sustituyendo

rect. A C : rect. F H :: $AD \times AB : FE \times FG$

que es lo que se tenia que demostrar.

560.—Problemas de figuras equivalentes.—I.—*Trasformar el polígono A B C D E* (fig. 237) *en otro equivalente que tenga un lado ménos.*

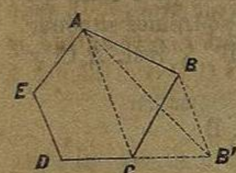
Figura 237.

Construccion.—Tírese la diagonal A C: por el vértice B del triángulo A B C que tiene esta diagonal por base, tírese B B' paralela á A C; si despues prolongamos el lado D C hasta su interseccion en B', con la paralela B B' y trazamos la recta A B', se tendrá el polígono A B' D E de un lado menos y equivalente á A B C D E.

Demostracion.—Tomando A C como base de los triángulos A C B y A C B', por estar los vértices opuestos B y B' sobre la misma paralela, tendrán sus alturas iguales; luego (556) los triángulos A C B y A C B' serán equivalentes. Si á cada uno de ellos se agrega el área de la figura A C D E, resultará A B C D E equivalente á A B' D E.

II.—*Trasformar un polígono A B C D E* (fig. 238) *en un triángulo equivalente.*

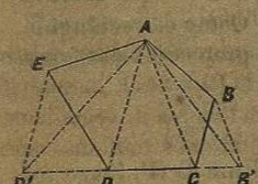
Figura 238.

Ejecutando la construccion del problema anterior, trasformarémos el pentágono A B C D E en el cuadrilátero equivalente A B' D E. En seguida, tirando la diagonal A D, la paralela E D' y la recta A D', trasformarémos el cuadrilátero A B' D E en el triángulo A B' D', el cual resolverá el problema, supuesto que es equivalente al cuadrilátero y éste al pentágono. Del mismo modo podrá reducirse á triángulo un polígono de mayor número de lados.

III.—*Trasformar un polígono A B C D* (fig. 239) *en otro equivalente que tenga un lado más.*

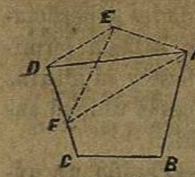
Figura 239.

Construccion.—Desde el vértice A tírese una recta indefinida A E que quede fuera del polígono y otra A F que toque el lado opuesto D C en un punto cualquiera F: por el vértice D del triángulo A F D tírese D E paralela á A F, y reuniendo los puntos E y F se tendrá el polígono A B C F E pedido.

Demostracion.—Los triángulos A F D y A F E tienen la misma base A F, y estando los vértices opuestos D y E sobre una paralela, tendrán alturas iguales, y por lo mismo serán equivalentes (556). Si á cada uno de los triángulos equivalentes A F D y A F E se agrega la parte comun A F C B resultará el polígono A B C D equivalente á A B C F E que tiene un lado más.

VALUACION DE LAS SUPERFICIES.

561.—Hemos dicho que para medir ó valuar la área de una figura, es necesario determinar el número de veces que contiene la área de otra figura escogida como término de comparacion, y que la unidad de superficie es un cuadrado cuyo lado es la unidad lineal.

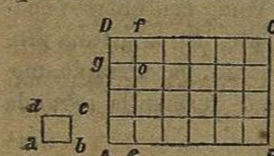
Figura 240.

Así, por ejemplo, si queremos medir la área del rectángulo A B C D (fig. 240), la compararémos á la del cuadrado a b c d, tomado como unidad, y determinarémos cuántas veces la unidad lineal a b, lado del cuadrado, está contenida en la base A B del rectángulo (6 veces en el caso que consideramos). Si por los puntos de division tiramos rectas perpendiculares á la base, resultarán 6 bandas ó rectángulos cuya base es la unidad y cuya altura es la del rectángulo A B C D. En seguida llevarémos la unidad lineal a d, lado del cuadrado, cuantas veces se pueda sobre la altura A D del rectángulo (4 en nuestro ejemplo), y tirando por los puntos de division paralelas á la base, resultará el rectángulo A B C D dividido en 6 bandas, cada una de las cuales contiene 4 cuadrados, ó en junto $6 \times 4 = 24$ unidades superficiales. Se vé, pues, que para valuar la área del rectángulo, se ha determinado el número de unidades lineales de que constan su base y su altura, y el producto de estos dos números expresa cuántas veces la unidad superficial a b c d está contenida en el repetido rectángulo.

Como puede suceder que la unidad lineal no esté contenida un número cabal de veces en la base y altura del rectángulo, valuarémos su área, fundándonos (559) en que dos rectángulos cualesquiera, son proporcionales á los productos de sus bases por sus alturas. Así, en la misma figura 240, se tiene:

$$ABCD : abcd :: AB \times AD : ab \times ad$$

y como a b c d es la unidad superficial, y sus dos lados son iguales entre sí é iguales á la unidad, sustituyendo resulta:

$$ABCD : 1 :: AB \times AD : 1 \times 1$$

luego despejando, resulta la área de

$$ABCD = AB \times AD$$

por lo que en general se dice que *la área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura;* pero es preciso tener presente que en este modo abreviado, y tal vez impropio de expresar la superficie de un rectángulo, los lados A B y A D son los números que indican las veces que cada lado contiene á la unidad lineal, y que la área A B C D debe estar expresada en unidades superficiales, como centímetros cuadrados, metros cuadrados, pulgadas cuadradas, etc. En la última proporcion los términos de la primera razon expresarán, por ejemplo, metros cuadrados, y los factores de los términos que forman la segunda razon, indicarán metros lineales.

562.—En el caso de que los dos lados del rectángulo sean iguales, la figura será *un cuadrado* y *su área* estará *medida por la 2ª potencia ó el cuadrado de uno de sus lados.* De esto proviene que se llame *cuadrado* á la segunda potencia de un número.

563.—*La área de un paralelógramo es igual al producto de su base por su altura,* supuesto que (553) el paralelógramo es equivalente á un rectángulo de su misma base y altura.

564.—*La área de un triángulo es igual á la mitad del producto de su base por su altura,* en razon de que (555) es equivalente á la mitad de un paralelógramo de igual base y altura.

565.—*La área de un trapecio es igual al producto de la semisuma de las bases paralelas por la altura.*

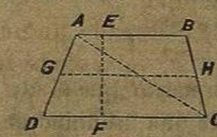

Figura 241.

Sea el trapecio A B C D (fig. 241). Tirando la diagonal A C, quedará descompuesto en dos triángulos A B C y A D C, que tendrán la misma altura E F, y si tomamos por bases respectivamente los lados paralelos del trapecio, se tiene:

área del triángulo $ABC = \frac{1}{2} AB \times EF$
área del triángulo $ADC = \frac{1}{2} DC \times EF$

sumando, el trapecio $ABCD = \frac{AB + DC}{2} \times EF$

que es lo que se tenia que demostrar.

Como $\frac{AB + DC}{2} = GH$ (459) recta tirada á distancias iguales de las bases, puede decirse que *la área de un trapecio es igual al producto de su altura por la recta que une los medios de los lados no paralelos.*

566.—*La área de un polígono regular es igual á la mitad del producto de su perímetro por el rádio recto.*

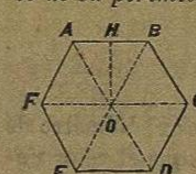

Figura 242.

Sea el polígono A B C D E F (fig. 242); si desde el centro O se tiran los rádios oblícuos O A, O B, O C.... resultarán tantos triángulos iguales como lados tenga el polígono regular.

La área de uno de estos triángulos

$$AOB = \frac{1}{2} AB \times HO$$

luego si multiplicamos los dos miembros de esta ecuacion por 6, número de los lados del polígono, se tendrá:

área del polígono, $ABCD.... = \frac{1}{2} \times 6\, AB \times HO$

pero 6 veces un lado A B es el perímetro, y H O es el rádio recto, si llamamos A la área del polígono, p su perímetro y r el rádio recto, en general se tendrá;

$$A = \frac{1}{2}\, p\, r$$

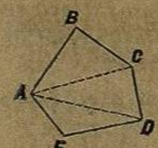

Figura 243.

567.—*La área de un polígono irregular* A B C D E (fig. 243) *es igual á la suma de las áreas de los triángulos que lo forman.* Comunmente se descompone en triángulos el polígono tirando diagonales desde uno de los vértices, y en seguida se determina el valor de la base y altura de cada uno de ellos.

568.—EXPRESIONES DEL ÁREA DEL CÍRCULO.—Supuesto que el círculo puede considerarse como un polígono regular de una infinidad de lados extremadamente pequeños, *la área del círculo será igual á la mitad del producto de su circunferencia por el radio.* Así es que, si representamos por s la superficie de un círculo, por c su circunferencia y por r el rádio, se tiene:

$$s = \tfrac{1}{2}\, c \times r \ldots . \quad [1]$$

sustituyendo por c su valor [549] en funcion de π

$$c = 2\,\pi\, r$$

resulta

$$s = \pi\, r^2 \ldots . \quad [2]$$

de cuya fórmula se hace un uso muy frecuente.

Si llamamos d el diámetro del círculo y sustituimos por r su valor: $\frac{d}{2}$ en la ecuacion [2] se tiene:

$$s = \pi \frac{d^2}{4} \ldots . \quad [3]$$

de cuya fórmula nos podrémos servir cuando se conozca el diámetro de un círculo, para determinar su área. Ya hemos visto que el valor numérico de π es de 3'141593 aproximadamente.

569.—Se llama *corona* la porcion de superficie comprendida entre dos círculos concéntricos.

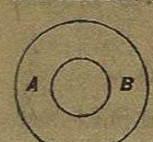

Figura 244.

La área de la corona A B [fig. 244] es igual á la del círculo mayor, ménos la del círculo menor. Si llamamos S la área del primero y R su rádio, s la área del círculo menor y r su rádio, tendremos [568]:

$$S = \pi\, R^2$$

$$s = \pi\, r^2$$

luego la corona $= \pi\, [R^2 - r^2] = \pi\, [R + r]\, [R - r]$

de esta expresion resulta que *la área de una corona es igual al producto de la razon de la circunferencia al diámetro por la suma y por la diferencia de los rádios de los círculos que la forman.*

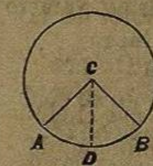

Figura 245.

570.—Se llama sector circular la porcion A D B C de un círculo comprendida entre dos rádios y el arco. Si el arco A B [fig. 245] se divide en dos partes iguales, A D y D B, y tiramos el rádio C D, resultarán dos sectores A D C y D B C iguales entre sí, porque si dobláramos la figura por C D, los arcos A D y D B coincidirian por ser iguales, C B se sobrepondria á C A por ser iguales tanto los ángulos B C D y D C A, como los rádios C B y C A. Si en vez de dividir el arco A B en dos partes iguales, lo dividiéramos en tres, cuatro, etc., partes iguales, resultarian tres, cuatro, etc., sectores iguales entre sí, por serlo las partes de que constan; luego *los sectores de un mismo círculo son proporcionales á los arcos.*

Por tanto, si comparamos la área del sector C A D B con la de todo el círculo, tendrémos:

sector C A D B : área del círculo :: arco A B : circunferencia del círculo:

sustituyendo: sector C A D B : $\pi\, r^2$ :: arco A B : $2\,\pi\, r$

de donde $$\text{sector C A D B} = \frac{\text{arco A B} \times \pi\, r^2}{2\,\pi\, r}$$

y reduciendo $$\text{sector C A D B} = \frac{\text{arco A B} \times r}{2}$$

luego *la área del sector circular es igual á la mitad del producto del arco rectificado por el rádio.*

571.—*La área de un trapecio circular* A B D E [fig. 246] *es igual á la semisuma de los arcos* A B *y* D E, *por la diferencia* A E *de los rádios.*

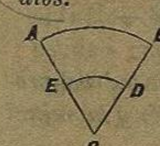

Figura 246.

Se llama trapecio circular la figura formada por dos arcos A B y D E de círculos concéntricos, y las porciones A E y B D de los rádios.

La área del trapecio circular, como puede verse en la figura, es igual á la del sector A B C ménos la del sector E D C.

Si hacemos el arco A B = A, el E D = a, A C = R y E C = r, tendrémos [570]:

$$\text{trapecio A B D E} = \frac{\text{A. R}}{2} - \frac{\text{a r}}{2} = \frac{\text{A R} - \text{a r}}{2} \dots . [1]$$

por otra parte, como el ángulo A C B está medido en los dos círculos respectivamente por los arcos A B y E D, tendrán el mismo número de grados, y por tanto serán proporcionales á sus rádios; luego

$$\text{A} : \text{a} :: \text{R} : \text{r}$$

de donde $$\text{a R} = \text{A r} \dots . [2]$$

Así es que la ecuacion [1] no se alterará si al numerador del 2º miembro le agregamos a R y le quitamos A r. Así pues,

$$\text{trapecio A B D E} = \frac{\text{A R} - \text{a r} + \text{a R} - \text{A r}}{2}$$

$$= \frac{\text{A} [\text{R} - \text{r}] + \text{a} [\text{R} - \text{r}]}{2} = \frac{[\text{A} + \text{a}] [\text{R} - \text{r}]}{2}$$

$$\text{luego, trapecio A B D E} = \frac{\text{A} + \text{a}}{2} [\text{R} - \text{r}]$$

que es lo que expresa el teorema.

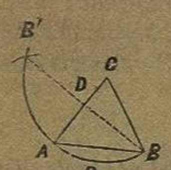

Figura 247.

572.—*La área del segmento* A O B A [fig. 247] *es igual á la área del sector* A O B C *ménos la del triángulo* A B C.

Si consideramos A C como la base del triángulo A B C, y bajamos la perpendicular B D á este lado, B D será la altura del triángulo, y esta recta B D, será la mitad de B B' cuerda del arco doble de A O B.

La área del sector	$\text{A O B C} = \frac{1}{2} \text{A C} \times \text{A O B}$
la del triángulo	$\text{A B C} = \frac{1}{2} \text{A C} \times \text{B D}$
restando: área del segmento	$\text{A O B A} = \frac{1}{2} \text{A C} [\text{A O B} - \text{B D}]$

por esto se dice que *al área del segmento es igual á la mitad del producto del rádio por la diferencia entre el arco del segmento y la mitad de la cuerda del arco doble.*

Conociendo A B, se determina la cuerda B B' del arco doble despejando á a en la fórmula $x = \sqrt{2 r^2 - r \sqrt{4 r^2 - a^2}}$ del problema III

del núm. 544, en la que x representa á A B, y B B' está representada por a.

Así pues $$\text{B B}' = a = \sqrt{4 r^2 - \left(\frac{2 r^2 - x^2}{r}\right)^2}$$

573.—PROBLEMAS DE VALUACION DE ÁREAS.—I.—*Determinar el lado de un cuadrado equivalente á un triángulo conocido.*

Si llamamos a la altura y b la base del triángulo, su área será $\frac{a b}{2}$, y si representamos por x el lado del cuadrado buscado, su área será x^2; pero como debe ser

$$x^2 = \frac{a b}{2}$$

el valor de x puede determinarse sustituyendo los valores de a y de b en esta ecuacion, ó bien buscando gráficamente (544 — I) una média proporcional entre las líneas que representen la altura y la mitad de la base del triángulo, supuesto que de la ecuacion resulta:

$$a : x :: x : \frac{b}{2}$$

II.—*Determinar un triángulo equivalente á un polígono regular dado.*

Como la área del polígono es igual á la mitad del producto de su perímetro por el rádio recto, y la del triángulo es igual á la mitad del producto de su base por su altura, bastará construir un triángulo que tenga por base el perímetro del polígono, y por altura el rádio recto, para resolver el problema.

III.—*Determinar un cuadrado equivalente á un círculo.*

Dado un círculo, conocerémos su rádio, y para resolver el problema hay que buscar la magnitud del lado del cuadrado. La área del círculo es igual á la mitad del producto de su circunferencia por el rádio, y como la del cuadrado es igual á la 2ª potencia de su lado, para determinar su magnitud bastará encontrar una média proporcional entre la mitad de la circunferencia y el rádio, bien sea calculándola ó construyéndola gráficamente, supuesto que si llamamos c la circunferencia del círculo, r su rádio y x el lado del cuadrado, debe tenerse:

$$\frac{c \times r}{2} = x^2$$

de donde $$\frac{c}{2} : x :: x : r$$

Podemos resolver este problema de otro modo.

La área del círculo es: $S = \pi r^2$

La del cuadrado es $S = x^2$

supuesto que deben ser equivalentes, se tiene: $\pi r^2 = x^2$

Despejando á x resulta: $x = \sqrt{\pi r^2}$

Como la razon de la circunferencia al diámetro no ha podido expresarse exactamente por ningun valor numérico, tampoco se puede determinar con entera precision, ni la circunferencia ni la superficie del círculo; así es que solo puede resolverse aproximadamente este problema, que se llama de la cuadratura del círculo.

IV. *Determinar la área de un triángulo cuya base es de 2025'56 metros, y cuya altura es de 108'25 metros.*

La área del triángulo es igual á la mitad del producto de la base por la altura, así es que en el caso que consideramos, se tiene:

$$\text{Area} = \frac{b \times a}{2} = \frac{\overset{\text{m.}}{2025'56} \times 108'25}{2} = \overset{\text{m. cd.}}{109633'4350}$$

Así, pues, la área del triángulo es de 109633 metros cuadrados, y 4350 diezmilésimos de metro cuadrado.

Como en este caso las dimensiones de la figura estaban expresadas en metros lineales, la superficie resultó en metros cuadrados y fracciones decimales de metro cuadrado.

Si el valor obtenido en metros cuadrados lo quisiéramos trasformar en *aras* conforme á lo explicado en aritmética (183), bastaria dividir el número obtenido por 100. Así

$$\overset{\text{m. cd.}}{109633'4350} = \overset{\text{aras.}}{1096'334350}$$

Si las aras se quieren reducir á hectáras, se dividirán igualmente por 100, de modo que

$$\overset{\text{m. cd.}}{109633'4350} = \overset{\text{aras.}}{1096'33435} = \overset{\text{hectaras.}}{10'9633435}$$

Por el contrario, si los metros cuadrados se quieren reducir sucesivamente á decímetros cuadrados y estos á centímetros cuadrados, se tiene:

$$\overset{\text{m. cd.}}{109633'4350} = \overset{\text{decím. cd.}}{10963343'50} = \overset{\text{centím. cd.}}{1096334350}$$

V.—*Los lados contiguos de un rectángulo son de 8500 metros y de 2556 metros. Se quiere saber cuál es la área de este rectángulo expresada en miriaras.*

Siendo la área de un rectángulo igual al producto de su base por su altura se tiene:

$$\text{Area del rect.} = \overset{\text{m}}{8500} \times \overset{\text{m}}{2556} = \overset{\text{m cd.}}{21726000} = \overset{\text{miriaras.}}{21'726}$$

VI.—*¿Cuál seria el lado de un cuadrado equivalente á una caballeria de tierra que contiene 609408 varas cuadradas?*

Llamando x el lado del cuadrado buscado debe tenerse

$$x^2 = 609408 \text{ varas cuadradas}$$

luego $x = \sqrt{609408} = 780$ varas 64 centésimas.

VII.—*Se quiere saber cuál es la área expresada en centímetros cuadrados, de un paralelógramo que tiene $\overset{\text{m}}{3'2}$ de base y $\overset{\text{m}}{0'85}$ de altura.*

Como la área de un paralelógramo es igual al producto de su base por su altura, se tiene:

$$\text{Area del paralelógramo} = \overset{\text{m}}{3'2} \times \overset{\text{m}}{0'85} = \overset{\text{m. cd.}}{2'72} = \overset{\text{cent. cd.}}{27200}$$

VIII.—*¿Cuál es el número de aras que tiene un trapecio, cuyas bases son de $\overset{\text{m}}{16'5}$ y $\overset{\text{m}}{28'22}$, y cuya altura es de 9 metros?*

Como la área de un trapecio es igual al producto de la semisuma de sus bases por su altura, tendrémos:

$$\text{Area del trapecio} = \frac{\overset{\text{m}}{16'5} \times \overset{\text{m}}{28'22}}{2} \times 9 = \overset{\text{m. cd.}}{201'24} = \overset{\text{aras.}}{2'0124}$$

IX.—*Calcular la área de un exágono regular cuyo lado es de $\overset{\text{m}}{32'2}$.*

Como la área de un polígono regular es igual á la mitad del producto de su perímetro por el radio recto, es preciso averiguar la longitud de estas dos líneas.

El perímetro del exágono regular será igual á $\overset{\text{m}}{32'2} \times 6 = \overset{\text{m}}{193'20}$.

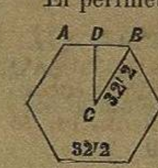

Figura 248.

En cuanto al radio recto, bastará observar en la (fig. 248) que si desde el centro del polígono se baja la perpendicular C D y el radio oblícuo C B, resultará el triángulo C B D cuya hipotenusa C B = A B = 32'2 [497], y cuyo cateto $B D = \frac{32'2}{2}$, luego (532)

$$CD^2 = 32\text{‘}2^2 - \frac{32\text{‘}2^2}{4} = 777\text{‘}63$$

y

$$CD = \sqrt{777\text{‘}63} = 27\text{‘}88$$

La área del exágono será $= \frac{1}{2}(193\text{‘}20 \times 27\text{‘}88) = \overset{\text{m. cd.}}{2693}\text{‘}208$.

X.—*Calcular la área de un círculo cuyo radio es de* $\overset{\text{m}}{6325}\text{‘}28$.

Sustituyendo en la fórmula [568] $s = \pi r^2$ se tiene:

$$s = 3\text{‘}141593 \times (6325\text{‘}28)^2$$

haciendo el cálculo por logaritmos:

logarit. 3‘141593 . . . . 0‘497 1499
logarit. 6325‘28 . . . . 3‘801 0798
repitiéndolo . . . . 3‘801 0798

8‘099 3095 = log. 125 692 551

Así pues, la área del círculo es de 125 692 551 metros cuadrados.

XI.—*Determinar el diámetro de un círculo cuya área es de 45238‘9342 varas cuadradas.*

La fórmula (3) del número 568 da

$$s = \frac{\pi d^2}{4}$$

despejando á

$$d = \sqrt{\frac{4s}{\pi}}$$

sustituyendo

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 45238\text{‘}9342}{3\text{‘}141593}}$$

tomando los logaritmos.

Logaritmo 4 . . . . 0‘602 0600
logaritmo 45238‘9342 . . . . 4‘655 5123

5‘257 5723
menos log. 3‘141593 . . . . 0‘497 1499

4‘760 4224
½ 2‘380 2112 = log. 240

luego el diámetro será de 240 varas.

XII.—*Se quiere determinar en piés cuadrados, la área de una corona formada por dos círculos cuyos radios son de 56 y de 42 varas.*

La fórmula correspondiente [569] es:

$$s = \pi (R + r)\ (R - r)$$

sustituyendo $s = \pi \times 98 \times 14$

calculando por medio de logaritmos,

logaritmo 3‘141593 . . . . 0‘497 1499
logaritmo 98 . . . . 1‘991 2261
logaritmo 14 . . . . 1‘146 1280

3‘634 5040 = log. $\overset{\text{varas cuad.}}{4310}\text{‘}265$

Como una vara cuadrada tiene 9 piés, la área de la corona expresada en piés cuadrados será de 38792‘385.

XIII.—*Determinar la área de un sector de círculo, cuyo radio es de* $\overset{\text{m}}{14}\text{‘}5$ *y el arco de* 42°.

La área del sector circular es igual (570) á la mitad del producto del arco rectificado por el radio.

Para determinar el valor del arco rectificado de 42° calcularémos primero la circunferencia del círculo cuyo radio es de $\overset{\text{m}}{14}\text{‘}5$ por la fórmula (549):

$$\text{circunferencia} = 2\pi r$$

sustituyendo $C = 2 \times 3\text{‘}141593 \times \overset{\text{m}}{14}\text{‘}5 = \overset{\text{m}}{91}\text{‘}1062.$

En seguida se calculará la longitud del arco de 42° por medio de la proporcion:

$$360° : 42° :: 91\text{‘}1062 : x = 10\text{‘}629$$

La área del sector será $= \dfrac{10\text{‘}629 \times 14\text{‘}5}{2} = 77\text{‘}06025$

XIV.—*Determinar la área de un trapecio circular cuyos arcos son de 60° y cuyos radios son respectivamente de 41 y de 30 piés.*

La fórmula correspondiente (571) es:

$$\text{trapecio circular} = \frac{A + a}{2}(R - r) \ldots . [1]$$

Así, pues, para poder sustituir en ella los valores numéricos, comenzarémos por determinar los arcos A y a de 60°.

$$C = 2\pi R = 2\pi\, 41 = 257{'}611$$

$$360^\circ : 60^\circ :: 257{'}611 : A = \overset{\text{piés.}}{42{'}935}$$

$$c = 2\pi r = 2\pi\, 30 = 188{'}496$$

$$360^\circ : 60^\circ :: 188{'}496 : a = 31{'}416$$

Sustituyendo en la fórmula (1),

$$\text{Area del trapecio} = \frac{42{'}935 + 31{'}416}{2}(41-30) = \overset{\text{piés cuad.}}{408{'}925}$$

XV.—*Determinar la área de un segmento de círculo cuyo radio es de 10 metros y cuyo arco es de 30°.*

La área del segmento circular es igual á la mitad del producto del radio por la diferencia entre el arco del segmento y la mitad de la cuerda del arco doble [572].

Así, pues, tendremos que determinar el arco rectificado de 30° en el círculo cuyo radio es de 10 metros, y la cuerda del arco de 60°.

La circunferencia del círculo es $2\pi r = 2\pi\, 10 = 62{'}832$.

$$360^\circ : 30^\circ :: 62{'}832 : \text{arco de } 30^\circ = 5{'}236$$

En cuanto á la cuerda del arco de 60° hay fórmulas y tablas que dan el valor de la cuerda en funcion del número de grados del arco; pero, en nuestro caso, por ser el arco de 60° [497] la cuerda será igual al radio del círculo = 10 metros. Por tanto, la área del segmento

$$= \frac{10\,[5{'}236-5]}{2} = \overset{\text{m. cuad.}}{1{'}180}$$

COMPARACION DE LAS AREAS.

574.—*Las áreas de dos paralelógramos cualesquiera, son proporcionales á los productos respectivos de sus bases por sus alturas.*

Como la área de un paralelógramo es igual al producto de su base por su altura, si representamos por P y p las áreas de los peralelógramos, por B y b sus bases y por A y a las alturas, se tiene:

$$P = B \times A$$

$$p = b \times a$$

Dividiendo una por otra estas ecuaciones, resulta:

$$\frac{P}{p} = \frac{B \times A}{b \times a}$$

ó

$$P : p :: B \times A : b \times a$$

que es lo que se debia demostrar.

575.—*Las áreas de dos triángulos cualesquiera son proporcionales á los productos respectivos de sus bases por sus alturas.*

Como la área de un triángulo es igual á la mitad del producto de su base por su altura, si llamamos T y t las áreas de los triángulss B y b sus bases, y A y a sus alturas, se tiene:

$$T = \frac{B \times A}{2}$$

$$t = \frac{b \times a}{2}$$

Dividiendo una por otra estas ecuaciones, y suprimiendo el denominador comun 2, resulta:

$$\frac{T}{t} = \frac{B \times A}{b \times a}$$

ó

$$T : t :: B \times A : b \times a$$

que es lo que expresa el teorema.

De aquí se infiere: 1° *que las áreas de los triángulos que tienen bases*