EFGH son perpendiculares, puesto que el primero contiene la línea AB perpendicular al segundo (**286**); y la línea HL trazada en el plano EFGH perpendicularmente á la interseccion EF de los dos planos, es perpendicular al plano ABCD (**287**), y

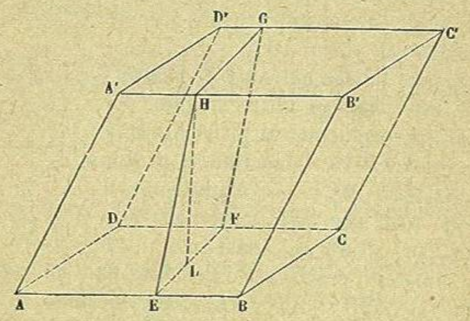

Fig. 235.

por tanto, esta línea es la altura del paralelipípedo oblícuo ABCDA'. Resulta de todo que el volúmen de este paralelipípedo tiene por expresion ABCD×AL, es decir, el producto de su base por su altura. Q. E. L. D.

331. Teorema. *El volúmen de un prisma cualquiera es igual al producto de su base por su altura.*

1.° Suponemos en primer lugar que el prisma dado sea un prisma triangular. Si por dos de las aristas laterales de este prisma se trazan planos paralelos á las caras opuestas, se forma un paralelipípedo que tiene la misma altura que el prisma y una base doble, y se sabe que (**325**) dicho paralelipípedo tiene un volúmen doble que el del prisma. El volúmen del paralelipípedo tiene por medida el producto de su base por su altura (**330**), luego el del prisma vale la mitad de este producto, ó lo que es lo mismo, es igual al producto de su base por su altura, puesto que su base es la mitad de la del paralelipípedo.

2.° Sea en segundo lugar un prisma poligonal ABCDE A'B'C'D'E' (fig. 236). Por la arista EE' y por cada una de las

otras aristas hacemos pasar planos que descompongan el prisma dado en prismas triangulares. Cada uno de ellos tiene por medida el producto del triángulo que le sirve de base por la altura comun. El prisma poligonal tendrá, pues, por medida la suma de los triángulos multiplicada por la altura, ó su base multiplicada por su altura. Q. E. L. D.

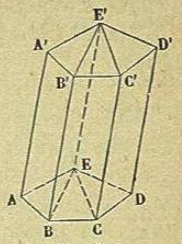

Fig. 236.

Observacion. Los teoremas de los números **326**, **329**, **330** y **331** pueden comprenderse en un solo enunciado : *Todo prisma tiene por medida el producto de su base por su altura.*

332. Corolarios. 1.° *Dos prismas que tienen las bases equivalentes y las alturas iguales, son equivalentes.*

2.° *Dos prismas de la misma altura son entre sí como sus bases.*

3.° *Dos prismas que tienen las bases equivalentes, son proporcionales á sus alturas.*

Estas son consecuencias evidentes del enunciado que precede.

Aplicaciones. I. Una columna prismática tiene por base un exágono regular cuya área es igual á 18 decímetros cuadrados; su altura es de $7^{m},20$. ¿Cuál será su volúmen?

Refiero al metro cuadrado el área de la base, que me dará $0^{m\cdot c},18$; y el volúmen pedido será, pues :

$$0,18\times 7,20=1^{mc},299.$$

II. La seccion recta de una zanja es un trapecio cuyas bases son $0^{m},33$ y $1^{m},98$ y la altura es $1^{m},31$. Se pregunta cuál es la longitud de la dicha zanja, sabiendo que la tierra que se ha extraido para hacerla tiene un volúmen de 942 metros cúbicos.

El área de la seccion es igual á

$$\frac{0,33+1,98}{2}\times 1,31=1^{mc},51305.$$

Multiplicando esta área por la longitud de la zanja, se obtendrá el volúmen $542^{m\cdot c}$. La longitud se obtendrá dividiendo 552 por 1,51 305, que da $558^{m},2$ con un decímetro de diferencia.

333. Teorema. *Dos pirámides triangulares de bases equivalentes y de la misma altura, son equivalentes* (fig. 237).

Sean SABC, S'A'B'C' las dos pirámides. Supongamos que las bases ABC, A'B'C', están sobre un mismo plano. Dividamos la altura en partes iguales, y por los puntos de division tracemos planos paralelos á las bases. Estos planos forman en las

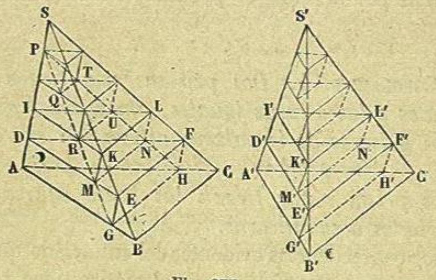

Fig. 237.

pirámides las secciones DEF, D'E'F', IKL, I'K'L',..... equivalentes dos á dos en virtud del n.º **318**. Sobre cada una de estas secciones como base, construimos un prisma que tenga sus aristas paralelas á SA en la primera pirámide, y á S'A' en la segunda. Estos prismas serán dos á dos equivalentes, por tener bases equivalentes y la misma altura. Por consiguiente, la suma de los prismas inscritos en la primera pirámide es equivalente á la suma de los prismas inscritos en la segunda.

Esto dicho, la diferencia entre el volúmen de la pirámide SABC y la suma de los prismas inscritos es menor que el volúmen del tronco de pirámide SBCPGH. Este último volúmen disminuye hasta cero á medida que aumenta indefinidamente el número de los prismas inscritos, puesto que su altura, que es á lo mas igual á PS, disminuye indefinidamente; en otros

tura es en este caso la del tronco, y bastará probar que su base GAC es media proporcional entre las dos bases del tronco. Para ello, por el punto G se traza GH, paralela á BC. Los dos triángulos DEF, AGH son iguales, por tener DE = AG y los ángulos iguales. Además, los triángulos ABC, AGC, tienen el mismo vértice C y sus bases AB, AG en línea recta; luego tienen la misma altura y son proporcionales á sus bases, y tenemos:

$$\frac{ABC}{AGC}=\frac{AB}{AG};$$

tenemos igualmente:

$$\frac{AGC}{AGH}=\frac{AC}{AH}$$

y en virtud de las paralelas:

$$\frac{AB}{AG}=\frac{AC}{AH};$$

y por último

$$\frac{ABC}{AGC}=\frac{AGC}{AGH};$$

ó bien

$$\frac{ABC}{AGC}=\frac{AGC}{DEF}. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

2.º Consideremos ahora un tronco de pirámide poligonal ABCDEA'B'C'D'E' (fig. 241); formemos una pirámide triangular TFGH que tenga la misma altura que la pirámide SABCDE y una base equivalente (**334**). Cortemos la pirámide TFGH por un plano paralelo á la base y á la misma distancia del vértice T que el plano A'B'C'D'E está del vértice S. Las dos secciones A'B'C'D'E', F'G'H' serán equivalentes (**318**). Por tanto, las dos pirámides SA'B'C'D'E', TF'G'H' son equivalentes, y los dos troncos de pirámide lo son igualmente. Además tienen la misma altura y las bases equivalentes; y puesto que la medida del tronco de pirámide triangular no depende sino de su altura y de su base, la medida del tronco de pirámide de base poligonal será la misma.

Observacion. Llamamos B y b las dos bases del tronco de pirámide, H su altura y V su volúmen. La media proporcional

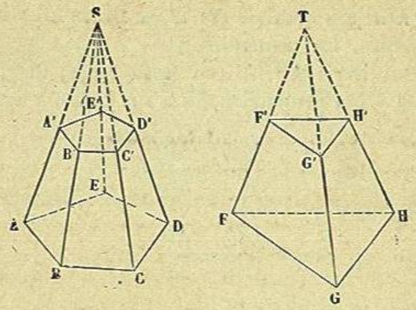

Fig. 241.

entre las bases será $\sqrt{Bb}$ y las tres pirámides del enunciado tendrán por valor respectivo

$$\frac{1}{3}B\times H, \qquad \frac{1}{3}b\times H, \qquad \frac{1}{3}\sqrt{Bb}\times H;$$

el volúmen del tronco se determinará segun la fórmula

$$V=\frac{1}{3}B\times H+\frac{1}{3}b\times H+\frac{1}{3}\sqrt{Bb}\times H,$$

ó colocando $\frac{1}{3}$ H como factor comun

$$V=\frac{1}{3}H\times(B+b+\sqrt{Bb}).$$

Aplicaciones. I. La mayor de las pirámides de Egipto tiene por base un cuadrado de $232^{m},75$, de lado, su altura es de 146 metros, y se desea saber el volúmen.

El área de la base es igual á $232,75^2$ y el volúmen de la pirámide es :

$$\frac{1}{3}\cdot 232,75^2\times 146=2636399^{m\cdot c},032,$$

con un error por exceso de $0^{m\cdot c},001$. Como se ve, dicha pirá-

mide tiene un volúmen considerable, del cual podemos formarnos una idea clara suponiendo que con los materiales que la componen se formaria un muro de dos metros de altura y 40 centímetros de espesor, y cuya longitud seria :

$$\frac{2636398,032}{2\times 0,40}=3\,270\,497 \text{ metros.}$$

es decir 3270 kilómetros próximamente, muro con el que casi podria rodearse toda Francia.

II. El obelisco de Luxor es un tronco de pirámide muy alargado, de bases cuadradas, y tiene encima de su base menor una pirámide regular. El lado de la base inferior tiene $2^{m},42$ de longitud; el de la base superior, $1^{m},54$; la distancia de las dos bases es igual á $21^{m},60$, y la altura de la pirámide, $1^{m},20$. Se desea saber cuánto pesará el obelisco, sabiendo que el metro cúbico de granito de que está hecho pesa 2750 kilógramos.

Averigüemos en primer lugar su volúmen. El área de la base mayor es de $2,42^2=5^{mc},8564$. La de la base menor es $1,54^2=2^{mc},3716$. La media proporcional entre las dos bases es $\sqrt{2,42^2\times 1,54^2}$ ó bien $2,42\times 1,54=3^{mc},7268$. Sumamos estos tres números que nos dan 11,9547. El volúmen del tronco de pirámide es pues :

$$11,9548\times\frac{21,60}{2}=86^{mc},074560$$

El volúmen de la pirámide será á este tenor

$$2,3716\times\frac{1,20}{3}=0^{mc},948640$$

y el volúmen total del obelisco será finalmente

$$86^{mc},07457+0^{mc},94864=87^{mc},0232.$$

Segun esto su peso será :

$$2750^{kg}\times 87,0232=239\,313^{kg},8,$$

ó sean próximamente 2393 quintales métricos.

§ XXXII. Nociones sumarias sobre los poliedros semejantes. — Relacion de las superficies y de los volúmenes.

337. Definiciones. Se llaman *poliedros semejantes* dos poliedros que tienen los ángulos poliedros iguales, y que se hallan comprendidos entre un mismo número de caras semejantes una á una. Se llaman *homólogos* los elementos correspondientes de dos poliedros semejantes. Resulta de la definicion misma que los diedros homólogos de dos poliedros semejantes son iguales y semejantemente dispuestos. Además, las aristas homólogas de dos poliedros son proporcionales, porque las caras de ellos son semejantes dos á dos, y como dos caras adyacentes tienen una arista comun, la relacion de dos aristas homólogas es la misma para todas las caras.

338. Teorema. *Si se corta una pirámide* SABCD *por un plano paralelo á su base, se forma una nueva pirámide* SA′B′C′D′, *semejante á la primera* (fig. 242).

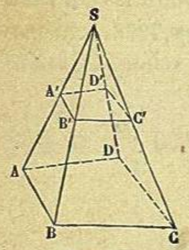

Fig. 242.

En efecto, las dos pirámides tienen las caras semejantes (**317**), tienen además el ángulo poliedro en S comun; los ángulos triedros ASBD, A′S′B′D′ tienen respectivamente iguales las caras y lo mismo los ángulos diedros (**285**). Además, las caras de los diedros de estos dos ángulos triedros están semejantemente dispuestas, y por tanto, pueden superponerse y por consiguiente son iguales. Lo mismo sucede con lostriedros B y B′, C y C′, etc., y por tanto, las dos pirámides son semejantes.

339. Teorema. *Dos tetraedros que tienen un ángulo diedro igual comprendido entre caras semejantes y semejantemente dispuestas, son semejantes.*

Sean ABCD, A′B′C′D′ dos tetraedros (fig. 243) que tienen el

diedro AB igual al A′B′, la cara ABC semejante á la A′B′C′, y la cara ABD semejante á la A′B′D′. Llevemos A′B′C′D′ de manera que el diedro A′B′ coincida con su igual AB, cayendo el punto A′ en el punto A, y B′ en B″. A causa de la semejanza de los triángulos ABC, A′B′C′, el ángulo BAC es igual al B′A′C′; A′C′ tomará la direccion AC y C′ vendrá á parar á C″. De la misma suerte el punto D′ caerá en D″ sobre AD. Dicho esto, el ángulo AB″C″ siendo igual á ABC, la línea B″C″ será paralela á BC. Por la misma razon B″D″ será paralela á BD. Segun esto, el plano B″C″D″ es paralelo á BCD (**272**). En virtud, pues, del teorema precedente, la pirámide AB″C″D″ ó su igual A′B′C′D′ será semejante á la pirámide ABCD. Q. E. L. D.

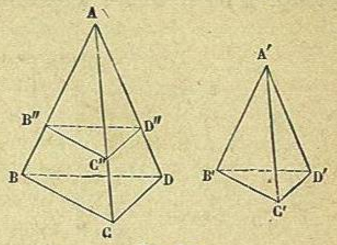

Fig. 243.

340. Teorema. *Dos poliedros compuestos de un mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos, son semejantes.*

En efecto, los ángulos poliedros homólogos serán iguales como compuestos de un mismo número de ángulos triedros iguales y dispuestos de la misma manera. Si, en uno de los poliedros muchos triángulos están en un mismo plano y forman un polígono plano, los triángulos homólogos en el otro estarán tambien en un mismo plano, á causa de la igualdad de los diedros de los tetraedros homólogos : las caras homólogas serán además semejantes, como compuestas de un mismo número de triángulos semejantes y semejantemente dispuestos. Luego de todo resulta que los poliedros serán semejantes.

341. Teorema. Recíprocamente : *dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos* (fig. 244).

Tomamos una de las aristas AB de uno de los poliedros, y en las dos caras que se cortan segun esta línea ó arista, tomamos las aristas AC y AD. Consideremos el tetraedro ABCD cuyo diedro AB es uno de los diedros del poliedro. El tetraedro homólogo A'B'C'D' será semejante á él, porque tienen el diedro

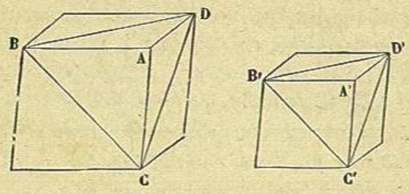

Fig. 244.

AB = A'B', como diedros homólogos de los dos poliedros y las caras ABC, ABD serán respectivamente semejantes á las caras A'B'C', A'B'D' como triángulos homólogos que forman parte de dos caras homólogas de los dos poliedros (**339**).

Sentado esto, quitemos á los dos poliedros estos dos tetraedros semejantes, y los dos poliedros restantes serán semejantes, y operando de la misma manera, se quitarán otros dos tetraedros semejantes y así en adelante. Luego, etc.

342. Teorema. *La relacion de las superficies de dos poliedros semejantes es igual á la relacion de los cuadrados de las aristas homólogas.*

Sean A y a dos aristas homólogas de dos poliedros semejantes, S, S', S''..... las áreas de diversas caras del primer poliedro, s, s', s'' las áreas de las caras homólogas del segundo poliedro; y tendremos (235):

$$\frac{S}{s}=\frac{A^2}{a^2}; \quad \frac{S'}{s'}=\frac{A^2}{a^2} \text{ etc.}$$

de donde

$$\frac{S}{s}=\frac{S'}{s'}=\frac{S''}{s''}=\ldots=\frac{A^2}{a^2},$$

y por consiguiente en virtud de un teorema conocido

$$\frac{S+S'+S''+\ldots}{s+s'+s''+\ldots}=\frac{A^2}{a^2}. \qquad \text{Q. E. L. D.}$$

343. Teorema. *La relacion de los volúmenes de dos poliedros semejantes es igual á la relacion de los cubos de sus aristas homólogas.*

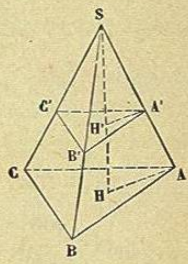

Fig. 245.

Consideramos en primer término dos tetraedros semejantes y los disponemos de manera que tengan un triedro comun (fig. 245); cuyos tetraedros serán SABC, SA'B'C'. Los planos ABC, A'B'C' son paralelos, y las alturas de las dos pirámides son SH y SH'. Tendremos, pues (**334**):

$$SABC=\frac{1}{3}ABC\times SH,$$

$$SA'B'C'=\frac{1}{3}A'B'C'\times SH';$$

dividiendo miembro á miembro las anteriores igualdades, resulta:

$$\frac{SABC}{SA'B'C'}=\frac{ABC}{A'B'C'}\times\frac{SH}{SH'};$$

pero

$$\frac{ABC}{A'B'C'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{A'B'}^2}$$

y tambien (**317**)

$$\frac{SH}{SH'}=\frac{AB}{A'B'};$$

de donde resulta finalmente

$$\frac{SABC}{SA'B'C'}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{A'B'}^2}\times\frac{AB}{A'B'}=\frac{\overline{AB}^3}{\overline{A'B'}^3}.$$

Considerando ahora dos poliedros semejantes P y p, que descomponemos en tetraedros semejantes T, T', T''..... pertenecientes al primero, y t, t', t''... al segundo, y que A y a son dos aristas homólogas de dichos dos poliedros, tendremos, segun lo dicho antes, que :

$$\frac{T}{t}=\frac{A^3}{a^3};\quad \frac{T'}{t'}=\frac{A^3}{a^3},\ \text{etc.},$$

de donde

$$\frac{T}{t}=\frac{T'}{t'}=\frac{T''}{t''}=\cdots=\frac{A^3}{a^3},$$

y por consiguiente, segun un teorema sabido

$$\frac{T+T'+T''+\ldots}{t+t'+t''+\ldots}=\frac{A^3}{a^3}$$

$$\frac{P}{p}=\frac{A^3}{a^3}.$$

Q. E. L. D.

EJERCICIOS SOBRE EL LIBRO VII

TEOREMAS PARA DEMOSTRAR

1. Las cuatro diagonales de un paralelipípedo cualquiera se cortan mútuamente en dos partes iguales.

2. Las diagonales de un paralelipípedo rectángulo son iguales, y el cuadrado de una de ellas es igual á la suma de los cuadrados de las tres dimensiones del paralelipípedo.

3. Las rectas que unen los puntos medios de las aristas opuestas de un tetraedro se cortan mútuamente en dos partes iguales.

4. Si, en un tetraedro, dos aristas son respectivamente perpendiculares á las aristas opuestas, las otras dos aristas lo son tambien.

5. En un tetraedro en el que cada arista es perpendicular á su opuesta, las cuatro alturas se cortan en un mismo punto, en el que se cortan tambien las perpendiculares comunes á las aristas opuestas.

6. Los planos trazados perpendicularmente sobre las aristas de un tetraedro por sus puntos medios, se cortan en un mismo punto.

7. Los planos bisectores de los diedros de un tetraedro se encuentran en un mismo punto.

8. Dado un tetraedro cuyas aristas son todas iguales, se baja desde uno de los vértices una perpendicular sobre la cara opuesta, y se une el punto medio de esta perpendicular con los otros tres vértices. Demuéstrese, esto hecho, que las tres líneas de union, así trazadas, son perpendiculares dos á dos. (Concurso general de la clase de segunda, 1870.)

9. El volúmen de un prisma triangular tiene por medida la mitad del producto del área de una cara lateral por la distancia de esta cara á la arista opuesta.

10. Si sobre tres rectas paralelas y no situadas en un mismo plano, se toman las longitudes AA', BB', CC' iguales á una recta dada, el volúmen del prisma triangular ABCA'B'C' es constante, cualquiera que sea la posicion de los puntos A, B, C, sobre las tres rectas.

11. Dadas tres rectas paralelas, no situadas en el mismo plano, se toma en una de ellas una distancia AB, igual á una longitud dada. Se toma además arbitrariamente un punto C sobre la segunda, y otro punto D en la tercera. Los cuatro puntos A, B, C, D, son los cuatro vértices de una pirámide, y hay que demostrar :

1.º Que el volúmen de esta pirámide es independiente de la posicion de los puntos C y D sobre las rectas en que se hallan;

2.º Que este volúmen es proporcional á la longitud AB;

3.º Que permanece el mismo cualquiera que sea la de las tres paralelas sobre las que se tome la longitud AB.

12. Dos tetraedros que tienen un ángulo triedro igual, son entre sí como los productos de las aristas que comprenden el ángulo triedro igual.

13. Dado un tetraedro cualquiera ABCD, se juntan dos á dos los puntos medios en las cuatro aristas AB, BC, CD, DA.

Demuéstrese que todos los puntos medios están en un mismo plano, y que este plano divide al tetraedro en dos partes equivalentes. (Concurso general de la clase de segunda, 1869.)

14. Imaginemos en un tetraedro ABCD cuatro aristas consecutivas AB, BC, CD, DA, y que se deforma el dicho tetraedro de todos los modos posibles, conservando las aristas mencionadas sus longitudes respectivas. Demostrar en estos supuestos, que entre todos los tetraedros así obtenidos es el mayor aquel en que los ángulos diedros que tienen por aristas AC y BD, son rectos.

15. Por cada uno de los vértices de un tetraedro se traza un plano paralelo á la cara opuesta. Estos cuatro planos forman un nuevo tetraedro cuyas caras son semejantes á las del primero. Hállese la relacion de las superficies y del volúmen de los dos tetraedros dichos.

PROBLEMAS PARA RESOLVER

1. Dadas tres rectas tales, que dos cualesquiera de ellas no estén situadas en un mismo plano, y se pide que construyamos un paralelipípedo que tenga tres aristas situadas sobre estas tres rectas.

2. Dadas las áreas de las dos bases de un tronco de pirámide, hallar el área de la seccion paralela á las bases y trazada á igual distancia de una y otra.

3. Cortar un cubo por un plano, de manera que la seccion sea un exágono regular.

4. Se dan dos pirámides iguales, de base cuadrada, y cuyas caras laterales son triángulos equiláteros. Se unen de manera que coincidan las bases, y se corta el poliedro que resulta de la union por un plano que pase por el punto medio de una arista, paralelamente á una de las caras que terminan en uno ú otro extremo de la arista dicha. Se desea saber la forma que tendrá la seccion plana que ha resultado. (Concurso general de la clase de segunda, 1866.)

5. Hallar el volúmen de un tetraedro regular del cual se conoce la arista. (Se llama tetraedro regular aquel cuyas cuatro caras son triángulos equiláteros.)

6. Se construyen dos pirámides regulares iguales, de base cuadrada, y cuyas caras laterales son triángulos equiláteros y se las reune por su base. Se obtiene de esta manera un poliedro de ocho caras triangulares, cuyas aristas son iguales y que se llama un octaedro regular. Se desea saber cuál será el volúmen, conociendo la arista.

7. Dado un ángulo triedro y una recta en una de sus caras, se pide trazar por esta recta un plano que cierre el ángulo triedro y determine un tetraedro de volúmen dado.

8. Dada una pirámide triangular, trazar por una de sus aristas de la base un plano que divida la pirámide en dos partes equivalentes.

9. Dada una pirámide triangular truncada, trazar por una de las aristas de la base superior un plano que divida el volúmen del tronco en dos partes equivalentes. (Concurso general de la clase de segunda, 1873.)

10. Dado un prisma triangular, se hace en él una seccion *abc* paralela á las bases. Se unen los vértices *a*, *b*, *c* de esta seccion á un punto cualquiera O, tomado en el plano de la base superior. Se prolongan las líneas de union hasta que se encuentren en A, B, C con el plano de la base inferior. Se pregunta á qué distancia de la base superior debe estar hecha la seccion *abc* para que el tetraedro que tiene por vértices O, A, B, C sea equivalente al prisma. (Concurso general de la clase de filosofía, 1873.)

11. Una vasija que tiene la forma de un prisma exagonal regular, tiene de capacidad 2000 hectólitros. Su profundidad es de $0^m,50$, y se pide la longitud de los lados de la base.

12. Un bloque de basalto tiene la forma de un prisma cuya base es un exágono regular que tiene de lado $0^m,03$, de altura $3^m,45$, y el metro cúbico de basalto pesa 2850 kilógramos. Se desea saber cuál será el peso de este bloque.

13. Un estanque tiene la forma de un prisma cuya base es un octógono regular de 10 metros de lado. El fondo del estanque es horizontal, y la altura del agua en él contenida es de

$0^{m},75$. Hay que calcular en hectólitros el volúmen del agua.

14. El volúmen de un paralelipípedo rectangular es igual á $4762^{m \cdot c},7$ y sus aristas son entre sí como los números 3, 5, 7. Cuál será la longitud de sus aristas.

15. Se trata de un círculo cuyo rádio es 10 metros, y se le inscribe un triángulo equilátero. Hallar el volúmen de la pirámide que tenga dicho triángulo por base y una altura igual á 12 metros.

16. Hallar la altura de una pirámide regular de base cuadrada, sabiendo que la superficie de la base es igual á $6^{m \cdot c},7483$, y que la longitud de las aristas laterales es igual á $6^{m},89$.

17. Calcular en hectólitros la capacidad de un estanque de forma cuadrada, cuyas paredes están en talud, siendo el fondo tambien un cuadrado. Dichos dos cuadrados tienen respectivamente 12 y 10 metros de lado, y la profundidad del estanque es de $2^{m},10$.

LIBRO VIII

CUERPOS REDONDOS

§ XXXIII. Cilindro recto de base circular. — Medida de la superficie lateral y del volúmen.

344. Definiciones. Se llama *cilindro recto de base circular*, ó mas breve, *cilindro circular recto*, el sólido engendrado por la revolucion de un rectángulo OO′A′A (fig. 246), que gira alrededor de uno de sus lados OO′. En este movimiento, los lados OA, O′A describen dos círculos iguales y paralelos que son las *bases* del cilindro; el lado AA′ engendra la *superficie lateral* del cilindro; el lado fijo OO′ se llama *eje* ó *altura* del cilindro.

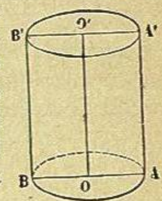

Fig. 246.

Es evidente que todo punto de AA′ girando alrededor de OO′, describe una circunferencia igual y paralela á las bases; y por tanto, si se corta un cilindro por un plano prependicular al eje, la seccion es un círculo igual á la base.

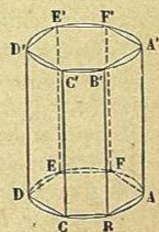

Fig. 247.

345. Teorema. *La superficie lateral de un cilindro circular recto es igual á la circunferencia de su base multiplicada por su altura* (fig. 247).

En la base del cilindro inscribimos un polígono regular ABCDEF, y por los vértices trazamos las generatrices AA′, BB′, CC, etc., y unimos los extremos de estas líneas. Resultará de este modo un prisma *inscrito* en el cilindro. Sien-