4. *Línea curva* se llama á la que no es ni recta ni compuesta de rectas, como la AB (fig. 2).

Fig. 2.

5. Se llama *plano ó superficie plana* la que es de tal naturaleza, que juntando mediante una recta dos puntos cualesquiera de ella, la recta coincide en toda su estension con dicha superficie, como v. g. sucederia aplicando una regla sobre un cristal pulimentado.

Se llama *superficie curva* á la que ni es plana ni compuesta de superficies planas.

6. Todo conjunto de puntos, líneas ó superficies se denomina *figura geométrica*; y esta se llama *plana* si toda ella está situada sobre un mismo plano

7. La GEOMETRÍA tiene por objeto estudiar las propiedades de las figuras y medir la estension de estas.

Suele dividirse en *geometria plana* ó estudio de las figuras planas; y *geometría del espacio* que tiene por objeto estudiar las figuras que no son planas.

8. Dos figuras se llaman iguales cuando pueden aplicarse la una sobre la otra ó *superponerse*, de manera que coincidan en todas sus partes.

9. Una verdad que se trata de demostrar es lo que se llama un *teorema*. El enunciado de esta verdad se compone de dos partes : de una *hipótesis* como premisas y de la *conclusion* que de las premisas se deduce mediante la demostracion. Dos teoremas se llaman *recíprocos* cuando la hipótesis del uno es conclusion del otro y recíprocamente.

Se llama *corolario* á una consecuencia de un teorema; *lema* la proposicion preliminar que facilita la demostracion de un teorema; y *problema*, á la cuestion que está por resolver.

PRIMERA PARTE

GEOMETRÍA PLANA

LIBRO PRIMERO

DE LA LÍNEA RECTA

§. II. Ángulo. — Generacion de los ángulos mediante la rotacion de una recta alrededor de uno de sus extremos. — Ángulo recto.

10. Se llama *ángulo* la figura formada por dos rectas AB, AC que parten de un mismo punto A, siguiendo direcciones diversas (fig. 3). El punto del cual parten las rectas se llama *vértice* del ángulo, y las rectas, *lados* del mismo. El ángulo se lee con las tres letras BAC, colocando en medio la del vértice, ó con la letra del vértice solamente, diciendo el ángulo A.

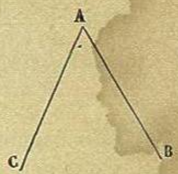

Fig. 3.

11. Dos ángulos BAC, CAD se llaman adyacentes cuando tienen un mismo vértice, un lado comun y están situados uno á un lado y otro á otro del lado comun (fig. 4).

12. Se suman dos ángulos, colocándolos uno al lado del otro en términos que sean adyacentes : así el ángulo BAD es la suma de los BAC y CAD.

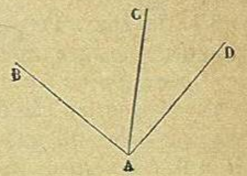

Fig 4

Un ángulo es doble, triple, cuadruplo, etc., de otro cualquiera, cuando representa la suma de 2, 3, 4, etc., ángulos iguales á este.

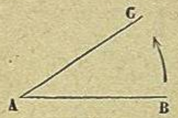

Fig. 5.

13. Podemos imaginarnos que todo ángulo se ha engendrado por el movimiento de una recta móvil que aplicada al principio sobre otra recta fija AB (fig. 5), se separa girando sobre el punto A, en cuyo caso el ángulo CAB formado por la recta móvil y la fija irá aumentado á medida que la móvil se separe más y más de la fija.

14. Cuando una recta CD encuentra á otra AB (fig. 6) y forma con ella dos ángulos adyacentes *iguales* ACD, BCD, se dice que la recta CD es *perpendicular* á AB, y los dos ángulos adyacentes iguales ACD, BCD, se llamen *ángulos rectos*.

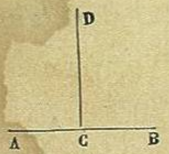

Fig. 6.

Una recta que encuentra á otra y no le es perpendicular, es *oblícua* con relacion á la línea encontrada.

15. Dos ángulos son *opuestos por el vértice* cuando los lados del uno son prolongaciones de los del otro.

16. *Bisectriz* de un ángulo es la recta que lo divide en dos partes ó ángulos iguales.

17. Teorema. *Por un punto O tomado sobre una recta* AB *puede siempre trazarse una perpendicular á dicha recta, y no se puede trazar más que una* (fig. 7).

Supongamos en efecto que una recta móvil OC aplicada al principio sobre OB gira alrededor del punto O en el sentido de la flecha, y resultará que el ángulo BOC crecerá continuamente desde cero á una cantidad muy grande, y que el ángulo adyacente COA muy grande al principio, decrecerá contínuamente hasta cero.

La recta móvil OC llegará á tener una posicion OD en que los dos ángulos antes mencionados serán iguales, y la recta OD será perpendicular á AB.

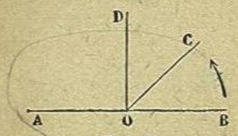

Fig. 7.

Si la recta OD se separa de su posicion, uno de los ángulos que forma con AB aumentará y el otro disminuirá, dejarán de ser iguales, y por consiguiente OD será la única perpendicular que pueda desde el punto O trazarse á la línea AB, que era cabalmente lo que se deseaba demostrar.

18. Corolario. *Todos los ángulos rectos son iguales* (fig. 8).

Llévese el ángulo recto DEF sobre el recto ABC de manera que el lado EF quede aplicado sobre BC y el punto E sobre el B, y resultará que la línea ED perpendicular á EF coincidirá con BA perpendicular á BC en virtud del teorema precedente, y por consiguiente los dos ángulos rectos ABC, DEF son iguales (8)[1].

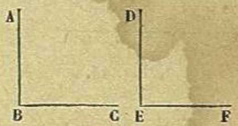

Fig. 8.

19. Se llama ángulo *agudo ú obtuso* al que es menor ó mayor, respectivamente, que un ángulo recto.

20. Dos ángulos son *suplementarios* cuando la suma de ellos es igual á dos rectos; y *complementarios*, cuando es igual á un recto.

21. Teorema. *Toda línea recta* CD *que encuentra á otra* AB, *forma con ella dos ángulos adyacentes suplementarios* (fig. 9).

Con efecto : en el punto C levantamos la línea CE perpendicular á AC; y tendremos :

1. Los números entre paréntesis son una llamada á los de la obra.

$$ACD = ACE + ECD,$$
$$BCD = BCE - ECD.$$

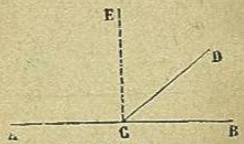

Fig. 9.

Si se suman los miembros de estas dos igualdades, el ángulo ECD desaparece y resultará :

$$ACD + BCD = ACE + BCE$$
$$= 2 \text{ rectos}$$[1]. Q. E. L. D.[2].

22. Corolario I. *La suma de los ángulos consecutivos* ACD, DCE etc., *formados alrededor de un punto* C *y de un mismo lado de una recta* AB, *es igual á dos rectos* (fig. 10).

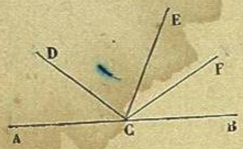

Fig. 10.

Porque en efecto :

$$ACD + DCE + ECF + FCB$$
$$= ACD + DCB = 2 \text{ rectos}.$$

23. Corolario II. *La suma de los ángulos* AOB, BOC, etc. *formados alrededor del punto* O, *y cubriendo todo el plano, es igual á cuatro rectos* (fig. 11).

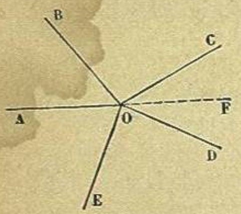

Fig. 11.

Si se prolonga la recta AO resultará :

$$AOB + BOC + COD + DOE + EOA$$
$$= AOB + BOC + COF$$
$$+ FOD + DOE + EOA = 2 \text{ rectos}$$
$$+ 2 \text{ rectos} = 4 \text{ rectos}.$$

24. Teorema. *Si dos ángulos adyacentes* ACD, BCD *son suplementarios, sus lados exteriores* AC, CB *son una misma recta* (fig. 12).

1. Para abreviar, diremos *un recto*, por *un ángulo recto; una recta*, por *una línea recta*.
2. Las letras Q. E. L. D. son iniciales de : Que-era-lo-demostrable.

Efectivamente : si se prolonga la línea AC más allá del punto C, la prolongacion formaría con DC un ángulo suplementario de ACD (**21**); este ángulo seria, pues, igual á BCD, y por tanto la prolongacion de AC coincíde con CB. Q. E. L. D.

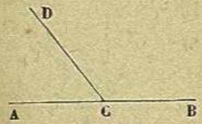

Fig. 12.

Observacion. El teorema anterior es el recíproco del que se demostró en el n.º **21**.

25. Teorema. *Dos ángulos* AOD, BOC *opuestos por el vértice son iguales* (fig. 13).

Los ángulos AOD, AOC son suplementarios (**21**), y lo mismo sucede á los ángulos BOC, AOC; y por tanto los dos ángulos AOD, BOC que tiene el mismo suplemento, son iguales. Q. E. L. E.

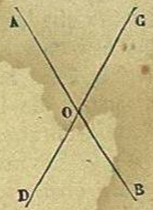

Fig. 13.

26. Corolario I. *Si dos líneas indefinidas se cortan y forman un ángulo recto, los otros tres son tambien rectos* (fig. 14).

Con efecto : si el ángulo AOC, por ejemp., es recto, el ángulo opuesto por el vértice BOD que le es igual, será recto, y lo mismo ocurre respecto de los ángulos AOD y BOC que son los suplementarios de los anteriores.

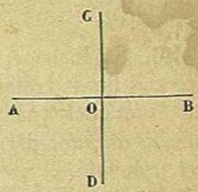

Fig. 14.

De lo dicho se deduce con toda evidencia que : *si una recta es perpendicular á otra, recíprocamente, esta lo será á la primera.*

27. Corolario II. *Las bisectrices de aos ángulos adyacentes* AOC, COB *formados por dos rectas que se cortan son perpendiculares, y las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice son la una prolongacion de la otra* (fig. 15).

Siendo, en efecto, OE y OF las bisectrices de dos ángulos adyacentes AOC y COB; y puesto que la suma de estos dos ángulos es igual á dos rectos (**21**), es evidente que la suma de sus mitades EOC y COF es igual á un recto, que es tanto como decir que OF es perpendicular á OE.

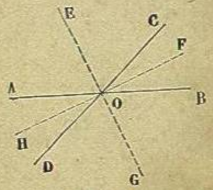

Fig. 15.

Sea OG la prolongacion de OE, y tendrémos que los ángulos BOG y DOG son respectivamente iguales á los ángulos AOE y COE (**25**) : estos dos últimos son iguales entre sí, y por tanto BOG = DOG, lo que equivale á decir que OG es la bisectriz del ángulo BOD, y de todo lo cual resulta que las bisectrices de dos ángulos AOC, BOD opuestos por el vértice son prolongacion la una de la otra. Lo mismo sucede á las bisectrices de los ángulos BOC y AOD.

Resulta de lo anterior *que las bisectrices de los cuatro ángulos formados por dos rectas indefinidas que se cortan,* AB *y* CD *son dos rectas indefinidas* EG *y* FH *perpendiculares una á otra.*

§ III. Triángulos. — Casos más sencillos de igualdad. — Propiedades del triángulo isósceles. — Casos de igualdad del triángulo rectángulo.

28. Se llama *triángulo* á la porcion de plano cerrado por tres líneas rectas que se cortan dos á dos. Las rectas son los *lados* del triángulo; los tres ángulos que forman se llaman *ángulos* del triángulo, y los vértices de estos, *vértices* del triángulo.

Un triángulo es *isósceles* cuando tiene dos lados iguales; *equilátero* cuando tiene los tres iguales; y *equiángulo* cuando los tres ángulos son iguales.

En un triángulo isósceles se denomina especialmente *vértice* el punto en que se cortan los dos lados iguales; y al lado opuesto se llama *base*.

Un triángulo se llama *rectángulo* cuando tiene un ángulo recto : el lado opuesto á este se denomina *hipotenusa*.

29. Teorema. *En un triángulo* ABC *un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia* (fig. 16).

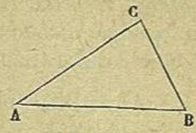

Fig. 16.

1.° La línea recta BC es el camino mas corto entre B y C y de aquí que :

$$BC < AB + AC$$

2.° En virtud de lo demostrado en la primera parte del teorema, tendrémos :

$$BC + AC > AB$$

y de aquí, restando de ambos miembros de la desigualdad la cantidad AC, que :

$$BC > AB - AC. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

30. Corolario. *Si el punto* O *interior en un triángulo se une con dos vértices* B *y* C, *la suma de las dos rectas* OB, OC *es menor que la de los lados* AB *y* AC (fig. 17).

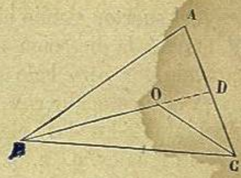

Fig. 17.

En efecto : prolongando BO hasta encontrar el lado AC en D tendremos en razon del teorema precedente que

$$BO + OD < AB + AD$$
$$OC < OD + DC$$

y sumando miembro á miembro las dos desigualdades anteriores que :

$$OB + OD + OC < AB + AD + OD + DC.$$

Si ahora notamos que OD se halla en los dos miembros y por tanto que podrá suprimirse sin alterar la desigualdad, y que AD + DC es igual á AC, resultará :

$$OB + OC < AB + AC. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

31. Teorema. *Dos triángulos que tienen un lado igual é iguales respectivamente los ángulos formados en cada extremo de dicho lado igual, son iguales.*

Sean los dos triángulos ABC, DEF (fig. 18), que tienen:

$$AB = DE; \quad \text{el ángulo } A = D; \quad \text{el ángulo } B = E.$$

Si se lleva el triángulo DEF, sobre el ABC de modo que DE coincida con su igual AB, cayendo el punto D sobre el B; siendo el ángulo D igual al ángulo A, el lado DF tomará la direccion AC y el punto F caerá sobre uno cualquiera de AC.

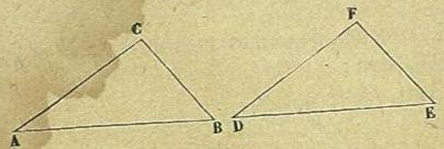

Fig. 18.

De igual suerte, siendo el ángulo E igual al ángulo B, el lado EF tomará la direccion de BC y el punto F caerá sobre BC. Teniendo por otro lado que caer el punto F sobre AC y BC, tendrá que coincidir con el punto C, y por tanto, habiendo coincidido todos los elementos de ambos triángulos, estos resultan iguales. Q. E. L. D.

Observacion. Las igualdades

$$AB = DE, \quad A = D, \quad B = E,$$

llevan como consecuencia estas otras:

$$AC = DF, \quad BC = EF, \quad C = F.$$

32. Teorema. *Dos triángulos que tienen un ángulo igual comprendido entre dos lados que son respectivamente iguales, son iguales.*

Sean ABC, DEF (fig. 19) dos triángulos en los cuales tenemos:

$$\text{El ángulo } C = \text{al ángulo } F; \quad CA = FD; \quad CB = FE.$$

Si llevamos el triángulo DEF sobre el ABC de modo que el lado FD coincida con su igual CA, y supuesto que el ángulo F es igual al ángulo C, el lado FE tomará la direccion del

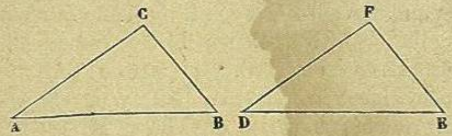

Fig. 19.

CB: el punto E caerá sobre B, por ser $FE = CB$; los lados DE y AB cuyos extremos han coincidido, coincidirán en toda su estension, y por tanto los triángulos serán iguales. Q. E. L. D.

Observacion. Las igualdades

$$C = F, \quad CA = FD, \quad CB = FE$$

dan como consecuencia

$$A = D, \quad B = E, \quad AB = DE.$$

33. Teorema. *Si dos triángulos tienen un ángulo desigual comprendido entre lados respectivamente iguales, los terceros lados son desiguales, y el opuesto al ángulo mayor será tambien el mayor.*

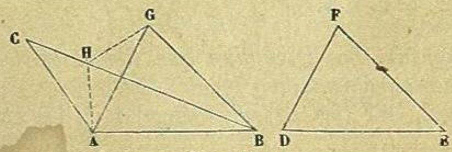

Fig. 20.

Sean ABC, DEF (fig. 20) dos triángulos en los cuales ocurre:

$$CA = FD, \quad AB = DE, \quad CAB > D.$$

Si superponemos el triángulo DEF al triángulo ABC de manera que el lado ED coincida con su igual BA, como el ángulo D es menor que el A, el lado FD caerá dentro del ángulo CAB, y el triángulo DEF ocupará la posicion ABG. Trazamos luego la bisectriz AH del ángulo GAC que corta en H el lado BC, y unimos además G con H mediante la recta GH. Los dos triángulos AGH, ACH tienen un lado comun AH; el lado AG se ha supuesto igual á AC, y el ángulo $GAH = CAH$ por construccion, luego son iguales (**32**) y de ello resulta que $CH = GH$. Además tenemos que $BG < BH + GH$ (**29**). Si ahora reemplazamos BG por su igual EF y GH por su igual CH, resultará:

$$EF < BC. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

34. Teorema. Recíprocamente, *si dos triángulos* ABC, DEF *tienen dos lados iguales respectivamente* $AB = DE$ y $AC = DF$ *y los terceros lados* BC y EF *son desiguales, los ángulos* A *y* D *opuestos respectivamente á los lados desiguales, son desiguales, y el mayor ángulo es el opuesto al mayor lado* (fig. 20).

Con efecto: los ángulos A y D no pueden ser iguales, porque si lo fueran, los triángulos ABC, DEF tendrian un ángulo igual comprendido entre lados iguales respectivamente, é iguales (**32**) tambien los terceros lados BC y EF, lo cual es contrario á la hipótesis, y por tanto hay que admitir que son desiguales. En virtud del teorema precedente, el ángulo mayor se opone al lado mayor. Q. E. L. D.

35. Teorema. *Dos triángulos que tienen los tres lados iguales respectivamente, son iguales.*

Sean ABC, DEF (fig. 19) dos triángulos en los cuales tenemos:

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad BC = EF;$$

y decimos que el ángulo A es igual el ángulo D, porque si fueran desiguales lo serian los lados opuestos BC y EF (**33**), lo cual es contrario á la hipótesis, y por tanto el ángulo $A = D$ y lo mismo los dos triángulos en cuestion, en virtud del teorema n.º **32**. Q. E. L. D.

Observacion. Las igualdades

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad BC = EF$$

llevan como consecuencia, las siguientes:

$$A = D, \quad B = E, \quad C = F.$$

36. Observacion general. Los teoremas de los números **31**, **32** y **35** constituyen lo que se llama los tres casos de igualdad de los triángulos, tan frecuentemente usados en geometría. Dichos teoremas muestran que si los tres elementos de un triángulo, ángulos ó lados, convenientemente elegidos, son iguales á los tres elementos correspondientes de otro triángulo cualquiera, los dos triángulos son iguales en todas sus partes; de tal suerte que la igualdad respectiva de los tres primeros elementos, lleva como consecuencia la de los tres segundos. De tales teoremas puede, pues, sacarse gran partido, cuando se trata de demostrar la igualdad de dos líneas ó de dos ángulos que pertenecen á una misma figura ó á figuras diversas.

Es esencial notar que en dos triángulos iguales los lados iguales son siempre opuestos á ángulos iguales.

37. Teorema. *En un triángulo isósceles los ángulos opuestos á los lados iguales, son iguales.*

Si el lado $AB = AC$ (fig. 21), el ángulo C es igual al ángulo B. En efecto, uniendo el vértice A del triángulo al medio D de la base BC, los triángulos ABD, ACD tienen el lado $AB = AC$ por hipótesis; BD y DC, por construccion; y AD comun, y por consiguiente son iguales (**35**): luego los ángulos B y C opuestos al lado comun AD son iguales. Q. E. L. D.

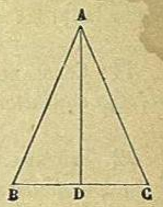

Fig. 21.

38. Corolario I. *Todo triángulo equilátero es al mismo tiempo equiángulo.*

39. Corolario II. De la igualdad de los triángulos ABD, ACD se deduce que los ángulos ADB y ADC son iguales, así como los ángulos BAD y CAD; y por tanto: *en un triángulo isósceles la línea que une el vértice con el medio de la base es perpendicular á esta base, y divide el ángulo del vértice en dos partes iguales.*

40. Teorema. *Si dos ángulos de un triángulo son iguales, los lados opuestos á estos ángulos son iguales, y el triángulo es isósceles.*

Si el ángulo $B = C$ (fig. 22), decimos que $AC = AB$.

Para demostrarlo construyo un triángulo $A'B'C'$ igual al triángulo ABC y le llevo sobre este, volviéndole, en términos que el punto C' caiga en el punto B, y el B' sobre el punto C. El ángulo $B' = B$ por construccion; el $B = C$ por hipótesis, luego son iguales B' y C. Por esta razon el lado $B'A'$ tomará la direccion CA; por iguales razones $C'A'$ tomará la direccion de BA, y el punto A' caerá en A. Luego $B'A' = CA$ y por tanto $BA = CA$. Q. E. L. D.

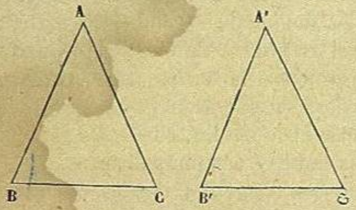

Fig. 22.

41. Corolario. *Todo triángulo equiángulo es al mismo tiempo equilátero.*

42. Teorema. *Desde un punto O fuera de una recta AB,:* 1.º *se puede trazar una perpendicular á dicha recta;* 2.º *pero no puede trazarse más de una* (fig. 23).

1.º Doblemos el plano á lo largo de AB, rebatiendo la parte superior sobre la inferior; el punto O caerá sobre O', cuyo punto, volviendo á desdoblar el plano lo unirémos con O mediante la recta OO', que será perpendicular á AB. Si en efecto se dobla de nuevo el plano, el ángulo OCD coincidirá con $O'CD$; de lo que se deduce que estos ángulos son rectos y la

recta AC perpendicular á OO' (**14**), lo que es tanto como decir que la recta OO' lo es á AB. Q. E. L. D.

2.º Sea OD otra línea. Si trazamos la recta $O'D$, los dos triángulos ODC, $O'DC$ serán iguales por tener comun el lado CD; el $OC = CO'$ por construccion, y $OCD = O'CD$ como rectos. Los ángulos ODC $O'DC$ son iguales por consiguiente, pero su suma no vale dos rectos, puesto que $O'D$ no es la prolongacion de OD (**24**), de donde se infiere que ODC no es recto, y que OD es oblícua á AB. Q. E. L. D.

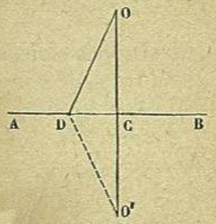

Fig. 23.

Observacion. El punto en que la perpendicular bajada desde otro punto sobre una recta corta á dicha recta, se llama *pié de la perpendicular.*

43. Teorema. *Si desde un punto O tomado fuera de una recta AB se traza una perpendicular OC y diversas oblícuas:*

1.º *La perpendicular es más corta que todas las oblícuas:*

2.º *Dos oblícuas que se alejan igualmente del pié C de la perpendicular son iguales.*

3.º *De dos oblícuas que se alejan desigualmente del pié de la perpendicular, es mayor la que se aleja más* (fig. 24).

1.º La perpendicular OC es más corta que la oblícua OD. En efecto: prolonguemos la perpendicular OC de una cantidad CO' igual á su longitud, y unamos los puntos O' y D mediante la recta $O'D$. Los dos triángulos COD, $CO'D$ tienen comun el lado CD, el lado $CO = CO'$ por construccion y el ángulo $DCO = DCO'$ por ser rectos; y por tanto (**32**) son iguales é iguales los lados OD y $O'D$. Sentado esto, es además evidente que la línea recta OO' es mas corta que la quebrada ODO',

$$OO' < OD + DO',$$

de donde se deduce, tomando la mitad de ambos miembros

$$OC < OD. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

2.º Las dos oblícuas OE, OD, igualmente separadas del pié C de la perpendicular son iguales. En efecto: los dos triángulos OCD, OCE tienen comun el lado OC, iguales los lados CD y CE por hipótesis y el ángulo OCD = OCE por ser rectos, y por tanto dichos triángulos son iguales (**32**) y por ello lo son los lados OD y OE.

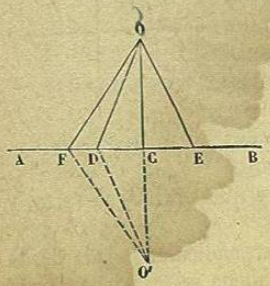

Fig. 24.

Q. E. L. D.

3.º De dos oblícuas OE, OF desigualmente separadas del pié de la perpendicular, la oblícua OF que se separa mas, es la mayor. En efecto: tomemos sobre la recta CF una parte CD = CE y unamos el punto O con D. Luego prolonguemos la perpendicular OC, tanto como ella tiene de longitud, hasta O′. Las líneas DO y DO′ son oblícuas á OO′ que distan igualmente del pié C de la perpendicular DC puesto que CO = CO′. De aquí resulta que DO = DO′; y por la misma razon FO = FO′. Ahora bien: sabemos (**30**) que

$$DO + DO' < FO + FO'$$

y por tanto, tomando la mitad de los dos miembros

$$DO < FO;$$

y como además OD = OE (2.º) resulta definitivamente que

$$OE < OF. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

44. Corolario. *De un punto O á una recta AB, no se le pueden trazar mas que dos líneas iguales.*

45. Observacion. Siendo la perpendicular la línea mas corta

PAB será isósceles, la línea PC, que une el vértice P de dicho triángulo con el medio de la base, es perpendicular á ella, y por tanto el punto P está en la perpendicular DC. Q. E. L. D.

49. Observacion. Cuando hay puntos que gozan de una propiedad comun, se llama *lugar geométrico* ó simplemente *lugar* de estos puntos á la línea que los contiene todos, y cuyos puntos gozan todos de la misma propiedad.

Así, en virtud del teorema precedente, la perpendicular elevada en medio de la línea AB contiene todos los puntos equidistantes de los puntos A y B, y además todos los puntos de esta perpendicular equidistan de los puntos A y B, pudiendo por ello reunirse las dos partes de este teorema en el enunciado siguiente:

La perpendicular elevada en medio de una recta es el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los dos extremos de esta recta.

50. Teorema. 1.º *Todo punto tomado en la bisectriz de un ángulo está equidistante de los lados del ángulo.*

2.º *Todo punto tomado en el interior de un ángulo á igual distancia de sus dos lados pertenece á la bisectriz de dicho ángulo.*

1.º Sea M un punto tomado á voluntad en la bisectriz AD del ángulo BAC (fig. 27); y decimos que este punto M está igualmente distante de los dos lados AB y AC.

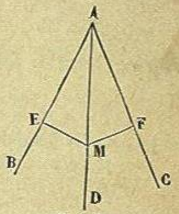

Fig. 27.

En efecto: la distancia del punto M al lado AB es la longitud de la perpendicular ME bajada desde el punto M á la recta AB (**45**); y de igual manera la distancia del punto M al lado AC se aprecia por la perpendicular MF tirada tambien desde el punto M sobre AC. Probando ahora que ME = MF quedará demostrado el teorema y para ello decimos que los dos triángulos rectángulos AME, AMF tienen la hipotenusa AM comun, el ángulo MAE = MAF, puesto que la recta AM es bisectriz del ángulo BAC; los dos triángulos en cuestion son