2° Que dos poliedros son semejantes cuando tirando respectivamente de sus ángulos sólidos homólogos planos que pasen por sus aristas, quedan compuestos de tetraedros semejantes dispuestos en el mismo órden.

3° Recíprocamente, los poliedros semejantes pueden descomponerse en pirámides semejantes, haciendo pasar planos por dos de sus ángulos homólogos y sus respectivas aristas.

FIGURAS SIMETRICAS.

648.—Dos puntos A y A' son *simétricos con respecto á un punto* o cuando las distancias o A y o A' son iguales. El punto o se llama *centro de simetría* [fig. 299].

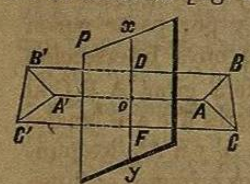

Figura 299.

Se dice que los puntos A y A' son *simétricos respecto á una recta ó eje de simetría* x y, cuando x y divide en dos partes iguales la recta A A' y le es perpendicular.

Los mismos puntos A y A' son *simétricos con respecto á un plano de simetría* P, cuando la recta A A' es perpendicular al plano P, y éste la divide en dos partes iguales.

Se llaman *figuras simétricas* respecto á *un centro, á un eje ó á un plano,* aquellas cuyos puntos son de dos en dos simétricos con relacion á este centro, á este eje ó á este plano.

649.—*Dos figuras simétricas con relacion á un eje son iguales.*

Si, por ejemplo, tenemos el triángulo A B C simétrico con A' B' C' é hiciéramos girar la parte A B C al rededor de D o F, cada uno de los puntos A, B, C coincidirá con sus simétricos A', B' y C' al girar 180°, supuesto que B D es perpendicular á D o F é igual á D B' sucediendo otro tanto con o A y F C respecto á o A' y á F C'.

650.—*La simetría con relacion á un punto ó á una recta, envuelve siempre la condicion de simetría con respecto á un plano.*

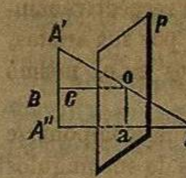

Figura 300.

En efecto, sean A y A' dos puntos simétricos con relacion al centro o (fig. 300). Hagamos pasar un plano P por o y tiremos B o perpendicular al plano. Vamos á demostrar que el punto A'', simétrico de A', con respecto al eje B O lo es igualmente de A con relacion al plano P.

Sea a el punto donde A A'' encuentra al plano P. Siendo C el medio de A' A'' y o el medio de A A', A A'' será paralela á o C (511), y por consiguiente perpendicular al plano P. La recta o a perpendicular á o C será paralela á A' A'', y como pasa por la mitad de A A', el punto a será igualmente el medio de A A''; luego los puntos A y A'' son simétricos con relacion al plano P.

Se ve, pues, por una parte, que la simetría de los puntos A y A' respecto á un centro, produce la simetría respecto á un plano, y por otra que la simetría de A'' y A' con relacion á un eje B o, envuelve igualmente la simetría respecto al plano entre A'' y A. Ahora, como lo que se ha probado de un punto es aplicable á todos los de una figura, resulta que nos bastará ocuparnos de la simetría con relacion á un plano.

651.—*Si tres puntos A, B y C* (fig. 301) *están en línea recta, sus simétricos A', B' y C' con relacion á un plano lo estarán igualmente.*

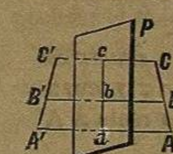

Figura 301.

Las rectas A A', B B' y C C', por ser perpendiculares al plano P, serán paralelas, y por pasar por la recta A B C determinan un plano cuya interseccion con P es la recta a b c. Si se hiciera girar A B C al rededor de a c por ser perpendiculares á c a é iguales las rectas C c y c C', b B y b B', a A y a A', los puntos A, B y C caerian sobre A', B' y C', y estando los primeros en línea recta, se infiere que tambien lo estarán sus simétricos.

652.—En consecuencia, *para que dos rectas sean simétricas, basta que lo sean dos de sus puntos.*

653.—Se deduce tambien (651) *que la distancia de dos puntos es igual á la de sus simétricos.*

654.—*Cuando cuatro puntos A, B, C y D* (fig. 302) *están en un mismo plano, sus simétricos A' B' C' y D' tambien estarán en un plano.*

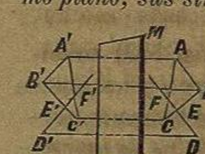

Figura 302.

Tiremos la recta D F que encuentre á B C y á C A en E y en F. Estando D, E y F en línea recta lo estarán igualmente sus simétricos D', E' y F'; pero E' como simétrico de E estará sobre la recta B' C' y F' sobre A' C', luego D' que pertenece á la recta E' F' tendrá que estar sobre el mismo plano que el ángulo B' C' A', que es lo que se debia demostrar.

655.—*De esto resulta que, para que dos planos sean simétricos basta que lo sean tres de sus puntos respectivamente, y para que dos polígonos ó poliedros sean simétricos, es suficiente que lo sean sus respectivos vértices.*

656.—*Los triángulos, así como los ángulos simétricos, son iguales.*

En efecto, en la figura 302 se tiene: A B=A' B', B C=B' C', y A C=A' C', luego los triángulos A B C y A' B' C' serán iguales.

Ademas de la igualdad de los triángulos resulta que los ángulos simétricos son iguales: A C B=A' C' B', C A B=C' A' B', etc.

657.—*Dos poliedros simétricos tienen todas sus partes respectivamente iguales.*

Las caras correspondientes serán iguales, porque pueden descomponerse en triángulos simétricos y por lo mismo iguales. Si se consideran tres aristas de un poliedro y sus correspondientes del otro, por una parte por ser simétricas serán iguales, y por otra los ángulos simétricos que forman tambien lo serán. Siendo iguales los ángulos planos, lo serán los diedros de los triedros en que pueden descomponerse los poliedros. Esto es, serán respectivamente iguales sus aristas, sus caras, sus ángulos diedros y los triedros de que están formados.

SUPERFICIES DE LOS CUERPOS.

658.—*Se llama prisma á un cuerpo ó poliedro A c* (fig. 303) *terminado por superficies planas, siendo las bases A D y a d polígonos iguales y paralelos, y las caras laterales A b, B c.... paralelógramos, formado cada uno de ellos por los lados A B y a b.... de las bases respectivamente iguales.*

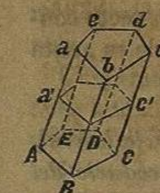

Figura 303.

El prisma puede considerarse engendrado por el movimiento de una recta A a que constantemente permanece paralela á sí misma y uno de sus extremos A recorre el polígono A B C D E.

Las rectas A a, B b.... se llaman aristas laterales, y las A B, B C....a b, b c.... aristas de las bases.

Altura del prisma es la distancia de sus bases. Un prisma es *recto* ú *oblícuo*, segun que sus aristas son perpendiculares ú oblícuas con relacion á sus bases. Se dice que es *triangular cuadrangular, pentagonal....* cuando su base es un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono....

Se llama *prisma regular* el que ademas de ser recto, tiene por base un polígono regular.

Todas las caras laterales de un prisma son paralelógramos, puesto que segun la definicion de prisma a b=A B y paralelas (450).

Las bases A D y a d, y las secciones como a' c' paralelas á éstas, son iguales, supuesto que por una parte son iguales los lados de los polígonos de estas secciones y por otra lo son sus ángulos por estar formados por lados paralelos (616).

Un prisma queda completamente determinado cuando se conoce la posicion y magnitud de su base y de una arista.

659.—*La área lateral de un prisma oblícuo es igual al producto de una de sus aristas A a por el perímetro de la seccion a' b' c' d'* (figura 304) *perpendicular á ésta.*

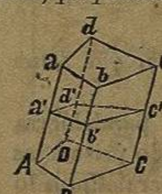

Figura 304.

El área lateral del prisma es igual á la suma de las áreas de las caras laterales que lo forman; pero como estas caras son paralelógramos, la superficie de cada una es igual al producto de su base por su altura. Las bases de los paralelógramos son las aristas del prisma, que todas son iguales á A a, y sus alturas son los lados de la seccion a' b' c' d' que por ser perpendicular á una de ellas lo será á todas las demas. Así es que haciendo la suma de las áreas de los paralelógramos, resulta que la área lateral del prisma es igual al producto de una de sus aristas por el perímetro de la seccion que le es perpendicular.

660.—*La área lateral de un prisma recto es igual al producto de su arista por el perímetro de su base.*

Porque en el caso de ser recto el prisma, la seccion perpendicular á su arista es la de su base. De otro modo, si en la figura 304 la porcion de prisma a' c la colocáramos en la parte inferior haciendo coincidir las