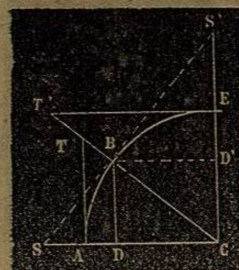
que son semejantes por ser rectángulos y tener el ángulo S'=B C D como complementos ambos del mismo ángulo B C S', se tiene:

$$S'C : BC :: BC : BD$$


[Fig. 348.]

sustituyendo $\quad \text{cosec.a} : r :: r : \text{sen.a}$

luego $\quad \text{cosec.a} = \dfrac{r^2}{\text{sen.a}}$

Comparando los lados homólogos de los triángulos semejantes B D C y T' E C, se tiene:

$$T'E : EC :: DC : BD$$

sustituyendo $\quad \text{cot.a} : r :: \text{cos.a} : \text{sen.a}$

luego $\quad \text{cot.a} = \dfrac{r.\ \text{cos.a}}{\text{sen.a}}$

Por último, comparando los lados homólogos de los triángulos semejantes T' E C y T A C, se tiene:

$$T'E : EC :: AC : AT$$

sustituyendo $\quad \text{cot.a} : r :: r : \text{tang.a}$

luego $\quad \text{cot.a} = \dfrac{r^2}{\text{tang.a}}$

Como se habrá observado, para sacar las cinco últimas fórmulas, se ha comparado el triángulo de que forma parte la línea trigonométrica cuyo valor se busca, con el triángulo B D C en que entran el seno y coseno, excepto en el último caso que el triángulo de que forma parte la cotangente se comparó con aquel en que entra la tangente. Ademas, la primera razon la hemos formado siempre con la línea trigonométrica cuyo valor buscamos y el radio. La segunda razon, naturalmente quedará determinada por los lados homólogos.

Para determinar el seno verso, basta observar, que

$$AD = AC - DC$$

sustituyendo $\quad \text{sen.ver.a} = r - \text{cos.a}$

Para determinar el coseno verso, observaremos, que

$$ED' = EC - CD'$$

y como C D'=B D sustituyendo, resulta:

$$\text{cos.ver.a} = r - \text{sen.a}$$

Para mejor fijar en la memoria de los alumnos las anteriores fórmulas, que son de muy frecuente uso, las pondremos á continuacion:

1 $\quad r^2 = \text{sen}^2\text{a} + \text{cos}^2\text{a}$

$$\text{sec}^2\text{a} = r^2 + \text{tang}^2\text{a}$$

$$\text{cosec}^2\text{a} = r^2 + \text{cot}^2\text{a}$$

$$\text{tang.a} = \frac{r.\ \text{sen.a}}{\text{cos.a}}$$

$$\text{sec.a} = \frac{r^2}{\text{cos.a}}$$

$$\text{cosec.a} = \frac{r^2}{\text{sen.a}}$$

$$\text{cot.a} = \frac{r.\ \text{cos.a}}{\text{sen.a}}$$

$$\text{cot.a} = \frac{r^2}{\text{tang.a}}$$

de esta se deduce: $\quad \text{tang.a} = \dfrac{r^2}{\text{cot.a}}$

$$\text{sen.ver.a} = r - \text{cos.a}$$

$$\text{cos.ver.a} = r - \text{sen.a}$$

Hemos dicho que generalmente y con el fin de simplificar las fórmulas, se hace el radio del círculo al cual se refieren las líneas trigonométricas igual á la unidad. Si en las fórmulas anteriores introducimos la condicion de

$$r = 1$$

se trasformarán en las siguientes, que son las que más á menudo se usan:

$$1 = \text{sen}^2\text{a} + \text{cos}^2\text{a} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\text{sec}^2\text{a} = 1 + \text{tang}^2\text{a} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\text{cosec}^2\text{a} = 1 + \text{cot}^2\text{a} \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\text{cos.a}} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\text{sec.a}=\frac{1}{\text{cos.a}}\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$\text{cosec.a}=\frac{1}{\text{sen.a}}\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$\text{cot.a}=\frac{\text{cos.a}}{\text{sen.a}}\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

$$\text{cot.a}=\frac{1}{\text{tang.a}}\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

$$\text{tang.a}=\frac{1}{\text{cot.a}}\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

$$\text{sen.ver.a}=1-\text{cos.a}\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

$$\text{cos.ver.a}=1-\text{sen.a}\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

730.—Nociones sobre la homogeneidad.—En álgebra (241) explicamos lo que se entiende por grado de un término, y por expresiones homogéneas: ahora haremos notar, que al tratar algebraicamente una cuestion de geometría, cada literal, por regla general, representa una línea: de modo que *a* no puede introducirse en los cálculos, si no es refiriendo la magnitud de la línea que representa á la de otra que implícitamente se ha tomado por unidad, como el metro, la pulgada, etc., ó á la de otra línea *b* conocida. En el primer caso, *a* representa un número concreto de metros, pulgadas, etc,; y en el segundo, $\frac{a}{b}$ será un número abstracto, al cual se podrá sustituir la relacion de otras magnitudes *c*, y *d* á condicion de que se tenga la ecuacion $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

No entrando en los cálculos sino expresiones homogéneas de la forma $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$, como todas las operaciones y combinaciones que por las reglas del cálculo se ejecuten con ellas, como reduccion á un comun denominador, adicion, sustraccion, multiplicacion, division, elevacion á la misma potencia y extraccion de raíz del mismo grado, conducen á un resultado homogéneo, resulta que cuando no se ha tomado como unidad una de las líneas que entran en la cuestion, y cada una de ellas se representa por una literal, todas las expresiones del cálculo, sea en su orígen al establecer las ecuaciones fundamentales, sea en las intermedias ó en las definitivas, tendrán que ser homogéneas.

Para plantear un problema valiéndonos de las relaciones geométri-

cas que forman parte del enunciado, no podemos hacerlo sino de dos maneras: estableciendo proporciones, ó ecuaciones. En el primer caso, siendo homogéneos los términos de las respectivas razones, lo serán los miembros de las ecuaciones que de ellas resulten, sea dividiendo cada antecedente por su consecuente, ó formando é igualando los productos de extremos y medios. Si se forma una ecuacion, habrá que expresar la igualdad de extensiones lineales por medio de términos de una dimension, ó la equivalencia de valores superficiales ó de volúmen indicados por términos respectivamente de dos ó tres dimensiones, como x^2, a b, r^3, a b c.

Estando las ecuaciones fundamentales de un problema formadas de términos homogéneos, como todas las operaciones que con ellos se hagan, tienen que ser iguales para que no se altere la ecuacion, se infiere que cuando se ha representado por una letra cada una de las líneas que entran en un problema, las expresiones todas del cálculo serán homogéneas.

Al contrario, cuando por simplificar los cálculos y las fórmulas finales, alguna de las líneas que forman parte de la cuestion, se ha tomado por unidad, el resultado podrá dejar de ser homogéneo, en razon de que siendo las diversas potencias de 1 iguales á 1, el *grado* de cada uno de los términos en que entra esta línea puede resultar disminuido una ó varias unidades.

Por ejemplo: en las fórmulas todas que hemos sacado representando el radio por r, y las demas líneas de la figura por sus respectivas anotaciones, sea fundándonos en que el cuadrado de la hipotenusa es igual á la suma de los cuadrados de los catetos, que es una expresion de equivalencia de superficies, ó en la comparacion de triángulos semejantes, hemos obtenido resultados homogéneos, tales como

$$r^2=\text{sen}^2\text{a}+\text{cos}^2\text{a}$$

$$\text{sec}^2\text{a}=r^2+\text{tang}^2\text{a}$$

$$\text{tang.a}=\frac{\text{r. sen.a}}{\text{cos.a}}$$

$$\text{cot.a}=\frac{r^2}{\text{tang.a}}$$

pero cuando hemos tomado el radio del círculo igual á la unidad, estas mismas fórmulas se han trasformado en

$$1 = \text{sen}^2 a + \cos^2 a$$

$$\sec^2 a = 1 + \text{tang}^2 a$$

$$\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\cos.a}$$

$$\cot.a = \frac{1}{\text{tang.a}}$$

cuyas expresiones no son ya homogéneas.

Sin embargo, como en este último caso se sabe cuál es la línea del problema que se ha tomado igual á la unidad, basta multiplicar los términos por una potencia adecuada de esa línea, que en nuestro ejemplo ha sido r, para tener desde luego las fórmulas que se habrian obtenido sin hacer esa simplificacion.

Así, pues, en lo de adelante para facilitar los cálculos supondremos el radio igual á 1, y cuando sea necesario restituiremos el valor de r suprimido, multiplicando por una potencia adecuada de r los términos que lo necesiten, para hacer todos los de nuestras fórmulas de igual grado.

Repetiremos que el grado de un término de la forma entera se estima por el número de sus factores literales; que el de una fraccion se determina restando las dimensiones del denominador de las del numerador; y que en un radical hay que dividir por el índice del radical el grado de la expresion que está dentro del radical. Sin embargo, debemos advertir que algunas veces al estimar las dimensiones de un término, no se llevan en cuenta algunos factores áun cuando sean literales. Esto se hace *cuando alguna literal está representando un coeficiente numérico.* Por ejemplo, si x=n.a representa un arco múltiplo de a, como n está en lugar del coeficiente 1, 2, 3.... la expresion x=n.a será homogénea, aunque aparentemente el 2° miembro tenga dos dimensiones. Esta observacion es igualmente aplicable al caso en que una línea trigonométrica venga á hacer el oficio de coeficiente. Por ejemplo: sen. $30° = \frac{1}{2}$, y si en una expresion representamos 30° por m, sen.m no deberá considerarse como factor, porque está en lugar del coeficiente $\frac{1}{2}$; pero por regla general, las líneas trigonométricas representan líneas, y las expresiones en que entran deben ser homogéneas por indicar resultados de operaciones idénticas hechas con términos del mismo grado.

731.—Problemas. = I.—*Determinar todas las líneas trigonométricas en funcion del seno.*

De la fórmula (1) n° 729 resulta: $\cos.a = \sqrt{1 - \text{sen}^2 a}$

„ (4) „ $\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\cos.a} = \frac{\text{sen.a}}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 a}}$

„ (7) „ $\cot.a = \frac{\cos.a}{\text{sen.a}} = \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 a}}{\text{sen.a}}$

„ (5) „ $\sec.a = \frac{1}{\cos.a} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 a}}$

„ (6) „ $\text{cosec.a} = \frac{1}{\text{sen.a}}$

„ (10) „ $\text{sen.ver.a} = 1 - \sqrt{1 - \text{sen}^2 a}$

„ (11) „ $\cos.\text{ver.a} = 1 - \text{sen.a}$

II.—*Determinar todas las líneas trigonométricas en funcion del coseno.*

De la fórmula (1) n° 729 resulta: $\text{sen.a} = \sqrt{1 - \cos^2 a}$

„ (4) „ $\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\cos.a} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 a}}{\cos.a}$

„ (7) „ $\cot.a = \frac{\cos.a}{\text{sen.a}} = \frac{\cos.a}{\sqrt{1 - \cos^2 a}}$

„ (5) „ $\sec.a = \frac{1}{\cos.a}$

„ (6) „ $\text{cosec.a} = \frac{1}{\text{sen.a}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 a}}$

„ (10) „ $\text{sen.ver.a} = 1 - \cos.a$

„ (11) „ $\cos.\text{ver.a} = 1 - \sqrt{1 - \cos^2 a}$

III.—*Determinar todas las líneas trigonométricas en funcion de la tangente.*

Hemos visto que

$$\text{cot.a} = \frac{1}{\text{tang.a}} \dots\dots\dots\dots (8)$$

$$\text{sec}^2\text{a} = 1 + \text{tang}^2\text{a} \dots\dots\dots\dots (2)$$

luego $$\text{sec.a} = \sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}$$

$$\text{cosec}^2\text{a} = 1 + \text{cot}^2\text{a} \dots\dots\dots\dots (3)$$

luego $$\text{cosec.a} = \sqrt{1 + \frac{1}{\text{tang}^2\text{a}}} = \frac{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}}{\text{tang.a}}$$

$$\text{cosec.a} = \frac{1}{\text{sen.a}} \dots\dots\dots\dots (6)$$

luego $$\text{sen.a} = \frac{1}{\text{cosec.a}} = \frac{\text{tang.a}}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}}$$

$$\text{sec.a} = \frac{1}{\text{cos.a}} \dots\dots\dots\dots (5)$$

luego $$\text{cos.a} = \frac{1}{\text{sec.a}} = \frac{\text{tang.a}}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}}$$

$$\text{sen.ver.a} = 1 - \text{cos.a} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}}$$

$$\text{cos.ver.a} = 1 - \text{sen.a} = 1 - \frac{\text{tang.a}}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}}$$

IV.—*Determinar el valor de la tangente en funcion de cada una de las otras líneas trigonométricas.*

En funcion del seno:

$$\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\text{cos.a}} = \frac{\text{sen.a}}{\sqrt{1 - \text{sen}^2\text{a}}} \dots\dots\dots\dots (a)$$

Del coseno: $$\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\text{cos.a}} = \frac{\sqrt{1 - \text{cos}^2\text{a}}}{\text{cos.a}} \dots\dots\dots\dots (b)$$

De la cotangente: $$\text{tang.a} = \frac{1}{\text{cot.a}}$$

De la secante: como $\text{sec}^2\text{a} = 1 + \text{tang}^2\text{a}$

se tiene: $\text{tang.a} = \sqrt{\text{sec}^2\text{a} - 1}$

De la cosecante: $$\text{tang.a} = \frac{1}{\text{cot.a}} = \frac{1}{\sqrt{\text{cosec}^2\text{a} - 1}}$$

Del seno verso: como, $\text{sen.ver.a} = 1 - \text{cos.a}$

se tiene: $\text{cos.a} = 1 - \text{sen.ver.a}$

sustituyendo en (b) $$\text{tang.a} = \frac{\sqrt{1 - \text{cos}^2\text{a}}}{\text{cos.a}}$$

resulta: $$\text{tang.a} = \frac{\sqrt{1 - (1 - \text{sen.ver.a})^2}}{1 - \text{sen.ver.a}}$$

Del coseno verso: como, $\text{cos.ver.a} = 1 - \text{sen.a}$

se tiene: $\text{sen.a} = 1 - \text{cos.ver.a}$

sustituyendo en (a) $$\text{tang.a} = \frac{\text{sen.a}}{\sqrt{1 - \text{sen}^2\text{a}}}$$

resulta: $$\text{tang.a} = \frac{1 - \text{cos.ver.a}}{\sqrt{1 - (1 - \text{cos.ver.a})^2}}$$

V.—*Determinar el valor del seno en funcion de cada una de las otras líneas trigonométricas.*

Al resolver los cuatro problemas anteriores, hemos hallado ya el valor del seno en funcion del coseno, de la tangente y la cotangente, cuyos valores son:

$$\text{sen.a} = \sqrt{1 - \text{cos}^2\text{a}}$$

$$\text{sen.a} = \frac{\text{tang.a}}{\sqrt{1 + \text{tang}^2\text{a}}} \dots\dots\dots\dots (a)$$

$$\text{sen.a} = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{cot}^2\text{a}}} \dots\dots\dots\dots (b)$$

vamos ahora á determinarlo en funcion de la *secante*.

$$\sec.a = \frac{1}{\cos.a} = \frac{1}{\sqrt{1-\text{sen}^2a}}$$

elevando al cuadrado y quitando los denominadores:

$$\sec^2a - \sec^2a\ \text{sen}^2a = 1$$

despejando á sen^2a y extrayendo raíz, resulta:

$$\text{sen}.a = \frac{\sqrt{\sec^2a-1}}{\sec.a}$$

Para la *cosecante* tenemos:

$$\text{cosec}.a = \frac{1}{\text{sen}.a}$$

luego $$\text{sen}.a = \frac{1}{\text{cosec}.a}$$

Para el seno verso tenemos:

$$\text{sen.ver}.a = 1-\cos.a = 1-\sqrt{1-\text{sen}^2a}$$

de donde $$\sqrt{1-\text{sen}^2a} = 1-\text{sen.ver}.a$$

elevando al cuadrado $$1-\text{sen}^2a = (1-\text{sen.ver}.a)^2$$

$$\text{sen}^2a = 1-(1-\text{sen.ver}.a)^2$$

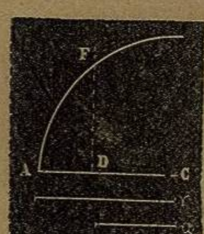
$$\text{sen}.a = \sqrt{1-(1-\text{sen.ver}.a)^2}$$

Para el coseno verso tenemos:

$$\cos.\text{ver}.a = 1-\text{sen}.a$$

de la que $$\text{sen}.a = 1-\cos.\text{ver}.a$$

VI.—*Construir gráficamente un arco dada la longitud del radio, y la de su coseno.*



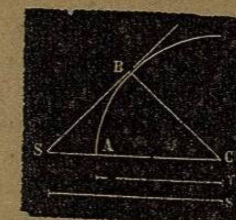
(Fig. 349.)

Sea r (fig. 349) la longitud del radio, *a* la de su coseno. Haciendo centro en C y con un radio A C=r se trazará un arco de magnitud indefinida. Sobre el radio y desde el centro hácia A se llevará una parte C D igual al coseno *a*. En el punto D levantaremos una perpendicular y su interseccion con el arco determinará la magnitud del A F buscado.

Al resolver este problema hemos prescindido de los signos que pueden tener el arco y el coseno,

porque todavía no hemos explicado los signos de las líneas trigonométricas.

VII.—*Dada la magnitud r del radio* (fig. 350) *y la s de la secante, determinar gráficamente el ángulo á que corresponde.*



[Fig. 350.]

Tómese A C=r: trácese un arco de círculo indefinido: prolónguese el radio C A y tomando C S=s, desde el punto S tírese la tangente S B, cuyo punto de contacto determinará el ángulo B C A buscado.

La determinacion del punto B se hace con más exactitud gráficamente valiéndose del seno ó del coseno, porque estas líneas cortan el arco próximamente en una direccion perpendicular, mientras que el punto de contacto, por finas que sean las líneas, se confunde en mayor extension con la circunferencia.

VIII.—*Determinar el valor de todas las líneas trigonométricas del arco de 30°*

Si el arco A B (fig. 351) es de 30°, B D será el seno de este arco. Prolongando B D hasta B' por ser el radio C A perpendicular á la cuerda B B' la dividirá en dos partes iguales así como el arco B A B' (475), por consiguiente el arco B A B' será de 60°, su cuerda B B' igual al radio (497), y el seno B D de 30° igual á la mitad del radio. Se vé, pues, que el seno de un arco cualquiera es igual á la mitad de la cuerda del arco duplo, y en el caso de ser el arco de 30° siendo el radio 1 tendremos:

$$\text{sen}.\ 30° = \tfrac{1}{2}$$

$$\cos.\ 30° = \sqrt{1-\text{sen}.^2 30°} = 1\sqrt{1-\tfrac{1}{4}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{tang}.30° = \frac{\text{sen}.\ 30°}{\cos.\ 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tfrac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\cot.\ 30° = \frac{1}{\text{tang}.30°} = 1 \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\sec.30° = \frac{1}{\cos.30} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \tfrac{2}{3}\sqrt{3}$$

Se vé, pues, que la secante de 30° es doble de la tangente del mismo arco

$$\text{cosec.}30^\circ=\frac{1}{\text{sen. }30^\circ}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$$

$$\text{sen.ver.}30^\circ=1-\text{cos.}30^\circ=1-\tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$\text{cos.ver.}30^\circ=1-\text{sen.}30^\circ=1-\tfrac{1}{2}=\tfrac{1}{2}$$

En resúmen, *las líneas trigonométricas de* 30° serán:

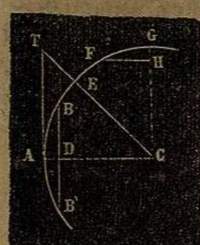
$$\text{sen.}30^\circ=\tfrac{1}{2},\ \text{cos.}=\tfrac{1}{2}\sqrt{3},\ \text{tang.}=\frac{1}{\sqrt{3}},\ \text{cot.}=\sqrt{3},\ \text{sec.}=\frac{2}{\sqrt{3}},$$

$$\text{cosec.}=2,\qquad \text{sen.ver.}=1-\tfrac{1}{2}\sqrt{3},\ \text{cos.ver.}=\tfrac{1}{2}$$

Tomando como base que $\text{cos.}60^\circ=\frac{1}{2}$ y siguiendo el mismo procedimiento se determinarian con facilidad los valores de todas las líneas trigonométricas del arco de 60°; pero supuesto que las líneas directas de un arco son iguales á las indirectas de su complemento, tendremos que *las líneas trigonométricas de* 60°, serán:

$$\text{sen.}60^\circ=\tfrac{1}{2}\sqrt{3},\ \text{cos.}=\tfrac{1}{2},\ \text{tang.}=\sqrt{3},\ \text{cot.}=\frac{1}{\sqrt{3}},\ \text{sec.}=2$$

$$\text{cosec.}60^\circ=\frac{2}{\sqrt{3}},\ \text{sen.ver.}=\tfrac{1}{2},\ \text{y cos.ver.}=1-\tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$



(Fig. 351.)

IX.—*Determinar las líneas trigonométricas del arco de* 45° (fig. 351).—Siendo el arco E A de 45° medida del ángulo E C A, el triángulo rectángulo T A C de que hace parte la tangente será isósceles, supuesto que los ángulos T y T C A, valdrán cada uno 45°. En consecuencia, T A=A C luego:

$$\text{tang.}45^\circ=1$$
$$\text{sec.}45^\circ=\sqrt{1+\text{tang}^2 45^\circ}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$
$$\text{sec.a}=\frac{1}{\text{cos.a}}\qquad \text{ó cos.a}=\frac{1}{\text{sec.a}}$$

luego $\text{cos.}45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$$\text{sen.}45^\circ=\sqrt{1-\cos^2 45}=\sqrt{1-\tfrac{1}{2}}=\sqrt{\tfrac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{cot.}45^\circ=\frac{1}{\text{tang.}45^\circ}=1$$

$$\text{cosec.}45^\circ=\frac{1}{\text{sen.}45^\circ}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}}=\sqrt{2}$$

$$\text{sen.ver.}45^\circ=1-\text{cos.}45^\circ=1-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{cos.ver.}45^\circ=1-\text{sen.}45^\circ=1-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

En resúmen, *para el arco de 45° las líneas trigonométricas serán:*

$$\text{sen.}45^\circ=\text{cos.}=\frac{1}{\sqrt{2}}\quad \text{tang.}45^\circ=\text{cot.}=1,\quad \text{sec.}45^\circ=\text{cosec.}=\sqrt{2}$$

$$\text{sen.ver.}45^\circ=\text{cos.ver.}=1-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

X.—*Construir un ángulo de* 30, *de* 45 *y* 60 *grados.*

Para construir el ángulo de 30° nos bastará tomar una recta igual á la mitad del radio, la cual nos representará el *seno* del arco buscado, y el problema se convierte en este otro: conocido el radio y el seno, determinar el arco, cuya resolucion hemos indicado (727).

Si el ángulo que trata de construirse es de 45°, tomaremos la tangente ó la cotangente de la misma magnitud que el radio.

Por último, si el ángulo que trata de construirse es de 60°, tomaremos su coseno igual á la mitad del radio, y procederemos como en el problema VI.

Valores correlativos entre los arcos y sus líneas trigonométricas.

732.—Vamos á examinar los diversos valores que pueden tomar las líneas trigonométricas cuando se hace variar el arco á que pertenecen desde 0° hasta $+\infty$ y desde 0° hasta $-\infty$, considerando sus signos, sus magnitudes y los valores que les son correlativos en arcos menores que 90°.

Para facilitar la inteligencia de este importante punto, que servirá de fundamento no solo á las especulaciones de la trigonometría, sino tambien á otros ramos de las matemáticas, consideraremos, sucesiva-