, se verificarán tres cosas: 1ª los lados A B y B C quedarán cortados en partes proporcionales: 2ª los lados serán proporcionales á sus partes: y 3ª el lado A B del triángulo total es con su base A C, como el del parcial B D es con la suya D E.*

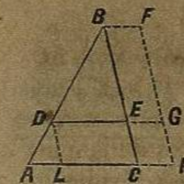

Figura 186.

Para demostrar la primera propiedad, tírese B F paralela á A C, prolónguese este lado y la recta D E, y por el punto F tírese F H paralela al lado B C.

Las rectas A B y F H quedarán cortadas en partes proporcionales por las tres paralelas (509) y se tiene

$$BD : DA :: FG : GH$$

pero por lados opuestos de paralelógramos $FG = BE$, y $GH = EC$ sustituyendo se tiene

$$BD : DA :: BE : EC \ldots. (1)$$

que es la primera parte del teorema.

Para demostrar la segunda, componiendo en la última proporcion, se tiene:

$$BD + DA : DA :: BE + EC : EC$$

Alternando medios y sustituyendo

$$BA : BC :: DA : EC$$

Alternando medios en la proporcion (1) resulta que las partes son proporcionales entre sí, esto es,

$$BD : BE :: DA : EC$$

luego $BA : BC :: BD : BE$

Para demostrar la tercera propiedad tiraremos por el punto D una paralela D L al lado B C, y considerando que los lados totales A B y A C son proporcionales á sus partes B D y L C, se tiene:

$$AB : AC :: BD : LC$$

pero como $LC = DE$ por lados opuestos de paralelógramo, sustituyendo, resulta:

$$AB : AC :: BD : DE$$

511.—*Recíprocamente, siempre que una recta D E* (fig. 187) *corte los lados de un triángulo en partes proporcionales, será paralela á la base A C.*

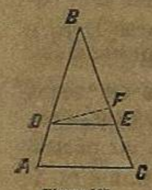

Figura 187.

Si suponemos que D E no sea paralela al lado A C, tendrá que serlo otra recta que pase arriba ó abajo de E, como D F, y entónces en virtud de la hipótesis del teorema, se tiene:

$$A B : B C :: A D : C E$$

y por suponerse D F paralela á la base, se tendria (510–2°)

$$A B : B C :: A D : C F$$

pero siendo iguales los tres primeros términos de estas proporciones, no es posible que los cuartos sean desiguales; luego no se puede admitir que otra recta diferente de D E, sea paralela al lado A C.

512.—Problemas de lineas proporcionales.—I.—*Dividir una línea A B* (fig. 188) *en un número dado de partes iguales.*

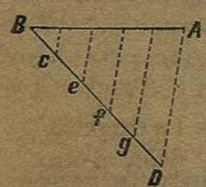

Figura 188.

Supongamos que se quiere dividir en cinco partes iguales.

1ª Construccion.—En uno de los extremos B de la recta se construye un ángulo; sobre la recta B D de longitud indefinida se llevan cinco partes iguales comenzando desde B, de B á c, de c á e, etc.: se une el punto D, donde llega la última division, con el extremo A de la recta, y tirando paralelas por los otros puntos de division g, f, e y c, estas paralelas dividirán la recta A B en cinco partes iguales.

El fundamento de esta construccion es el teorema del número 508.

2ª Construccion.—Con el fin de evitar la necesidad de tirar muchas paralelas, se emplea el siguiente procedimiento (fig. 189):

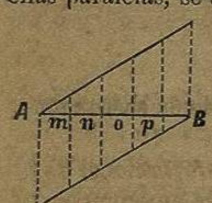

Figura 189.

En los dos extremos de la recta dada se tiran dos paralelas de longitud indefinida: sobre cada una de ellas y partiendo de los puntos A y B, se llevan cinco partes iguales, y uniendo respectivamente los puntos de division de ambas paralelas por rectas, estas dividirán A B en los puntos m, n, o y p en 5 partes iguales. Como las rectas que determinan estas divisiones son paralelas, por lados opuestos de paralelógramos, el fundamento de esta construccion es el mismo que el de la anterior.

II.—*Dividir una recta A B* (fig. 190) *en partes proporcionales á las de otra recta C D.*

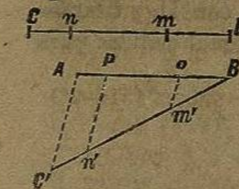

Figura 190.

En el extremo B se construye un ángulo cualquiera. Sobre la recta B C', se llevan las partes B m', m' n', y n' C' iguales respectivamente á las de la recta D C: se unen los puntos C' y A y se tiran paralelas á A C' por los puntos n' y m'. Estas paralelas dividirán á A B en p y en o en partes proporcionales á las de C D (509).

III.—*Construir una cuarta proporcional á tres líneas dadas,* m, n *y* p (fig. 191).

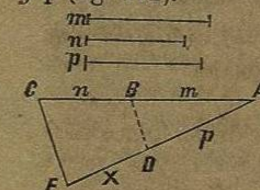

Figura 191.

Supongamos que los términos de la proporcion han de estar en este órden:

$$m : n :: p : x$$

Fórmese el ángulo A y sobre uno de sus lados llévense las magnitudes que forman la primera razon, A B=m, y B C=n. Sobre el otro lado del ángulo llévese A D=p.

Tírese la recta B D y por C una paralela, la parte E D será la cuarta proporcional pedida.

En efecto (510) se tiene

$$A B : B C :: A D : D E$$

sustituyendo

$$m : n :: p : D E$$

luego D E es la cuarta proporcional buscada.

IV.—*Construir una tercera proporcional á dos líneas dadas* m *y* n (fig. 192).

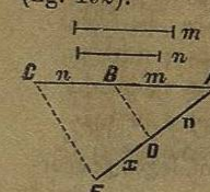

Figura 192.

Como se sabe, se llama tercera proporcional de dos cantidades, el cuarto término de una proporcion contínua. Si suponemos que el órden de los términos de la proporcion ha de ser el siguiente:

$$m : n :: n : x$$

la construccion será idéntica á la del problema anterior. Formando un ángulo A se llevarán sobre uno de sus lados magnitudes iguales á los términos de la primera razon: A B=m y B C=n. Sobre el otro lado se tomará A D=n. Se reunirá B con D, y tirando C E paralela á B D, la D E será la tercera proporcional pedida; pues (510) se tiene:

$$AB : BC :: AD : DE$$

y sustituyendo

$$m : n :: n : DE$$

luego

$$DE = x$$

SEMEJANZA DE FIGURAS.

513.—*Se llaman figuras semejantes las que tienen sus ángulos respectivamente iguales, y sus lados homólogos proporcionales.*

En general *se entiende por lados homólogos, los que están adyacentes á ángulos iguales.* En los triángulos, como la suma de los tres ángulos vale dos rectos, los lados de los triángulos que están adyacentes á ángulos iguales, forzosamente quedarán opuestos á ángulos iguales. Por esta causa, *en los triángulos los lados homólogos están opuestos á ángulos iguales.*

514.—*Una recta D E* (fig. 193) *paralela á uno de los lados B C de un triángulo, determina otro triángulo semejante al primero.*

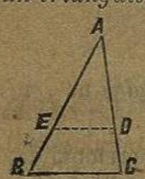

Figura 193.

Los dos triángulos A B C y A D E tienen comun el ángulo A; B=A E D y C=A D E por correspondientes.

Ademas (510—2°)

$$AB : AE :: AC : AD$$

y (510—3°)

$$AB : AE :: BC : ED$$

luego

$$AB : AE :: AC : AD :: BC : ED$$

así es, que teniendo los ángulos iguales y los lados homólogos proporcionales, los triángulos serán semejantes.

515.—*Dos triángulos son semejantes cuando tienen dos ángulos respectivamente iguales.*

Sean los triángulos A B C y A' B' C' (fig. 194) que tienen los ángulos

$$A = A' \text{ y } B = B'$$

siendo estos dos ángulos iguales (434—4°) el tercero tambien lo será y se tendrá C=C'

Si sobre B A se lleva una parte B D=B' A' y sobre B C se toma B E=B' C' y se tira D E, se tendrá el triángulo B D E igual á B' A' C' (385) por ser el ángulo B=B' formado por lados respectivamente iguales. Por la igualdad de los triángulos, B D E=A' y por hipótesis A=A', luego B D E=A; como estos ángulos son correspondientes, D E será paralela al lado A C (415). Ahora bien: siendo D E paralela á A C (514) el triángulo B D E será semejante á A B C; pero como B D E es igual á A' B' C', se infiere que este triángulo será semejante á A B C.

516.—*Dos triángulos son semejantes cuando tienen un ángulo igual, formado por lados proporcionales.*

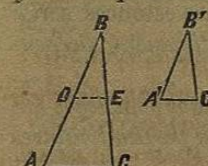

Figura 194.

Sea el ángulo B=B' (fig. 194) y

$$AB : A'B' :: BC : B'C'.$$

Si pusiéramos el triángulo A' B' C' sobre A B C, haciendo coincidir el ángulo B' con B, por ser iguales estos ángulos, el lado B' A', tomaria la direccion de B A, y B' C' tomaria la de B C; reuniendo los puntos D y E en que suponemos que caen A' y C' se tendrá el triángulo B D E igual á A' B' C' por tener un ángulo igual formado por lados iguales (385). Como por el supuesto se tiene

$$AB : A'B' :: BC : B'C'$$

sustituyendo sus iguales, resulta

$$AB : BD :: BC : BE$$

luego la recta D E que corta en partes proporcionales los lados del triángulo, será paralela al lado A C (511) y por tanto los triángulos A B C y B D E serán semejantes por ser equiángulos, pero como B D E es igual á A' B' C', este triángulo tambien será semejante á A B C.

517.—*Dos triángulos serán semejantes cuando tengan sus tres lados respectivamente proporcionales.*

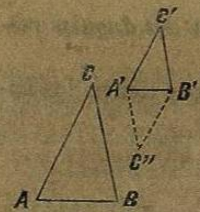

Figura 195.

Sean los triángulos A B C y A' B' C' (fig. 195) en los que se tiene A B : A' B' :: B C : B' C' :: A C : A' C', y vamos á demostrar que son equiángulos. Para esto sobre el lado A' B' construyamos un ángulo B' A' C''=A y A' B' C''=B, con lo que resultará el triángulo A' B' C'' semejante á A B C (515) por lo que se tendrá:

A B : A' B' :: B C : B' C'' :: A C : A' C''

pero conforme al supuesto

A B : A' B' :: B C : B' C' :: A C : A' C'

por ser en estas dos séries de razones los antecedentes iguales, los consecuentes tambien lo serán; y se tendrá en los triángulos A' B' C' y A' B' C''

A' B' comun, B' C''=B' C' y A' C''=A' C'

por lo que el triángulo A' B' C'' será igual á A' B' C' (386); pero como el primero es semejante á A B C, tambien A' B' C' lo será.

518.—En resúmen, *los triángulos son semejantes: 1° cuando tienen dos ángulos iguales: 2° cuando tienen un ángulo igual formado por lados proporcionales: 3° cuando tienen sus tres lados respectivamente proporcionales: 4° cuando tienen sus lados paralelos,* pues estónces serán equiángulos: *y 5° cuando tienen sus tres lados respectivamente perpendiculares,* tambien por ser equiángulos (422).

Repetiremos que *en los triángulos semejantes, los lados homólogos son los opuestos á ángulos iguales; y en el 5° caso los lados perpendiculares son los homólogos.*

519.—*Dos polígonos regulares del mismo número de lados son semejantes.*

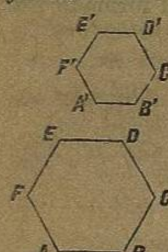

Figura 196.

Sean dos polígonos regulares de 6 lados [fig. 196.] Por ser regular cada polígono, serán iguales entre sí los lados y los ángulos. La suma de los ángulos interiores del polígono A B C.... F vale 4 veces 2 rectos, y cada ángulo $\frac{4}{3}$ de ángulo recto. Otro tanto sucederá en el polígono A' B' C' D' E' F' en el que cada ángulo tambien valdrá $\frac{4}{3}$ de ángulo recto; luego los dos polígonos tendrán sus ángulos iguales. Para probar que los lados son proporcionales, basta observar que A B=B C=C D, etc., y que

A' B'=B' C'=C' D' etc,

luego dividiendo ordenadamente estas ecuaciones:

A B : A' B' :: B C : B' C' :: C D : C' D'....

520.—*Dos polígonos semejantes A B C D E,* a b c d e *pueden descomponerse en triángulos semejantes* [fig. 197].

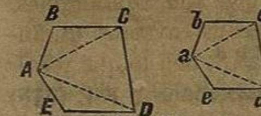

Figura 197.

Si desde uno de los vértices, A, por ejemplo, se tiran diagonales, los polígonos quedarán divididos en triángulos que, vamos á demostrar, serán semejantes.

El triángulo A B C es semejante á a b c, porque por ser los polígonos semejantes, el ángulo B=b y los lados que lo forman serán proporcionales, esto es, A B : a b :: B C : b c (516).

Los triángulos A C D y a c d serán semejantes por tener el ángulo A C D=a c d formado por lados proporcionales.

En efecto, B C D=b c d por ángulos del polígono.
B C A=b c a por ángulos de los triángulos semejantes á A B C y a b c.

Restando las ecuaciones A C D=a c d.

En razon de ser los polígonos semejantes
se tiene: B C : b c :: C D : c d
y por serlo los triángulos B C : b c :: A C : a c
luego C D : c d :: A C : a c

Del mismo modo se demostraria que son semejantes los triángulos A D E y a d e.

521.—*Recíprocamente dos polígonos compuestos de triángulos semejantes, dispuestos de la misma manera son semejantes.*

En efecto, (fig. 197), por ser semejantes los triángulos A B C y a b c, el ángulo B=b y A B: a b :: B C : b c.

Además el ángulo B C A=b c a.

Por ser semejantes los triángulos A C D y a c d serán iguales los ángulos A C D=a c d.

sumando estas ecuaciones se tiene:

B C D=b c d.

Por la semejanza de los triángulos se tiene.

B C : b c :: A C : a c
y A C : a c :: C D : c d
luego B C : b c :: C D : c d

De una manera análoga se demostraria que el ángulo C D E=c d e, que E=e y que

C D : c d :: E D : e d :: E A : e a.

Así es que los polígonos tienen sus lados proporcionales y sus ángulos iguales.

522.—*Si desde uno de los vértices de un polígono A se tiran diagonales y por un punto b de uno de los lados se tiran paralelas b c, c d y d e á los otros lados, el polígono A b c d e que resulte, será semejante al primero* (fig. 198).

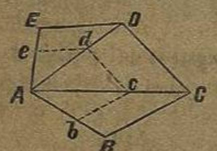

Figura 198.

La razon de esto es que el nuevo polígono A b c d e resultará formado por triángulos semejantes y dispuestos de la misma manera. (521) Los triángulos son semejantes por ser equiángulos.

523.—*Los perímetros de dos polígonos semejantes, son proporcionales á sus lados, ó á sus líneas homólogas.*

Por ser semejantes los polígonos, se tiene (fig. 197).

A B : a b :: B C : b c :: C D : c d :: D E : d e :: E A : e a

y fundándonos en que la suma de los antecedentes es á la de los consecuentes, como un antecedente es á su consecuente tendremos:

A B+B C+C D etc. : a b+b c+c d etc. :: A B : a b

llamando P el perímetro de un polígono y p el del otro, y sustituyendo:

P : p :: A B : a b.

En virtud de la semejanza de los triángulos se tiene:

A B : a b :: A C : a c

luego P : p :: A C : a c

lo que se ha demostrado respecto á esta diagonal podria demostrarse de cualquiera otra línea que tuviese una posicion semejante ú homóloga en ámbos polígonos.

524.—Problemas de semejanzas de figuras.—I.—*Sobre la recta d construir un triángulo semejante á A B C.*

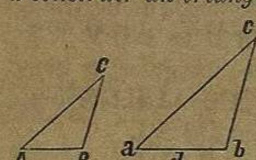

Figura 199.

(Fig. 199). Es preciso saber á qué lado del triángulo conocido debe ser homóloga la recta dada. Suponiendo que lo sea de A B, en sus dos extremos se construirán los ángulos a=A y b=B, y prolongando los lados se tendrá el triángulo pedido a b c (515).

II. *Sobre una recta dada h construir un polígono semejante á otro A B C D E.*

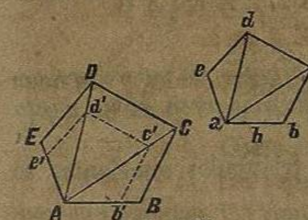

Figura 200.

(Fig. 200). Sabiendo que h debe ser el lado homólogo de A B, se tirarán las diagonales A C, A D, y sobre h se construirá el triángulo a b c semejante á A B C. En seguida sobre a c, como homólogo de A C, se construirá el triángulo a c d semejante á A C D; y por último, sobre a d, como homólogo de A D, se construirá el triángulo a d e semejante á A E D.

Tambien puede resolverse el problema llevando el lado h sobre su homólogo A B de A á b', tirar por este punto la paralela b' c' á B C. en c' tirar c' d' paralela á C D, y por d' tirar d' e' paralela á D E. Así quedaria formado el polígono A b' c' d' e' semejante á A B C D E. En seguida sobre h se construiria el polígono a b c d e igual á A b' c' d' e'.

El arte de levantar planos consiste en construir sobre el papel figuras semejantes á las de un terreno dado, para lo cual comunmente lo que se hace es descomponer en triángulos la figura cuya extension se trata de determinar, y dibujar en el papel, sujetándose á una escala dada, triángulos semejantes á los del terreno.

LINEAS PROPORCIONALES EN LOS TRIANGULOS.

525.—*Varias rectas A B, A C, A D y A E que parten de un mismo punto A son cortadas en partes proporcionales por dos paralelas B E y F G.*

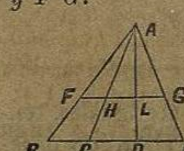

Figura 201.

Comparando los lados homólogos de los triángulos A B C y A F H; A C D y A H L; A D E y A L G que son semejantes por ser equiángulos, se tiene:

A B : A F :: A C : A H

A C : A H :: A D : A L

A D : A L :: A E : A G