106. Il résulte de là que *le contour apparent d'une surface projetée sur le plan* HORIZONTAL *s'obtient en cherchant les points de contact de tous les plans tangents qui sont* VERTICAUX.

Quant à la projection verticale de cette même surface, elle a son point de vue particulier, qui est censé (n° **16**) *à une distance infinie sur une perpendiculaire au plan vertical;* d'où il suit que le contour apparent, relatif à cette projection, ne sera pas le même que pour le plan horizontal, mais il s'obtiendra en cherchant *les points de contact de la surface avec tous les plans tangents qui sont* PERPENDICULAIRES AU PLAN VERTICAL.

107. Nous pouvons maintenant compléter les règles que nous avons indiquées n°s **15** et **16**, pour la ponctuation des lignes principales. Car il suit de ce qui précède que les lignes ou portions de lignes qui, sur une surface quelconque, se trouveront *au-dessus du contour apparent* relatif à la projection horizontale, *seront seules visibles* sur cette projection; et quant au plan vertical, *les seules parties visibles* seront celles qui se trouveront *en avant du contour apparent* relatif à ce dernier plan. Mais on ne devra pas oublier qu'une même ligne pourra être visible dans une des projections et invisible dans l'autre, puisque le point de vue est différent pour les deux cas : de sorte qu'il faudra, sur chaque plan, employer avec discernement les deux modes de ponctuation que nous avons assignés pour les *lignes principales*, en se rappelant toujours que les distinctions précédentes ne s'appliquent pas aux *lignes auxiliaires* (n° **15**, 2°).

108. En outre, toutes les fois que dans une épure il entrera un plan *indéfini*, tangent ou sécant, *nous ne le regarderons pas comme existant réellement*, mais nous supposerons qu'on a voulu *seulement donner* ou *trouver ses traces*. Car, autrement, ce plan cacherait presque toujours une grande partie ou la totalité de la surface, ce qui aurait le grave inconvénient de ne plus laisser distinguer sur cette surface, objet principal de l'épure, les parties supérieures ou antérieures d'avec les parties opposées : de sorte que la forme des objets serait moins nettement accusée par le dessin graphique. Cette restriction devra donc toujours être sous-entendue dorénavant, sans que nous ayons besoin de la rappeler chaque fois ; mais elle ne s'applique pas à un plan *limité*, tel qu'une face de polyèdre.

CHAPITRE III.

DES PLANS TANGENTS AUX CYLINDRES ET AUX CONES.

109. *Par un point donné sur la surface d'un cylindre quelconque, on propose de lui mener un plan tangent.*

Soit AECG (*fig.* 39) la directrice du cylindre, que nous supposons située dans le plan horizontal, et quoique cette ligne se trouve ici un cercle, la méthode sera générale et applicable à toute autre courbe; soit aussi (*ab*, *a′b′*) la droite à laquelle la génératrice rectiligne doit rester constamment parallèle, en glissant sur AECG.

Nous commencerons par déterminer le contour apparent de la surface qui, sur le plan horizontal, sera donné (n° **106**) par les points de contact de tous les plans tangents *verticaux*. Or chaque plan de ce genre renfermera une arête (*) du cylindre, et aura pour trace horizontale la projection même de cette droite, c'est-à-dire une parallèle à *ab*; de plus, ce plan touchera le cylindre tout le long de cette génératrice (n° **99**), et par conséquent *sa trace devra être tangente à la base* AECG. Donc, si l'on mène à cette courbe les tangentes AB et CD parallèles à *ab*, ce seront les traces de deux plans tangents verticaux qui toucheront le cylindre suivant les génératrices projetées horizontalement sur AB et CD ; et conséquemment les projections verticales de ces génératrices seront les droites A′B′ et C′D′ menées parallèlement à *a′b′*. Ainsi, les deux lignes (AB, A′B′) et (CD, C′D′) formeront le contour apparent du cylindre sur le plan horizontal ; et toute arête de cette surface qui sera *au-dessous* de ces droites, c'est-à-dire qui aboutira sur le demi-cercle AGC, sera *invisible* en projection horizontale.

Quant au contour apparent sur le plan vertical, il sera fourni (n° **106**) par les plans tangents qui seront perpendiculaires à ce plan de projection; leurs traces horizontales devront donc être *perpendiculaires à la ligne de terre*, et comme ci-dessus *tangentes à la base* AECG ; par conséquent ces traces seront EE′ et GG′. Ensuite, comme ces plans toucheront nécessairement le cylindre suivant les génératrices qui aboutissent aux points de contact E et G, et qui sont évidemment projetées sur (EF, E′F′) et (GH, G′H′), il s'ensuit que ces deux génératrices formeront le contour apparent de la surface sur le plan vertical; de sorte que toute arête qui se trouvera *en arrière* de ces droites, ou qui aboutira sur le demi-cercle EAG, sera *invisible* en projection verticale.

110. Maintenant, résolvons le problème proposé, en supposant que M soit la projection horizontale du point donné; et puisqu'il doit être sur la surface, il ne faudra pas choisir arbitrairement la seconde projection de ce point, car celle-ci va résulter de la première. En effet, par le point en question sur le cylindre, il passe nécessairement une génératrice qui sera projetée horizontalement suivant ML parallèle à *ab* ; or ML allant rencontrer la base du cylindre en L, ce point doit être la trace horizontale de cette génératrice, dont la projection verticale sera par conséquent L′K′ parallèle à *a′b′* ; ainsi, c'est sur cette droite L′K′ qu'il faut rapporter le point M par une perpendiculaire à la ligne de terre, pour obtenir la seconde projection M′ du point assigné sur le cylindre.

(*) Quelquefois, pour simplifier le langage, nous appellerons *arêtes* d'un cylindre ou d'un cône, les diverses positions de la génératrice rectiligne; mais il ne faut jamais donner à ces droites le nom d'*éléments*, car les éléments d'une grandeur doivent toujours être homogènes avec elle : ainsi les éléments d'une surface sont d'autres petites surfaces dont la somme compose la surface en question. D'ailleurs, nous aurons besoin plus tard (n° 159) d'employer ce mot d'*élément* dans sa véritable acception, et alors il résulterait de ce double sens une confusion d'idées très-nuisible dans la théorie des surfaces gauches. Nous emploierons aussi quelquefois le nom de *base* pour désigner la directrice d'un cylindre ou d'un cône, surtout quand cette courbe se trouvera située dans le plan horizontal.

Cependant il existe ici une autre solution; car la droite ML allant couper la base en deux points L et V, on peut dire que V est la trace d'une autre arête projetée également sur MV, mais dont la projection verticale sera V′K″; de sorte que si l'on rapporte le point M sur cette dernière droite en M″, il y aura sur le cylindre un second point (M, M″) qui sera, comme le premier (M, M′), projeté horizontalement en M.

111. Cela posé, construisons le plan tangent pour le point (M, M′) (*fig.* 39). Ce plan renfermera la génératrice (ML, M′L′), et par conséquent sa trace passera par le pied L de cette droite; puis, comme il doit toucher le cylindre tout le long de cette génératrice (nº **99**), il contiendra nécessairement la tangente de la base au point L, c'est-à-dire la ligne LQ, qui sera précisément la trace horizontale du plan demandé. Pour obtenir l'autre trace, on cherchera le point K′ où la droite (ML, M′L′) contenue dans ce plan, va percer le plan vertical, et QK′ sera la trace verticale du plan tangent. Mais s'il arrive, comme dans notre épure, que la trace PQ aille couper la ligne de terre à une distance trop considérable, on imaginera par le point (M, M′) une droite *auxiliaire* qui soit parallèle à la trace horizontale LQ, et dont les projections seront évidemment MX parallèle à QL, et M′X′ parallèle à la ligne de terre; puis, en construisant le point X′ où cette auxiliaire va percer le plan vertical, ce point devra appartenir encore à la trace verticale du plan tangent, laquelle sera X′K′. Dans tous les cas, ce moyen est bon à employer comme vérification.

Quant au plan tangent relatif au point (M, M″), on observera que la génératrice de contact est ici projetée sur MV, M″V′; donc, en menant par le pied V de cette droite une tangente VS à la base du cylindre, ce sera la trace horizontale de ce nouveau plan tangent. La trace verticale SK″ se déterminera, comme ci-dessus, en cherchant le point K″ où la génératrice de contact va percer le plan vertical; ou bien, on aura recours encore à l'horizontale (MY, M″Y′), qui fournira un troisième point Y′ de cette trace.

112. Observons d'ailleurs que les deux plans tangents PQR′ et PSR′, que nous venons de construire, renferment deux génératrices du cylindre qui sont parallèles entre elles; donc ces plans ne pourront se couper que suivant une droite parallèle à ces génératrices. Par conséquent, si l'on construit comme au nº **27** l'intersection (PR, P′R′) de ces deux plans, cette droite devra se trouver exactement parallèle à (*ab*, *a′b′*), ce qui fournira une nouvelle vérification des opérations graphiques antérieures.

113. D'après les motifs exposés nº **108**, nous nous sommes proposé, dans l'épure actuelle, de construire seulement les traces des plans tangents, sans regarder ceux-ci comme réellement existants; mais, puisque ces traces subsistent, il faudra *ponctuer* les parties de ces lignes qui se trouvent cachées par la projection du cylindre sur le plan horizontal et sur le plan vertical. Quant aux diverses arêtes du cylindre, nous aurions pu *pointiller* celles d'entre elles qui nous avaient servi de lignes *auxiliaires* pour arriver aux plans tangents; mais nous avons préféré de regarder toutes ces droites comme autant de *génératrices* réellement existantes, et dont l'ensemble

accuse mieux la forme de la surface; dès lors elles ont dû être marquées par un trait *plein* ou *ponctué*, selon qu'elles étaient visibles ou invisibles; distinction qui s'effectuera d'après les règles énoncées aux nºˢ **107** et **109**.

114. Si l'on veut construire la courbe suivant laquelle le cylindre va pénétrer le plan vertical, il suffira de chercher les traces de diverses génératrices de cette surface, et l'on obtiendra ainsi la ligne F′K′D′H′K″B′ qui, dans l'exemple actuel, sera une ellipse; elle devra *toucher* aux points K′, K″, les traces des deux plans tangents, puisque ceux-ci renferment (nº **99**) les tangentes à toutes les courbes situées sur le cylindre, et menées par les divers points de leur arête de contact. Pour obtenir les points *le plus haut* et *le plus bas* de la courbe F′K′D′H′..., il suffira de construire les deux génératrices qui répondent aux points de la base T et *t* dans lesquels la tangente est *parallèle à la ligne de terre*. Car, pour chacune de ces génératrices, par exemple (TU, T′U′), le plan tangent correspondant coupera le plan vertical suivant une droite nécessairement parallèle à cette ligne de terre, et conséquemment horizontale; d'ailleurs cette intersection devant toucher évidemment la courbe F′K′D′H′..., il s'ensuit que le point U′ est bien celui où *la tangente est horizontale*. Observons, en outre, que cette conséquence est vraie pour un cylindre quelconque, quand même sa base serait toute autre courbe qu'un cercle.

115. *Cas où la directrice est une courbe donnée dans l'espace*, et définie par ses deux projections que nous désignerons par x et x', sans tracer la figure. Pour résoudre le problème directement, on pourrait, comme au nº **110**, mener par le point M, et parallèlement à *ab*, une droite qui rencontrerait la courbe x en un point L; puis, en projetant sur x' ce point L en L′, on tirerait par ce dernier une parallèle à *a′b′*, sur laquelle on projetterait le point M en M′, ce qui achèverait la détermination du point de contact. Ensuite, on construirait la tangente de la directrice pour le point (L, L′), et l'on ferait passer le plan tangent par cette tangente et par la génératrice (LM, L′M′). Mais il est ordinairement plus simple de mener par divers points de la directrice (x, x') des parallèles à la droite (*ab*, *a′b′*); et en cherchant les traces horizontales de toutes ces génératrices, on obtient des points assez rapprochés pour pouvoir être réunis par un *trait continu*, ce qui fournit la base AELG du cylindre sur le plan horizontal, et nous ramène aux données de la *fig.* 39.

116. *Mener un plan tangent à un cylindre par un point donné hors de cette surface.* Conservons pour le cylindre les mêmes données que précédemment, et soit (N, N′) (*fig.* 39) le point assigné dans l'espace; nous mènerons par ce point, et parallèlement aux génératrices, une droite (NP, N′P′) qui devra évidemment se trouver contenue tout entière dans le plan tangent cherché, puisque celui-ci, quel qu'il soit, renfermera une arête du cylindre. Donc, en construisant la trace horizontale P de cette droite, on obtiendra un point de la trace du plan demandé; et celle-ci, devant toucher la base du cylindre (nº **99**), sera l'une des tangentes PLQ et PVS que l'on peut mener à cette base par le point P. Il y aura donc deux plans qui résoudront le problème, et leurs traces verticales s'obtiendront aisément, puisque chacun de ces plans renfermera la droite (PN, P′N′) et l'arête qui part du point de contact L ou V (*). D'ailleurs on pourrait aussi, comme au n° **111**, imaginer par le point donné (N, N′) une horizontale située dans l'un ou l'autre des plans tangents, et construire la trace verticale de cette droite.

117. *Trouver un plan qui soit tangent à un cylindre, et parallèle à une droite donnée.*

Soient AECG (*fig.* 40) la base du cylindre sur le plan horizontal, et (EF, E′F′) une des génératrices : on construira le contour apparent de cette surface sur les deux plans fixes comme au n° **109**; puis, si l'on représente par (*mn*, *m′n′*) la droite donnée, il faudra, par un point de cette ligne, mener une parallèle (*ma*, *m′a′*) aux génératrices du cylindre, et faire passer un plan par ces deux droites. Ce plan, qui aura pour trace horizontale *an*, devra se trouver parallèle au plan tangent cherché, puisque ce dernier renferme une arête du cylindre, et se trouve ainsi parallèle aux deux droites projetées sur *ma* et *mn*; donc la trace de ce plan tangent sera l'une des deux tangentes PQ ou TS menées à la base parallèlement à *an*. Par conséquent, il y aura encore deux solutions, et les traces verticales QR′, SV′ s'obtiendront facilement au moyen des arêtes de contact qui seront (PR, P′R′) pour l'un des plans, et (TV, T′V′) pour l'autre. Ici les deux plans tangents seront évidemment parallèles entre eux, et, par suite, leurs traces verticales devront aussi se trouver parallèles l'une à l'autre.

118. Observons, en terminant ces problèmes sur les cylindres, qu'on ne pourrait pas exiger qu'un plan fût tangent à une telle surface et passât en même temps par une droite donnée. Car, par cela seul qu'un plan touche un cylindre en un point, il est, comme on l'a vu n° **99**, nécessairement tangent tout le long de la génératrice qui passe par ce point; de sorte que cette première condition en renferme implicitement deux, d'après lesquelles le plan cherché doit jouir du contact en deux points de la surface : puis, si l'on y joint l'obligation de passer encore par une droite ou par deux points donnés en dehors, cela formera *quatre* conditions distinctes, tandis que trois suffisent pour déterminer la position d'un plan. Cependant, si la droite donnée était parallèle aux arêtes du cylindre, cela reviendrait à n'assigner qu'un seul point extérieur, et le problème rentrerait dans celui du n° **116**.

119. *Par un point donné sur une surface conique, on propose de lui mener un plan tangent.*

Soient ABCD (*fig.* 41) la courbe directrice que nous supposons située dans le plan horizontal, et (S, S′) le sommet du cône; nous commencerons par déterminer le contour apparent de cette surface sur le plan horizontal, en cherchant (n° **106**) tous les plans tangents qui peuvent être *verticaux*. Or, un tel plan ayant pour trace horizontale la projection même de la génératrice qu'il renferme, cette trace passera

(*) Il arrive ici que les points de contact L et V sont sur une même parallèle à la droite *ab*, parce que nous avons voulu faire servir la figure du problème précédent; mais lorsqu'on prendra le point (N, N′) tout à fait arbitrairement, cette circonstance n'aura pas lieu en général, et du reste cela ne changera rien aux raisonnements qui nous ont servi à résoudre le problème actuel.

par le point S; puis, comme elle doit toucher la base, attendu qu'ici encore le contact du plan tangent a lieu (n° **100**) tout le long d'une génératrice, on en conclura que les tangentes SA et SB, menées du point S, sont les traces des plans tangents verticaux, et que ceux-ci touchent le cône suivant les deux arêtes (SA, S′A′) et (SB, S′B′), lesquelles forment le contour apparent de la surface conique relativement au plan horizontal. De sorte que toute génératrice qui sera *au-dessous* de celles-là, c'est-à-dire qui aboutira dans la portion ADB de la base, se trouvera *invisible* sur le plan horizontal.

Quant au contour apparent sur le plan vertical, il sera donné par les plans tangents au cône qui se trouveront perpendiculaires à ce plan de projection (n° **106**); ainsi les traces horizontales de ces plans, devant être *perpendiculaires à la ligne de terre* et tangentes (n° **100**) à la base ABCD, seront les droites CC′ et DD′. Quant aux traces verticales, elles passeront nécessairement par la projection S′ du sommet, et seront les droites C′S′ et D′S′. D'ailleurs, puisque ces plans toucheront évidemment le cône suivant les génératrices (CS, C′S′) et (DS, D′S′), il s'ensuit que ces deux droites formeront le contour apparent de la surface projetée sur le plan vertical; et, par conséquent, toute arête qui se trouvera *en arrière* de ces droites, ou qui aboutira dans la portion CAD de la base, sera *invisible* en projection verticale.

120. Revenons maintenant au problème primitif, et supposons que M soit la projection horizontale du point donné. L'autre projection ne doit pas être prise arbitrairement; car, puisque le point en question appartient à la surface, il doit se trouver sur une certaine génératrice qui ne peut être projetée horizontalement que suivant SM : cette droite aura donc pour trace horizontale le point E ou le point G, et dès lors sa projection verticale sera S′E′ ou S′G′. Donc, si l'on y rapporte la projection M par une perpendiculaire à la ligne de terre, on obtiendra pour le point assigné les deux solutions (M, M′) et (M, M″).

121. (*Fig.* 41.) Cela posé, construisons le plan tangent pour le premier de ces deux points. Ce plan renfermera la génératrice (SE, S′E′) et touchera le cône tout le long de cette droite (n° **100**); par conséquent, il aura pour trace horizontale la tangente PEQ de la base. Quant à sa trace verticale, elle devra passer par le point (F, F′) où l'arête de contact va percer le plan vertical, et par le point Q où la trace PE irait couper la ligne de terre : mais comme ce point Q se trouve ici hors du cadre, on y suppléera en imaginant, par le point (M, M′) et dans le plan tangent cherché, une horizontale (MX, M′X′) qui va percer le plan vertical en X′, et fournit ainsi un nouveau point de la trace demandée QX′F′.

De même, pour le point (M, M″) l'arête de contact étant (SG, S′G′), la tangente GV sera la trace horizontale du plan tangent actuel; et sa trace verticale VF″ se déterminera en cherchant le point F″ où l'arête de contact (GS, G′S′) va percer le plan vertical : ou bien, comme précédemment, on se servira d'une horizontale (MY, M″Y′) située dans le plan tangent qui nous occupe.

122. Observons ici que les deux plans tangents que nous venons de déterminer, renfermant chacun une génératrice du cône, passeront tous les deux par le sommet (S, S′); d'où il résulte que si l'on construit (n° **27**) leur intersection qui est projetée suivant PR et P′R′, il devra arriver que la première de ces lignes passe par S et l'autre par S′, ce qui fournira une vérification des constructions antérieures. D'ailleurs les traces verticales devront *toucher* en F′ et F″ la courbe suivant laquelle le cône est coupé par le plan vertical, courbe qui se construira en cherchant les points où les diverses génératrices vont percer ce plan de projection.

123. *Mener un plan tangent à une surface conique, par un point donné au dehors.* (*Fig.* 42.) Soient encore ABC la base du cône et (S, S′) le sommet; on déterminera, comme ci-dessus, le contour apparent de la surface sur chacun des plans fixes, et nous représenterons par (N, N′) le point assigné dans l'espace. Le plan tangent que l'on cherche, devant contenir une génératrice, passera par le sommet (S, S′), et, par suite, il renfermera la droite (SN, S′N′); donc, en cherchant le pied (P, P′) de cette droite, et en menant à la base les tangentes PEQ, PGV, ce seront les traces horizontales des deux plans tangents qui satisfont à la question. Quant aux traces verticales, on les déterminera par le moyen de la droite (SN, S′N′) contenue dans les deux plans, ou bien par le secours des arêtes de contact de ces plans, lesquelles sont évidemment (SE, S′E′) et (SG, S′G′). On pourrait encore employer une horizontale auxiliaire menée dans chaque plan par le point (N, N′), comme nous l'avons déjà fait plusieurs fois.

124. *Trouver un plan qui soit tangent à un cône, et parallèle à une droite donnée.* (*Fig.* 42.) Conservons les mêmes données que précédemment, et soit (*mn*, *m′n′*) la droite à laquelle le plan tangent doit être parallèle. Comme ce plan passera nécessairement par le sommet, si nous menons de ce point et parallèlement à (*mn*, *m′n′*) la droite (SP, S′P′), cette dernière sera évidemment contenue dans le plan demandé; par conséquent, la trace (P, P′) de cette droite appartiendra à la trace horizontale du plan tangent, laquelle sera l'une des deux tangentes PEQ, PGV menées à la base. Il y aura donc encore deux solutions, et les traces verticales de ces plans se détermineront comme au numéro précédent.

125. Puisque tout plan qui est tangent à une surface conique dans un point, touche nécessairement cette même surface tout le long d'une droite (n° **100**), la remarque faite au n° **118** s'applique ici; et il en résulte qu'on ne saurait exiger qu'un plan soit tangent à un cône, et passe en même temps par une droite ou par deux points donnés; à moins que la droite qui réunirait ces deux points ne passât elle-même par le sommet, car alors cela reviendrait à n'assigner qu'un seul point extérieur, comme au n° **123**.

En terminant ce chapitre, nous ajouterons quelques problèmes dont nous indiquerons seulement les moyens de solution, en invitant le lecteur à s'exercer au tracé de ces épures.

126. *Par une droite donnée, mener un plan qui fasse, avec le plan horizontal, un angle déterminé* α. D'un point quelconque de la droite on abaissera sur le plan horizontal une perpendiculaire et une oblique, en dirigeant celle-ci parallèlement au plan vertical, et de manière que sa projection sur ce dernier plan forme l'angle α

avec la ligne de terre. Alors, en imaginant que cette oblique tourne autour de la verticale, elle décrira un cône droit dont la trace horizontale sera un cercle bien facile à déterminer, et dont toutes les arêtes se trouveront aussi inclinées sous l'horizon d'une quantité angulaire α; par conséquent, si l'on mène à ce cône un plan tangent passant par la droite donnée, ce qui rentre ici dans le problème du n° **123**, on obtiendra évidemment un plan qui satisfera aux conditions assignées par la question.

127. *Mener à un cylindre donné, un plan tangent dont l'inclinaison sur le plan horizontal soit* α. On construira, comme dans le problème précédent, un cône de révolution dont les arêtes fassent l'angle α avec le plan horizontal; puis, en tirant par le sommet une droite parallèle aux génératrices du cylindre, et faisant passer par cette droite un plan tangent au cône (n° **123**), il restera à mener au cylindre un plan tangent parallèle à celui-là, problème qui se résoudra, comme au n° **117**, en menant à la base du cylindre une tangente parallèle à la trace horizontale du plan qui touchait le cône. On sent bien que le problème deviendra impossible, lorsque la parallèle menée par le sommet du cône auxiliaire aboutira dans l'intérieur de sa base.

Si l'on proposait *la même question pour un cône* défini par une base quelconque, il faudrait modifier la solution en prenant pour sommet du cône de révolution le point même qui sert de sommet à la surface conique assignée par le problème; ensuite, on devrait mener une tangente commune aux bases de ces deux cônes, et ce serait la trace horizontale du plan demandé.

128. *Par un point donné, mener une droite qui soit tangente à une surface conique et parallèle à un plan donné.*

Mener à un cône ou à un cylindre un plan tangent qui soit perpendiculaire à un plan donné.

Étant données les deux projections de l'axe d'un cylindre de révolution, avec la grandeur de son rayon, trouver sa trace horizontale et son contour apparent.

CHAPITRE IV.

DES PLANS TANGENTS AUX SURFACES DE RÉVOLUTION, LORSQUE LE POINT DE CONTACT EST DONNÉ.

129. (*Fig.* 43.) Puisque par chaque point M pris sur une surface de révolution (n° **75**), il passe toujours un méridien AMD et un parallèle FMG, si l'on construit les tangentes MT et MV à ces courbes, et que l'on mène un plan par ces deux droites, ce sera (n° **103**) le plan tangent de la surface en M. Or la tangente MV, située dans le plan du cercle FMG, est évidemment perpendiculaire à la fois au rayon MO et à l'axe AO; donc elle l'est aussi au plan méridien AOM, et par suite le plan tangent qui contiendra MV sera lui-même perpendiculaire sur ce méridien. Cette conséquence étant indépendante de la nature de la courbe AMD et de la position