LIBRO IV

LAS FIGURAS SEMEJANTES

§ XIV. Líneas proporcionales.

179. Lema. *Sobre una recta* AB *existen dos puntos tales que la relacion de sus distancias á dos puntos dados* A *y* B *es igual á una relacion dada; y no hay mas que dos, uno colocado sobre la recta* AB *y el otro en su prolongacion* (fig. 130.)

Fig. 130.

Para aclarar las ideas, supongamos que la relacion de las distancias del punto buscado á los puntos A y B sea igual á $\frac{5}{2}$. Partamos la línea AB en $5+2$ ó en 7 partes iguales y tomemos 5 de estas partes desde el punto A, y tendremos así un punto M tal que

$$\frac{MA}{MB}=\frac{5}{2};$$

y si el punto M cambia de lugar entre A y B, la relacion $\frac{MA}{MB}$ cambiará, porque uno de los términos de esta relacion aumentará mientras que el otro disminuirá. El punto M es pues el único que divide AB proporcionalmente á los números 5 y 2.

Busquemos ahora un punto sobre la prolongacion de AB; dicho punto debiendo estar mas alejado del punto A que del B, no puede hallarse mas que sobre la prolongacion de AB, mas allá del punto B. Para obtenerlo dividamos AB en $5-2$ ó en

tres partes iguales y tomamos á partir del punto A, 5 de estas partes, con lo cual obtenemos un punto P tal que

$$\frac{PA}{PB}=\frac{5}{2}.$$

Si el punto P varía sobre la prolongacion de AB, la relacion $\frac{PA}{PB}$ variará, porque los dos términos de ella aumentarán ó disminuirán en una misma cantidad, y es sabido que una fraccion cambia de valor cuando se le añade ó quita á ambos términos una misma cantidad.

Tambien puede hacerse ver de la manera siguiente: tenemos evidentemente

$$\frac{PA}{PB}=\frac{PB+AB}{PB}=1+\frac{AB}{PB}.$$

Si el punto P cambia de posicion en la prolongacion de AB, la relacion $\frac{AB}{PB}$ cuyo numerador es fijo y el denominador variable, variará; y lo mismo tendrá lugar por consiguiente con la relacion $\frac{PA}{PB}$. El punto P es pues el único de los situados en la prolongacion de AB cuya relacion de sus distancias á los puntos A y B es igual á $\frac{5}{2}$.

180. Teorema. *Una paralela á un lado de un triángulo determina en los otros dos lados segmentos proporcionales.*

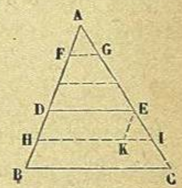

Fig. 131.

Sea DE paralela al lado BC del triángulo ABC (fig. 131) y decimos que hay:

$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC};$$

Suponemos que las líneas AD y DB tienen una medida comun, contenida 3 veces, por ejemplo, en

AD, y dos veces en DB; la relacion $\frac{AD}{DB}$ será en este caso igual á $\frac{3}{2}$. Por los puntos de division de AB, trazamos paralelas á BC, que dividirán á AC en segmentos iguales entre sí. Tomemos, con efecto, los segmentos AG y EI; trazemos EK paralela á AB, en cuyo caso las líneas EK y DM son iguales como lados opuestos de un paralelógramo : DH=AF por construccion, y por tanto EK=AF. Además los triángulos AFG, EKI tienen el lado AF=EK, el ángulo AFG = EKI por tener los lados paralelos y dirigidos en un mismo sentido (**82**), el ángulo FAG=KEI como correspondientes, luego son iguales, y el segmento AG=EI. Lo mismo podria demostrarse la igualdad de los demas segmentos de la línea AC. Resulta en fin que AE contiene 3 de estas partes y EC contiene 2; luego la relacion $\frac{AE}{EC}=\frac{3}{2}$; luego es igual á $\frac{AD}{DB}$. Q. E. L. D.

Demostrado el teorema para el caso en que las dos líneas AD y DB tengan una medida comun, por pequeña que sea, es tambien cierto para el caso en que sean incomensurables.

181. Corolario I. Si en la proporcion

$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}.$$

se cambian de lugar los medios, resultará esta otra :

$$\frac{AD}{AE}=\frac{DB}{EC}.$$

De esta se deduce por una propiedad conocida de las relaciones iguales

$$\frac{AD}{AE}=\frac{DB}{EC}=\frac{AD+DB}{AE+EC};$$

y reemplazando AD+DB por AB, y AE+EC por AC,

$$\frac{AD}{AE}=\frac{DB}{EC}=\frac{AB}{AC},$$

igualdad de relaciones que puede enunciarse así :

Cuando se cortan dos lados de un triángulo por una paralela al tercero, la relacion de los dos primeros lados es igual á la relacion de los segmentos comprendidos entre el vértice y la secante, y á la relacion de los segmentos comprendidos entre la secante y el tercer lado.

Observacion. El teorema y el corolario precedentes son verdad tambien, cuando la secante en vez de cortar los lados mismos del triángulo, corta su prolongacion, y se demuestran del mismo modo.

182. Corolario II. *Las paralelas interceptan en dos rectas* AC, DF *segmentos proporcionales* (fig. 132.)

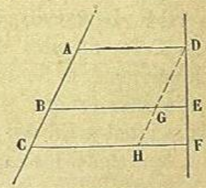

Fig 132.

Sean AD, BE, CF, tres paralelas que cortan las rectas AC y DF, y decimos que resulta

$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}.$$

En efecto : por el punto D trazamos DH paralela á AC, y tendremos (**181**)

$$\frac{DG}{DE}=\frac{GH}{EF};$$

y como DG=AB, GH=BC (**72**), luego

$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}. \quad \text{Q. E. L. D.}$$

183. Teorema. Recíprocamente, *si una línea* DE *divide dos lados de un triángulo en segmentos proporcionales, es paralela al tercer lado.* (fig. 133.)

Suponemos que la línea DE divide los lados AB y AC en segmentos proporcionales, de manera que resulte

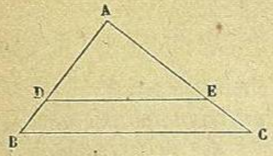

Fig. 133.

$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC};$$

y decimos que en este caso DE es paralela á BC. En efecto, si por el punto D trazamos una paralela á BC, esta paralela divide el lado AC en segmentos proporcionales á AD y DB (**180**); mas el punto E es el único que divide AC en la relacion de AD á DB (**179**), y por tanto la paralela trazada pasa por el punto E. Q. E. L. D.

§ XV. — Polígonos semejantes. — Condiciones para la semejanza.

184. Definiciones. Dos polígonos son *semejantes* cuando tienen los ángulos iguales uno á uno y los lados *homólogos* proporcionales. Se llaman lados *homólogos* de dos polígonos semejantes los que son adyacentes de una y otra parte á los ángulos iguales. En dos triángulos semejantes los lados homólogos son opuestos á los ángulos iguales. Llámanse vértices homólogos de dos polígonos semejantes los vértices de los ángulos iguales; y diagonales homólogas, las que unen vértices homólogos.

185. Teorema. *Toda paralela* DE *á uno de los lados de un triángulo* ABC *determina un nuevo triángulo semejante al primero* (fig. 134.)

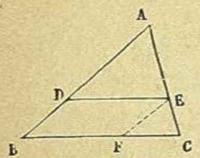

Fig. 134.

En efecto : desde luego resulta que los dos triángulos ABC, ADE son equiángulos porque tienen el ángulo A comun y los otros iguales respectivamente como correspondientes.

Los lados homólogos son proporcionales : en efecto, tenemos la proporcion (**181**)

$$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$$

de la que resulta :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}; \qquad [1]$$

trazamos luego EF paralela á AB, y tendremos (**181**)

$$\frac{AE}{BF}=\frac{AC}{BC} \quad \text{ó} \quad \frac{AE}{AC}=\frac{BF}{BC};$$

y como BF = DE (**72**), tenemos :

$$\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}. \qquad [2]$$

Las proporciones [1] y [2] tienen una relacion comun $\frac{AE}{AC}$, luego las tres relaciones son iguales, y resulta :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC};$$

lo que demuestra que los dos triángulos ADE, ABC tienen los lados proporcionales, y como son equiángulos, son semejantes. Q. E. L. D.

186. Corolario. *En un trapecio la línea que junta los puntos medios de los lados no paralelos, es paralela á las bases é igual á su semi-suma.*

Volvamos sobre la figura que sirvió para hallar el área del trapecio (fig. 135) ; juntemos los puntos medios F y G de los lados no paralelos BC y AD ; el punto F es al mismo tiempo tambien el medio de la línea DE puesto que los dos triángulos BEF, CDF son iguales. La línea GF divide, pues, en dos partes iguales los lados DA y DE del triángulo DAE (**183**). Por consecuencia los triángulos DGF, DAE son semejantes (**185**) y sus lados homólogos proporcionales; DG es la mitad de DA;

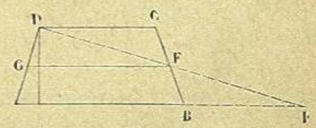

Fig. 135.

luego GF es la mitad de AE, es decir, que GF es igual á la semisuma de las bases. Q. E. L. D.

Resulta inmediatamente de aquí que el *área del trapecio tiene por medida el producto de su altura por la línea que junta los puntos medios de los lados no paralelos* (**164**).

187. Teorema. *Dos triángulos* ABC, A′B′C′ *que tienen los ángulos iguales uno á uno, son semejantes* (fig. 136).

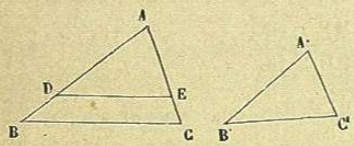

Fig. 136.

Suponemos que $A = A'$, $B = B'$, $C = C'$; tomamos sobre AB una longitud $AD = A'D'$ y trazamos DE paralela á BC; y el triángulo ADE es semejante á ABC (**185**).

Decimos además que este mismo triángulo ADE es igual al triángulo A′B′C′; porque efectivamente tienen el lado $AD = A'B'$ por construccion; el ángulo A igual al A′ por la hipótesis, y por último ADE igual al ángulo B′, porque los dos lo son al ángulo B. Los dos triángulos ADE, A′B′C′ son pues iguales (**31**); y por consiguiente el triángulo A′B′C′ es semejante al ABC. Q. E. L. D.

Observacion. Basta que los dos triángulos, ABC, A′B′C′ tengan dos ángulos iguales para ser semejantes, porque si los tienen, son equiángulos (**67**) y son por tanto semejantes.

188. Teorema. *Dos triángulos* ABC, A′B′C′ *que tienen un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales, son semejantes* (fig. 137).

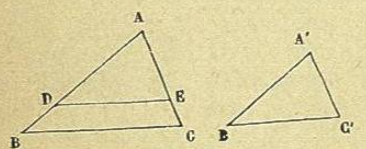

Fig. 137.

Tenemos por hipótesis

$$A = A', \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}. \quad [1]$$

Tomemos sobre AB una longitud $AD = A'B'$ y trazamos DE paralela á BC. El triángulo ADE es semejante á ABC (**185**).

Por consecuencia tendremos:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}; \quad [2]$$

las proporciones [1] y [2] tienen los tres primeros términos iguales, puesto que $AD = A'B'$; luego $AE = A'C'$, de donde resulta que los triángulos ADE, A′B′C′ tienen el ángulo $A = A'$ por hipótesis, $AD = A'B'$ por construccion, y $AE = A'C'$ por lo demostrado; luego son iguales (**32**), y por ello A′B′C′ es semejante á ABC.

189. *Dos triángulos*, ABC, A′B′C′, *que tienen los lados proporcionales, son semejantes* (fig. 138).

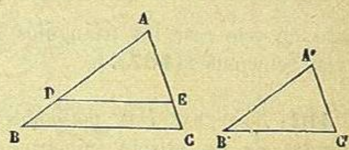

Fig. 138.

Suponemos que hay lo siguiente:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}. \quad [1]$$

Tomamos sobre AB una longitud $AD = A'B'$; trazamos una paralela DE á BC y el triángulo ADE es semejante á ABC (**185**). Por tanto

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}. \quad [2]$$

Comparando las igualdades de las relaciones [1] y [2], y teniendo en cuenta que $AD = A'B'$, se deduce

$$AE = A'C'; \quad DE = B'C';$$

los triángulos ADE, A′B′C′ tienen, pues, los tres lados iguales, luego son iguales y A′B′C′ es semejante á ABC.

190. Teorema. *Dos triángulos que tienen los lados paralelos ó perpendiculares son semejantes.*

Estos triángulos tienen, segun lo dicho, los ángulos iguales ó suplementarios respectivamente (**62** y **63**). Designemos con

A, B, C, A′, B′, C′, los ángulos de los dos triángulos. No puede suceder al mismo tiempo :

$$A+A'=2 \text{ rectos}; \quad B+B'=2 \text{ rectos}; \quad C+C'=2 \text{ rectos},$$

porque la suma de los seis ángulos seria igual á 6 rectos, lo cual es imposible (**65**) ; tampoco puede ocurrir que :

$$A=A'; \ B+B=2 \text{ rectos}; \ C+C'=2 \text{ rectos},$$

porque, aun en este caso, la suma de los seis ángulos seria mayor que cuatro rectos, cosa imposible tambien. Será necesario que suceda que :

$$A=A'; B=B'; C=C';$$

pero en este caso los triángulos son equiángulos y por esta razon semejantes (**187**).

191. Teorema. *Dos polígonos* ABCDE, A′B′C′D′E′ *compuestos de un mismo número de triángulos semejantes y semejantemente colocados, son semejantes* (fig. 139).

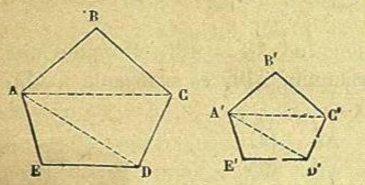

Fig. 139.

En efecto : decimos en primer lugar que los dos polígonos tienen los ángulos iguales uno á uno. Los ángulos B y B′ son iguales como ángulos homólogos de dos triángulos semejantes ABC, A′B′C′ ; los ángulos E y E′ son iguales por la misma razon. Los ángulos BCD, B′C′D′ son iguales como compuestos uno y otro de dos ángulos iguales uno á uno, el ángulo BCA = B′C′A′ á causa de la semejanza de los triángulos ABC, A′B′C′, y el ángulo ACD igual al ángulo A′C′D′ á causa de la semejanza de los triángulos ACD, A′C′D′ ; los dos ángulos CDE, C′D′E′ son iguales por una razon análoga. En fin los ángulos BAE, B′A′E′ compuestos de un mismo número de ángulos iguales uno á uno son tambien iguales ; luego los dos polígonos son equiángulos.

En segundo lugar decimos que los dos polígonos tienen los lados homológos proporcionales. En efecto : la semejanza de los triángulos ABC y A′B′C′, ACD y A′C′D′, ADE y A′D′E′ dan las igualdades de las relaciones siguientes :

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'},$$
$$\frac{AC}{A'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'},$$
$$\frac{AD}{A'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'},$$

de donde se deduce, á causa de las relaciones comunes,

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'},$$

igualdades que demuestran la proporcionalidad de los lados homólogos.

Los polígonos son, pues, equiángulos y tienen los lados proporcionales y por tanto son semejantes. Q. E. L. D.

192. Teorema. Recíprocamente, *dos polígonos semejantes* ABCDE, A′B′C′D′E′ *pueden ser descompuestos en un mismo número de triángulos semejantes y semejantemente dispuestos* (fig. 140).

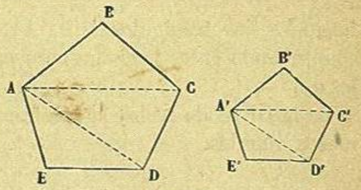

Fig. 140.

Por los vértices homólogos A y A′ se trazan todas las diagonales posibles en los dos polígonos, las cuales descomponen cada uno de ellos en tantos triángulos como lados hay menos dos. El número de los triángulos es el mismo en cada polígono y decimos que son semejantes uno á uno.

Tomemos primeramente los dos triángulos ABC, A′B′C′. Tienen el ángulo B igual al ángulo B′, como ángulos homólogos de dos polígonos semejantes. La semejanza de estos da además la proporcion :

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'};$$

luego los dos triángulos ABC, A'B'C' tienen un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales, y por consecuencia son semejantes (**188**).

Resulta de lo dicho que el ángulo BCA es igual á B'C'A', y como el ángulo BCD es igual al B'C'D' en virtud de la hipótesis, el ángulo ACD, diferencia de los BCD y BCA, es igual al ángulo A'C'D', diferencia de los ángulos B'C'D' y B'C'A'. La semejanza de los dos triángulos ABC, A'B'C' da la proporcion

$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'};$$

y la de los dos polígonos origina la de

$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'};$$

deduciéndose de la comparacion de estas dos proporciones :

$$\frac{CA}{C'A'}=\frac{CD}{C'D'};$$

luego los dos triángulos ACD, A'C'D' tienen un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales, y por tanto son semejantes.

De igual modo podria demostrarse la semejanza de los demás triángulos.

193. Teorema. La relacion de los perímetros de dos polígonos semejantes ABCDE, A'B'C'D'E' es igual á la relacion de dos lados homólogos (fig. 140).

Tenemos por hipótesis :

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'};$$

de donde se deduce inmediatamente por una propiedad sabida de las relaciones iguales :

$$\frac{AB+BC+CD+DE+EA}{A'B'+B'C'+C'D'+D'E'+E'A'}=\frac{AB}{A'B'}. \quad \text{Q. E. L. D.}$$

Es además fácil darse razon de la exactitud de este teorema mediante la siguientes sencillas consideraciones : supongamos, para concretar las ideas, que la relacion de dos lados homólogos de los dos polígonos sea igual á $\frac{5}{3}$. Esto quiere decir que cada lado del primer polígono vale $\frac{5}{3}$ del lado homólogo del otro polígono, y por consecuencia el perímetro del primero vale tambien $\frac{5}{3}$ del perímetro del segundo, que era cabalmente lo que era preciso demostrar.

§ XVI. Relaciones entre la perpendicular bajada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo sobre la hipotenusa, los segmentos de la hipotenusa, la hipotenusa misma y los lados del ángulo recto.

194. Definiciones. Se llama *proyeccion* de un punto sobre una recta el pié de la perpendicular bajada desde dicho punto sobre la recta.

Se llama *proyeccion* de una recta AB sobre una recta CD la porcion A'B' de esta última recta comprendida entre las proyecciones A' y B' de los dos extremos de AB (fig. 141).

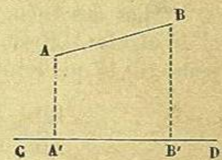

Fig. 141.

Recordemos que cuando los dos medios de una proporcion son iguales, cada uno de ellos se llama *medio proporcional* entre los dos extremos. Tambien importa tener presente que esta definicion equivale á decir que la media proporcional entre dos números es un tercer número cuyo cuadrado es igual al producto de los dos primeros. Así la media proporcional entre 2 y 18 es 6, porque el cuadrado de 6 es igual al producto 2×18 (v. la *Aritmética*).

195. Teorema. *Si desde el vértice A del ángulo recto de un triángulo rectángulo ABC se baja una perpendicular sobre la hipotenusa:*

1.º *Cada lado del ángulo recto es medio proporcional entre la hipotenusa entera y su proyeccion sobre la hipotenusa;*

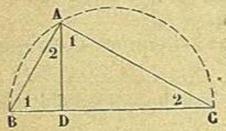

Fig. 142.

2.º *La perpendicular es media proporcional entre los segmentos de la hipotenusa* (fig. 142).

1.º Los dos triángulos ABC, ABD son rectángulos y tienen el ángulo B comun, luego son semejantes (**187**). Escribiendo ahora la proporcionalidad de los lados homólogos de dichos triángulos, tendremos:

$$\frac{BC}{AB}=\frac{AB}{BD} \quad ó \quad \overline{AB}^2=BC\times BD;$$

lo cual prueba que el lado AB del ángulo recto es medio proporcional entre la hipotenusa entera BC y la proyeccion BD de dicho lado sobre la hipotenusa. Comparando del mismo modo los triángulos semejantes ABC, DAC hallaríamos igualmente

$$\overline{AC}^2=BC\times CD$$

2.º Los dos triángulos ABD, CAD equiángulos con relacion al triángulo ACB son equiángulos entre sí, y por tanto semejantes, de lo que resulta la proporcion

$$\frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD} \quad ó \quad \overline{AD}^2=BD\times CD;$$

que muestra que la perpendicular AD es media proporcional entre los segmentos BD y CD de la hipotenusa.

196. Corolario I. Uniendo un punto cualquiera A de una

semicircunferencia con los dos extremos del diámetro BC (fig. 142) se forma un triángulo rectángulo (**114**) y en virtud del teorema precedente resultará:

1.º *Toda cuerda de un círculo es media proporcional entre el diámetro que pasa por su extremo y su proyeccion sobre el diámetro;*

2.º *La perpendicular bajada desde un punto cualquiera de la circunferencia sobre un diametro, es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.*

197. Corolario II. *Los cuadrados de los dos lados del ángulo recto de un triángulo rectángulo son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa.*

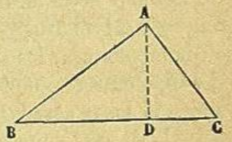

Fig. 143.

Tenemos (fig. 142)

$$\overline{AB}^2=BC\times BD,$$
$$\overline{AC}^2=BC\times CD.$$

Dividiendo miembro á miembro estas dos igualdades y observando que BC, factor comun á los dos terminos puede desaparecer, resultará

$$\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2}=\frac{BD}{CD}. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

198. Teorema. *El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual á la suma de los cuadrados de los lados del ángulo recto* (fig. 143).

Tenemos (**195**, 1.º)

$$\overline{AB}^2=BC\times BD$$
$$\overline{AC}^2=BC\times CD;$$

sumando se obtiene:

$$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=BC\times(BD+CD)=BC\times BC=\overline{BC}^2. \qquad \text{Q. E. L. D}$$

Observacion. Este teorema no difiere en el fondo del que se ha demostrado en el nº **168**.

199. **Aplicaciones.** Los teoremas desde los nºs **195** y **198** establecen relaciones entre los tres lados de un triángulo rectángulo, la perpendicular bajada desde el vértice del ángulo recto sobre la hipotenusa y los dos segmentos de esta, las cuales son seis cantidades entre todas. Dadas dos de estas cantidades se puede, con auxilio de estas relaciones, calcular las cuatro restantes. De aquí nueve problemas distintos sobre el triángulo rectángulo, cuya solucion se deduce de los teoremas precedentes; he aquí algunas de esta soluciones.

I. Los dos lados de un triángulo rectángulo son iguales, el primero á 21 metros y el segundo á 28. Se desea saber cuál será la hipotenusa, los dos segmentos y la perpendicular.

La hipotenusa se obtiene como lo hemos explicado ya (**170**) reuniendo los cuadrados de los dos lados y extrayendo la raiz cuadrada de esta suma, de este modo :

$$\sqrt{21^2+28^2}=\sqrt{1225}=35 \text{ metros.}$$

Los segmentos de la hipotenusa se calculan mediante la propiedad del nº **195**, 1º; del cual se deduce en efecto que :

$$BD=\frac{\overline{AB}^2}{BC}; \qquad CD=\frac{\overline{AC}^2}{BC};$$

cuyas expresiones en números serian :

$$BD=\frac{21^2}{35}=\frac{441}{35}=12^m,60;$$

$$CD=\frac{28^2}{35}=\frac{784}{35}=22^m,40.$$

Por último la perpendicular AD se obtiene aplicando la segunda parte del mismo teorema

$$\overline{AD}^2=BD\times CD$$

lo cual da por resultado

$$\overline{AD}^2=12,6\times 22,4=282,24,$$

de donde

$$AD=\sqrt{282,24}=16^m$$

Se halla, sin embargo AD más rápidamente teniendo en cuenta que :

$$BC\times AD=AB\times AC$$

porque estos dos productos representan, uno y otro el doble del área del triángulo, y de ello se deduce que

$$AD=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{21\times 28}{35}=\frac{588}{35}=16^m,8.$$

II. La hipotenusa de un triángulo rectángulo tiene una longitud de 13 metros, y uno de los lados del ángulo recto es igual á 5, y se desea saber cual será el otro lado del ángulo recto, los segmentos de la hipotenusa y la perpendicular.

Este problema se reduce inmediatemente al anterior, calculando el otro lado del ángulo recto, cosa que ya sabemos hacer (**170**) y que es igual dicho lado á :

$$\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12 \text{ metros.}$$

Pero pueden calcularse primeramente los dos segmentos de la hipotenusa, y el que de estos constituye la proyeccion del lado dado se obtiene fácilmente mediante la fórmula

$$BD=\frac{\overline{AB}^2}{BC}=\frac{5^2}{13}=\frac{25}{13}=1^m,923.$$

con un milímetro de aproximacion.

El otro segmento se obtiene por diferencia, y será igual á

$$13^m-\frac{25^m}{13}=\frac{144^m}{13}=11^m,077,$$

con un milímetro de diferencia.