

personnes qui, par état ou par goût, voudront approfondir cette science susceptible de tant d'applications diverses, les moyens d'étudier toutes les ressources de la Géométrie descriptive. En conséquence, je me suis étendu sur les surfaces développables et les enveloppes, sur les hélicoïdes développables ou gauches, sur la courbure et les développées des courbes gauches, sur la courbure des surfaces et sur leurs lignes de courbure dont j'ai établi la théorie par des considérations synthétiques, en les accompagnant d'exemples divers. Quant aux surfaces gauches, si importantes par leur emploi fréquent dans les arts, une longue expérience m'a convaincu qu'il valait mieux ne citer d'abord que quelques cas fort simples de ces surfaces, pour empêcher les élèves de les confondre avec celles qui sont développables; puis, dans un livre séparé, réunir toutes les parties de la théorie complète de cette classe de surfaces, que j'ai eu soin d'appuyer encore par de nombreux exemples où je réalise les constructions indiquées dans l'exposition générale. D'ailleurs, cet ordre s'accorde bien avec la marche du cours à l'École Polytechnique, où les propriétés générales des surfaces gauches ne sont présentées qu'à une époque qui les rapproche de leurs applications à la Stéréotomie, et en fait mieux ressortir toute l'importance. Enfin, j'ai réuni, dans des *Additions*, quelques théorèmes utiles pour les Ombres et la Perspective, la Méthode des *Plans cotés* qui sert pour les dessins de la Fortification, et la Théorie des *Engrenages* cylindriques et coniques.

Dans cette *édition*, où se trouvent deux nouvelles planches, j'ai retouché la rédaction, pour la rendre plus claire et plus méthodique sur plusieurs points; entre autres, sur le principe des engrenages qui avait besoin d'être établi avec plus de précision. Quant à l'ouvrage que j'avais annoncé sur les Ombres, la Perspective, la Coupe des pierres et la Charpente, il est entièrement publié, et présente ainsi la réunion des principales applications de la Géométrie descriptive.

TABLE DES MATIÈRES.

AVERTISSEMENT..... Page v

LIVRE PREMIER.

DES DROITES ET DES PLANS.

CHAPITRE I^{er}. — *Notions préliminaires.*

	N ^{os} .
Objet de la Géométrie descriptive.....	1
Moyens de représenter graphiquement les points et les lignes.....	4
Moyens de trouver les traces d'une droite.....	13
Règles sur la ponctuation des diverses lignes.....	15

CHAPITRE II. — *Problèmes sur les droites et les plans.*

Construire la droite qui passerait par deux points donnés, et trouver la distance de ces points.....	17
Trouver sur une droite connue, un point qui soit à une distance δ d'un point assigné sur cette même ligne.....	20
Par un point donné, mener une droite parallèle à une droite connue.....	21
Construire le plan qui passerait par trois points donnés, ou par une droite et un point donnés.....	22
Par un point donné, conduire un plan parallèle à un plan connu.....	23
Connaissant une seule projection d'un point ou d'une droite, que l'on sait être situés dans un plan connu, trouver la seconde projection.....	25
Trouver l'intersection de deux plans donnés.....	27
Construire l'intersection d'une droite avec un plan.....	30
Par un point donné, construire une droite qui en rencontre deux autres.....	32
Lorsqu'une droite est perpendiculaire à un plan, ses projections sont respectivement perpendiculaires aux traces de ce plan.....	33
Trouver la plus courte distance d'un point à un plan donné.....	35
Trouver la plus courte distance d'un point à une droite.....	36
Autre solution de ce problème.....	37
Sur une droite connue, trouver un point qui soit à une distance δ d'un point donné dans l'espace.....	38
Trouver l'angle de deux droites, et diviser cet angle en deux parties égales.....	39
Trouver l'angle formé par une droite avec un plan.....	42
Mener une droite qui fasse un angle assigné avec chaque plan de projection.....	44
Trouver les angles que forme un plan avec les deux plans de projection.....	46
Conduire un plan qui fasse un angle donné avec chaque plan de projection.....	46
Trouver l'angle compris entre deux plans donnés.....	47
Construire la plus courte distance de deux droites données.....	49
Représentation d'un parallépipède défini par certaines conditions.....	52

CHAPITRE III. — *Résolution de l'angle trièdre.*

	N ^{os} .
Éléments d'un angle trièdre. Relations qu'ils ont avec l'angle trièdre supplémentaire.....	53
Étant données les trois faces d'un angle solide, trouver les angles dièdres.....	59
Réduire un angle à l'horizon.....	61
Étant donnés deux faces et l'angle compris, trouver les autres parties.....	62
Étant donnés deux faces et un angle opposé, trouver les autres parties.....	63
Solution directe des trois autres cas.....	65

CHAPITRE IV. — *Des polyèdres réguliers.*

Construction et représentation graphique des cinq polyèdres réguliers.....	68
--	----

LIVRE II.

DES SURFACES ET DE LEURS PLANS TANGENTS.

CHAPITRE I^{er}. — *De la génération des surfaces et de leur représentation graphique.*

Définition précise d'une surface.....	70
Génération des surfaces coniques ou cylindriques.....	71
Génération des surfaces de révolution.....	75
Génération des cinq surfaces du second degré.....	80
Représentation graphique d'une surface.....	93

CHAPITRE II. — *Des plans tangents en général.*

Définition et existence du plan tangent. Exceptions.....	95
Le caractère essentiel du plan tangent n'empêche pas qu'il ne puisse couper la surface.....	98
Dans les cylindres et dans les cônes, le plan tangent est commun tout le long d'une même génératrice.....	99
Une courbe et sa tangente se projettent toujours suivant des lignes tangentes entre elles.....	102
Règle générale pour construire le plan tangent d'une surface. De la normale.....	103
Détermination du contour apparent d'une surface, sur chacun des plans de projection.....	105

CHAPITRE III. — *Des plans tangents aux cylindres et aux cônes.*

Construire le plan tangent d'un cylindre, pour un point donné sur la surface.....	109
Mener un plan tangent à un cylindre par un point extérieur.....	116
Mener à un cylindre un plan tangent parallèle à une droite donnée.....	117
Par un point donné sur une surface conique, lui mener un plan tangent.....	119
Mener un plan tangent à une surface conique, par un point extérieur.....	123
Mener à un cône un plan tangent parallèle à une droite donnée.....	124
Par une droite donnée, mener un plan qui fasse un angle assigné avec le plan horizontal.....	126
Mener à un cylindre, ou à un cône, un plan tangent qui fasse un angle donné avec le plan horizontal.....	127

CHAPITRE IV. — *Des plans tangents aux surfaces de révolution, lorsque le point de contact est assigné.*

	N ^{os} .
Le plan tangent à une surface de révolution est toujours perpendiculaire au plan méridien correspondant.....	129
La normale d'une surface de révolution va toujours rencontrer l'axe; et toutes les normales le long d'un même parallèle forment un cône droit.....	130
Par un point donné sur une surface de révolution, lui mener un plan tangent.....	131
Construction de la normale.....	136
Moyen de tracer les projections de diverses méridiennes.....	137
Du plan tangent au tore; remarque sur la position de ce plan par rapport à la nappe intérieure.....	138
Hyperboloïde de révolution à une nappe: on démontre que cette surface admet deux génératrices rectilignes.....	140
Remarque sur le plan tangent de cette surface.....	142
Les droites d'un même système ne se trouvent jamais, deux à deux, dans un même plan, et la surface est gauche.....	143
Du cône asymptote de l'hyperboloïde.....	146
Représentation graphique de l'hyperboloïde.....	148
Construction du plan tangent à cette surface; on vérifie ici que ce plan est tangent dans un seul point, et sécant dans les autres.....	152

LIVRE III.

DES SURFACES DÉVELOPPABLES ET DES ENVELOPPES.

CHAPITRE I^{er}. — *Des surfaces développables.*

Définition des surfaces développables.....	156
Principes de la méthode infinitésimale.....	157
Une surface cylindrique est toujours développable; que deviennent alors la section droite et les génératrices de cette surface.....	160
Une courbe située sur le cylindre se transforme en une autre courbe dont les arcs ont les mêmes longueurs, et dont les tangentes font avec les génératrices les mêmes angles que primitivement.....	162
Condition pour qu'une courbe tracée sur un cylindre devienne rectiligne après le développement de cette surface.....	163
Une telle courbe se nomme une hélice, et elle est la ligne <i>minimum</i> entre deux de ses points.....	164
Toutes les hélices sont des lignes à double courbure, excepté la section droite.....	165
Du plan osculateur d'une ligne à double courbure. Du plan normal.....	167
Une surface conique est toujours développable; après cette transformation, les génératrices conservent leurs longueurs primitives, ainsi que les arcs d'une courbe quelconque tracée sur le cône; et les tangentes de cette dernière font avec les génératrices les mêmes angles que primitivement.....	169
Condition pour qu'une courbe tracée sur un cône admette une transformée rectiligne; cette courbe sera la ligne <i>minimum</i>	171

	N ^{os} .
De la courbe dont toutes les tangentes feraient des angles égaux avec les génératrices.....	173
Des surfaces développables générales. Leur propriété caractéristique consiste à pouvoir être engendrée par une droite mobile, dont deux positions consécutives sont toujours dans un même plan.....	174
Le plan tangent d'une surface développable la touche tout le long d'une génératrice.....	177
De l'arête de rebroussement d'une surface développable. Cette ligne conserve la même courbure, avant comme après le développement de la surface.....	178
Première manière d'engendrer une surface développable, en assujettissant la droite mobile à glisser sur deux directrices.....	180
Une seule directrice suffirait, si l'on exigeait que la droite mobile lui demeurât constamment tangente.....	181
Autres modes de génération, qui permettent de regarder toute surface développable comme l'enveloppe d'un plan mobile.....	182
Condition pour qu'une courbe tracée sur une surface développable soit la ligne <i>minimum</i> entre deux quelconques de ses points.....	187
La ligne <i>minimum</i> sur une surface développable a toujours ses plans osculateurs <i>normaux</i> à cette surface.....	188
Ce théorème est vrai pour la ligne <i>minimum</i> tracée sur une surface quelconque.....	189

CHAPITRE II. — *Des surfaces enveloppes.*

Définition des enveloppes, des enveloppées et des caractéristiques.....	190
Exemple d'une surface de révolution, qui est l'enveloppe d'une sphère mobile, ou d'un cône mobile, ou d'un cylindre.....	191
Emploi des enveloppes dans les arts.....	195
Développées des courbes planes, développantes, rayons de courbure.....	197
Exemples des développées pour les sections coniques.....	200
Spirale développante d'un cercle.....	201
Surfaces canaux; la caractéristique est ici un cercle de rayon constant, toujours normal à la courbe directrice.....	202
Les caractéristiques forment, en se coupant consécutivement, une arête de rebroussement pour l'enveloppe.....	205

LIVRE IV.

DES INTERSECTIONS DE SURFACES.

CHAPITRE I^{er}. — *Principes généraux.*

Moyens généraux pour trouver l'intersection de deux surfaces.....	209
Méthode pour construire la tangente de l'intersection.....	213
Autre méthode par le plan normal.....	214
Cas où la ligne d'intersection devient une ligne de contact.....	215

CHAPITRE II. — *Des sections planes.*

	N ^{os} .
Section d'un cylindre droit par un plan donné. Rabattement et tangente.....	217
Développement de la surface, et transformée de la section; cette transformée est une sinusoïde.....	222
Note sur le point d' <i>inflexion</i> de cette transformée.....	226
Utilité de ces développements dans les arts.....	227
Autre solution de l'intersection d'un cylindre droit avec un plan.....	228
Trouver les points de rencontre d'un plan avec une courbe.....	233
Section droite d'un cylindre oblique. — Seconde méthode.....	235
Construction des points remarquables. Tangente et rabattement.....	239
Développement de la surface, et transformée de la base primitive.....	243
Section d'un cône droit par un plan. Tangente et rabattement.....	246
Développement de la surface, et transformée de la section. Équation de cette courbe.....	251
Règle pour trouver le point d' <i>inflexion</i>	255
Cas où la section conique est une hyperbole. Asymptotes et rabattement.....	257
Développement de la surface conique, et transformée de la section avec ses asymptotes.....	262
Détermination du point d' <i>inflexion</i>	264
Section plane d'un cône quelconque. Développement.....	265
Section d'un tore par son plan tangent. Tangente au point multiple.....	268
Section d'un hyperboloïde de révolution à une nappe, par un plan donné.....	271
Discussion relative aux sommets, et au genre de la section.....	273
Tangente à la section, et rabattement.....	275
Recherche des branches infinies. Des asymptotes. Exemple.....	277
Intersection d'une droite avec un hyperboloïde de révolution à une nappe.....	284

CHAPITRE III. — *Intersections de deux surfaces courbes.*

Intersection de deux cylindres.....	288
Points remarquables, et tangente à l'intersection.....	290
Règle pour discerner les points visibles des points invisibles.....	294
Distinction des cas de pénétration et d'arrachement.....	295
Remarque sur les branches infinies.....	296
Intersection de deux surfaces coniques. Points remarquables. Tangente.....	297
Règles générales pour prévoir s'il y aura des branches infinies.....	306
Applications à un exemple. Construction des asymptotes.....	311
Intersection d'un cône et d'un cylindre.....	316
Intersection d'un cône et d'une sphère concentriques. De la tangente.....	319
Mener une normale à une courbe, par un point donné dans son plan.....	324
Mener une tangente à une courbe, par un point donné. Autre solution.....	327
Développement d'une surface conique à base quelconque.....	330
Intersection de deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent.....	332
La tangente à la courbe peut se construire par deux méthodes.....	338
La seconde demeure applicable à des points singuliers.....	340
Intersection d'un parabolôïde avec un hyperboloïde, tous deux de révolution, et dont les axes se coupent. De la tangente.....	341
Méthode remarquable pour l'intersection de certaines surfaces.....	346