met (S, S′); d'où il résulte que si l'on construit (n° **27**) leur intersection qui est projetée suivant PR et P′R′, il devra arriver que la première de ces lignes passe par S et l'autre par S′, ce qui fournira une vérification des constructions antérieures. D'ailleurs les traces verticales devront *toucher* en F′ et F″ la courbe suivant laquelle le cône est coupé par le plan vertical, courbe qui se construira en cherchant les points où les diverses génératrices vont percer ce plan de projection.

123. *Mener un plan tangent à une surface conique, par un point donné au dehors.* (*Fig.* 42.) Soient encore ABC la base du cône et (S, S′) le sommet; on déterminera, comme ci-dessus, le contour apparent de la surface sur chacun des plans fixes, et nous représenterons par (N, N′) le point assigné dans l'espace. Le plan tangent que l'on cherche, devant contenir une génératrice, passera par le sommet (S, S′), et, par suite, il renfermera la droite (SN, S′N′); donc, en cherchant le pied (P, P′) de cette droite, et en menant à la base les tangentes PEQ, PGV, ce seront les traces horizontales des deux plans tangents qui satisfont à la question. Quant aux traces verticales, on les déterminera par le moyen de la droite (SN, S′N′) contenue dans les deux plans, ou bien par le secours des arêtes de contact de ces plans, lesquelles sont évidemment (SE, S′E′) et (SG, S′G′). On pourrait encore employer une horizontale auxiliaire menée dans chaque plan par le point (N, N′), comme nous l'avons déjà fait plusieurs fois.

124. *Trouver un plan qui soit tangent à un cône, et parallèle à une droite donnée.* (*Fig.* 42.) Conservons les mêmes données que précédemment, et soit (*mn, m′n′*) la droite à laquelle le plan tangent doit être parallèle. Comme ce plan passera nécessairement par le sommet, si nous menons de ce point et parallèlement à (*mn, m′n′*) la droite (SP, S′P′), cette dernière sera évidemment contenue dans le plan demandé; par conséquent, la trace (P, P′) de cette droite appartiendra à la trace horizontale du plan tangent, laquelle sera l'une des deux tangentes PEQ, PGV menées à la base. Il y aura donc encore deux solutions, et les traces verticales de ces plans se détermineront comme au numéro précédent.

125. Puisque tout plan qui est tangent à une surface conique dans un point, touche nécessairement cette même surface tout le long d'une droite (n° **100**), la remarque faite au n° **118** s'applique ici; et il en résulte qu'on ne saurait exiger qu'un plan soit tangent à un cône, et passe en même temps par une droite ou par deux points donnés; à moins que la droite qui réunirait ces deux points ne passât elle-même par le sommet, car alors cela reviendrait à n'assigner qu'un seul point extérieur, comme au n° **123**.

En terminant ce chapitre, nous ajouterons quelques problèmes dont nous indiquerons seulement les moyens de solution, en invitant le lecteur à s'exercer au tracé de ces épures.

126. *Par une droite donnée, mener un plan qui fasse, avec le plan horizontal, un angle déterminé α.* D'un point quelconque de la droite on abaissera sur le plan horizontal une perpendiculaire et une oblique, en dirigeant celle-ci parallèlement au plan vertical, et de manière que sa projection sur ce dernier plan forme l'angle α

avec la ligne de terre. Alors, en imaginant que cette oblique tourne autour de la verticale, elle décrira un cône droit dont la trace horizontale sera un cercle bien facile à déterminer, et dont toutes les arêtes se trouveront aussi inclinées sous l'horizon d'une quantité angulaire α; par conséquent, si l'on mène à ce cône un plan tangent passant par la droite donnée, ce qui rentre ici dans le problème du n° **123**, on obtiendra évidemment un plan qui satisfera aux conditions assignées par la question.

127. *Mener à un cylindre donné, un plan tangent dont l'inclinaison sur le plan horizontal soit α.* On construira, comme dans le problème précédent, un cône de révolution dont les arêtes fassent l'angle α avec le plan horizontal; puis, en tirant par le sommet une droite parallèle aux génératrices du cylindre, et faisant passer par cette droite un plan tangent au cône (n° **123**), il restera à mener au cylindre un plan tangent parallèle à celui-là, problème qui se résoudra, comme au n° **117**, en menant à la base du cylindre une tangente parallèle à la trace horizontale du plan qui touchait le cône. On sent bien que le problème deviendra impossible, lorsque la parallèle menée par le sommet du cône auxiliaire aboutira dans l'intérieur de sa base.

Si l'on proposait *la même question pour un cône* défini par une base quelconque, il faudrait modifier la solution en prenant pour sommet du cône de révolution le point même qui sert de sommet à la surface conique assignée par le problème; ensuite, on devrait mener une tangente commune aux bases de ces deux cônes, et ce serait la trace horizontale du plan demandé.

128. *Par un point donné, mener une droite qui soit tangente à une surface conique et parallèle à un plan donné.*

Mener à un cône ou à un cylindre un plan tangent qui soit perpendiculaire à un plan donné.

Étant données les deux projections de l'axe d'un cylindre de révolution, avec la grandeur de son rayon, trouver sa trace horizontale et son contour apparent.

CHAPITRE IV.

DES PLANS TANGENTS AUX SURFACES DE RÉVOLUTION, LORSQUE LE POINT DE CONTACT EST DONNÉ.

129. (*Fig.* 43.) Puisque par chaque point M pris sur une surface de révolution (n° **75**), il passe toujours un méridien AMD et un parallèle FMG, si l'on construit les tangentes MT et MV à ces courbes, et que l'on mène un plan par ces deux droites, ce sera (n° **103**) le plan tangent de la surface en M. Or la tangente MV, située dans le plan du cercle FMG, est évidemment perpendiculaire à la fois au rayon MO et à l'axe AO; donc elle l'est aussi au plan méridien AOM, et par suite le plan tangent qui contiendra MV sera lui-même perpendiculaire sur ce méridien. Cette conséquence étant indépendante de la nature de la courbe AMD et de la position du point M, il en résulte ce théorème remarquable : *Dans toute surface de révolution, le plan tangent est perpendiculaire au plan méridien qui passe par le point de contact.*

130. En menant au point M une normale MN à la surface, cette droite, perpendiculaire au plan tangent, se trouvera nécessairement renfermée dans le plan méridien AMD; donc, dans toute surface de révolution, *la normale va rencontrer l'axe.*

De plus, cette rencontre se fait au même point, pour toutes les normales MN, PN, FN,..., qui répondent à un même parallèle. En effet, lorsque le plan méridien AMD tourne autour de l'axe, en entraînant avec lui les droites MN et MT, la première ne cesse pas d'être perpendiculaire à l'autre; en outre, cette droite mobile MN, toujours renfermée dans le plan méridien, se trouve, comme celui-ci (nº **129**), perpendiculaire successivement à chaque tangente MV du parallèle; donc MN est bien perpendiculaire à deux tangentes, et par conséquent normale à la surface, dans toutes les positions qu'elle occupe en tournant autour de l'axe AD. D'ailleurs, puisque dans ce mouvement le point N de la normale MN reste immobile, il en résulte que *toutes les normales menées le long d'un même parallèle forment toujours un cône* DROIT *dont le sommet est sur l'axe :* mais ce sommet change en passant d'un parallèle à un autre.

Après avoir fait remarquer ces propriétés générales et communes à toutes les surfaces de révolution, nous allons nous occuper de la construction du plan tangent.

131. *Par un point donné sur une surface de révolution dont le méridien est connu, mener un plan qui soit tangent à cette surface.*

(*Fig.* 44.) Pour simplifier les constructions, choisissons notre plan horizontal de manière qu'il soit perpendiculaire à l'axe de révolution : alors cette droite se trouvant verticale, elle sera projetée horizontalement en un point O, et verticalement suivant la droite O′Z′ perpendiculaire à la ligne de terre. Soit d'ailleurs A′B′D′ la projection du méridien *principal*, c'est-à-dire de celui qui est parallèle au plan vertical, et qui se trouve projeté horizontalement sur OB parallèle à la ligne de terre : ici ce méridien est une ellipse dont un des diamètres principaux coïncide avec l'axe de rotation, et par suite la surface sera un ellipsoïde de révolution (nº **79**); mais les raisonnements et les constructions seraient entièrement semblables pour toute autre courbe méridienne. Le plus grand des parallèles, ou bien *l'équateur* de la surface, est évidemment le cercle décrit par le demi-axe C′B′, lequel se projette horizontalement sur un cercle BKE égal au premier, et forme le *contour apparent* de la surface relativement au plan horizontal (nº **106**); en effet, tout le long de l'équateur (B′E′, BKE) les plans tangents seront *verticaux*, puisque chacun renfermera la tangente du méridien, laquelle est une verticale comme B′B. Quant au contour apparent de la surface par rapport au plan vertical, ce sera le méridien *principal* (A′B′D′E′, BE); car ce contour doit être formé (nº **106**) par les points de contact de tous les plans tangents perpendiculaires au plan vertical : or les plans tang‸nts le long de cette courbe méridienne sont (nº **129**) tous perpendiculaires à son plan, et par suite au plan vertical de projection. Nous n'ajouterons pas ici d'autres positions de la génératrice pour figurer (nº **95**) la forme de la surface.

parce qu'elle est suffisamment indiquée par ce qui précède; mais nous verrons cependant plus loin (nº **137**) la manière de construire les projections d'autant de courbes méridiennes que l'on voudrait en tracer.

132. Cela posé, soit M la projection horizontale du point donné sur la surface; il ne faudra pas prendre arbitrairement la seconde projection de ce point, puisqu'il doit être situé à la rencontre de la verticale M avec le méridien projeté suivant OK. Or, si l'on fait tourner celui-ci autour de l'axe (O,O′Z′), jusqu'à ce qu'il coïncide avec le méridien principal OB, il se trouvera alors projeté verticalement suivant A′B′D′, et comme, par suite de ce déplacement, la projection M aura décrit l'arc MG, on en conclura que la projection verticale du point cherché se trouve actuellement en G′ ou en G″. Maintenant si l'on ramène le méridien mobile dans la position OK, le point en question, qui pendant ce mouvement ne changera pas de hauteur, restera projeté verticalement sur l'horizontale G′F′ ou G″F″; d'où il suit évidemment que, dans sa position primitive, il était projeté verticalement en M′ ou en M″; ainsi, il y a sur la surface deux points (M, M′) et (M, M″) qui sont l'un et l'autre projetés horizontalement en M.

133. (*Fig.* 44.) Considérons le premier (M, M′) de ces points, et pour déterminer le plan tangent qui s'y rapporte, nous l'assujettirons (nº **103**) à passer par deux tangentes de la surface, savoir : la tangente au méridien et la tangente au parallèle; mais, comme la projection de la courbe méridienne relative au point (M, M′) n'est pas donnée immédiatement, et qu'ainsi nous ne pouvons pas lui mener directement une tangente, nous rabattrons encore le plan vertical OMK sur le méridien principal OB. Par là le point (M, M′) sera transporté en (G, G′), et il sera facile alors de construire la tangente G′H′ qui viendra percer le plan horizontal au point H sur OB : puis, si l'on ramène le méridien mobile dans la position OMK, le pied H de cette tangente décrira évidemment un arc de cercle terminé en T, tandis que le point de contact G′ reviendra en M′; donc, en projetant le point T sur la ligne de terre, on obtiendra M′T′ et MT pour les projections de la tangente au méridien qui passe par le point (M, M′). Observons d'ailleurs que cette tangente prolongée doit rencontrer l'axe de la surface, au même point Z′ où aboutissait la droite G′H′.

Quant au parallèle relatif à ce point (M, M′), il est évidemment projeté sur le cercle GMF et sur G′F′; par conséquent, sa tangente est l'horizontale (MV, M′V′) perpendiculaire au plan méridien OMK. Maintenant, le plan qui renfermera les deux tangentes ainsi déterminées, aura pour trace horizontale une droite TU passant par le pied T de la première tangente, et menée parallèlement à MV qui est une horizontale contenue dans ce plan tangent; puis, on aura la trace verticale UV, de ce même plan, en construisant le point V′ où la droite (MV, M′V′) va percer le plan vertical.

Le plan tangent relatif au point (M, M″) s'obtiendra d'une manière analogue, en rabattant d'abord le point M″ en G″ sur le méridien principal, et menant à celui-ci la tangente G″L′. Ensuite le pied (L, L′) de cette droite étant ramené dans le méridien OK, viendra en R; et comme la tangente au parallèle est ici (MV, M″V″), les traces du plan tangent seront RS parallèle MV, et SV″.

134. Il est bon de remarquer que, d'après la direction de la tangente MV au parallèle, chaque plan tangent à une surface de révolution aura toujours *sa trace horizontale perpendiculaire à celle du plan méridien* qui passe par le point de contact, du moins tant que l'axe de la surface sera vertical.

135. Observons encore que les deux plans tangents en (M, M′) et (M, M″), ayant leurs traces TU et RS parallèles, devront se couper suivant une horizontale; et, par suite de la symétrie de la surface actuelle, cette horizontale sera située dans le plan de l'équateur E′B′. En effet, comme les tangentes G′H′ et G″L′ à l'ellipse méridienne se rencontraient nécessairement en un point α' situé sur l'axe de cette ellipse, ce point transporté en $6'$ dans le méridien OK avec les deux tangentes, leur sera toujours commun, et restera dans le plan de l'équateur E′B′ : donc l'horizontale, qui est l'intersection des deux plans tangents, passera par le point $6'$; et c'est aussi pour cette raison que les traces verticales de ces plans doivent se couper en un point P′ situé sur la droite E′B′$6'$ prolongée.

136. (*Fig.* 44.) Pour obtenir la *normale* de la surface de révolution au point (M, M′), on se rappellera (n° **130**) que toutes les normales, le long d'un même parallèle, vont couper l'axe au même point, et que d'ailleurs chacune est renfermée dans le plan méridien qui passe par le point de contact. Ainsi, après avoir rabattu sur le méridien principal le point M′ en G′, on tirera par ce dernier une droite G′N′ perpendiculaire à la tangente G′H′; puis, en joignant le pied N′ de cette normale avec le point donné M′, on obtiendra la normale N′M′ relative à ce dernier point. C'est là du moins sa projection verticale; et quant à sa projection horizontale, elle tombe évidemment sur OM.

Observons ici que cette normale étant perpendiculaire au point tangent TUV′, les traces de ce dernier devront se trouver (n° **35**) respectivement perpendiculaires aux droites OM et N′M′γ; ce qui offrira une vérification des constructions déjà effectuées pour le plan tangent, ou même, si l'on veut, un moyen de trouver *à priori* ses traces, puisque alors il s'agirait de mener par un point connu (M, M′) un plan perpendiculaire à la droite (MO, M′N′). *Voyez* n° **36**.

137. On a vu (n° **132**) qu'il était facile, en partant de la projection horizontale M d'un point de la surface, de conclure la projection verticale M′ ou M″ : si donc on applique le même procédé à divers points K, M, Q..., pris dans le plan méridien OK, on pourra ainsi construire la projection verticale de la courbe méridienne renfermée dans ce plan, et cette courbe devra être tangente aux droites T′M′ et R′M″; puis, en répétant la même opération pour d'autres plans méridiens que OK, on obtiendrait autant de positions que l'on voudrait de l'ellipse mobile A′B′D′, ce qui servirait à compléter la représentation graphique de la surface.

C'est aussi par des opérations analogues, qu'étant données les projections d'une *génératrice* quelconque d'une surface de révolution, on en conclurait facilement le méridien principal, ou toute autre section méridienne. On pourra se proposer, comme exemple, le cas où cette génératrice est *une droite qui ne rencontre pas l'axe;* et alors on trouvera que la méridienne est une hyperbole, ainsi que nous le verrons plus loin (n° **148**).

138. (*Fig.* 45.) *Du plan tangent au* TORE. Si l'on fait tourner un cercle (A′B′C′B″, ABC) autour d'une droite (O″Z′, O) qui ne passe point par son centre, mais qui est située dans son plan, ce méridien circulaire engendrera une espèce de *surface annulaire*, nommée un *tore*, dont tous les points seront projetés horizontalement entre l'*équateur* décrit avec le rayon OC = O′C′, et le *cercle de gorge* décrit par le rayon OA = O′A′ : mais il faut bien remarquer que les deux demi-cercles B′C′B″ et B′A′B″ engendreront deux nappes très-différentes de forme, quoique l'une et l'autre viennent se réunir le long des circonférences parcourues par les extrémités B′ et B″ du diamètre vertical. La nappe extérieure est *convexe*, c'est-à-dire que toutes les courbes qui y seraient tracées par un même point (N, N′), se trouveraient situées d'un même côté du plan tangent en ce point. En effet, pour déterminer ce plan, il faut construire la tangente N′P′ du méridien, et par le pied P de cette droite, mener une perpendiculaire PP′ à la trace ON du méridien (n° **134**); or on voit que la méridienne B′N′B″ et le parallèle N′I′ sont tous deux à gauche du plan tangent N′P′P; et quoique nous ayons choisi le point (N, N′) sur le méridien principal, afin de rendre plus simple la construction du plan tangent, il est bien évident que les mêmes circonstances arriveraient pour tout autre point de la nappe extérieure, puisqu'elle est de révolution et, par conséquent, symétrique tout autour de l'axe (O″Z′, O).

Au contraire, si nous prenons un point (M, M′) sur la nappe intérieure, le plan M″T′T, tangent en ce point, traversera la surface; car le méridien B′M′B″ sera évidemment à droite de ce plan, tandis que le parallèle M′V′ se trouvera à gauche : aussi le plan M′T′T coupera le tore suivant une courbe à nœud, qui est représentée en projection horizontale par (MHEGE″M*hege*″M), et que nous apprendrons plus tard à construire (*voyez* n° **267**). Mais cette intersection n'empêche pas le plan M′T′T de renfermer les tangentes du méridien, du parallèle, et de toutes les autres courbes tracées sur la surface par le point (M, M′); de sorte que ce plan est réellement tangent au tore en cet endroit, et sécant dans tous les autres points communs; circonstance qui tient à ce que la nappe intérieure est une surface *non convexe* ou *à courbures opposées*, tout à fait comparable à la gorge d'une poulie.

139. Dans l'épure actuelle, où nous avons voulu représenter les principaux parallèles de la surface, une partie de la trace verticale M′T′ du plan tangent à la nappe intérieure, se trouve, il est vrai, cachée par le tore; mais nous avons dû néanmoins la laisser en trait plein, parce qu'elle reçoit la projection verticale de la courbe d'intersection, dont la branche antérieure *hrefg* est visible sur le plan vertical.

140. HYPERBOLOIDE DE RÉVOLUTION *à une nappe*. Nous avons nommé ainsi (n° **84**) la surface que décrit une demi-hyperbole en tournant autour de son axe imaginaire; mais cette surface, qui jouit de diverses propriétés très-remarquables, peut encore être engendrée par *une droite assujettie à tourner*, par un mouvement de révolution, *autour d'une autre droite fixe qui n'est pas dans un même plan avec la première.*

Pour le démontrer, représentons la droite fixe par OZ (*fig.* 47), et la droite mobile par ADM : soit OD leur plus courte distance qui sera horizontale, si l'on regarde l'axe OZ comme vertical. Cette ligne OD décrira dans le mouvement de révolution autour de OZ, un cercle horizontal EDF qui sera évidemment le plus petit des parallèles, ou le *cercle de gorge* de la surface; et la tangente DP à ce cercle sera nécessairement la projection horizontale de la droite mobile ADM; d'où il suit que cette droite ira percer le plan méridien quelconque ZOX, en un point M situé sur la verticale élevée par le point P (*). Or, si l'on construisait ainsi tous les points M, M′, F,... dans lesquels le plan fixe ZOX est successivement rencontré par la droite mobile ADM dans ses diverses positions, on obtiendrait la *méridienne* MM′F de la surface engendrée par cette droite; et, par conséquent, la question est réduite à prouver que cette courbe MM′F est une hyperbole qui a pour demi-axe réel la distance OG = OD. Pour y parvenir, rapportons le point quelconque M à des coordonnées parallèles aux axes OX, OZ; et comme la distance OD reste invariable pendant le mouvement de la génératrice, aussi bien que l'angle MDP formé par celle-ci avec l'horizon, posons

$$\mathrm{OP} = x,\ \mathrm{PM} = z,\ \mathrm{OD} = \delta,\ \text{tang}\ \mathrm{MDP} = \alpha;$$

alors les triangles rectangles MPD et ODP donneront

$$\text{tang}\ \mathrm{MDP} = \frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{DP}} = \frac{\mathrm{MP}}{\sqrt{\mathrm{OP}^2 - \mathrm{OD}^2}};$$

ou bien, en substituant les notations précédentes,

$$\alpha = \frac{z}{\sqrt{x^2 - \delta^2}}, \quad \text{d'où} \quad \alpha^2 x^2 - z^2 = \alpha^2 \delta^2;$$

équation qui prouve que la méridienne est bien une hyperbole qui a pour demi-axe réel $x = \delta$; donc le lieu parcouru par la droite mobile ADM est effectivement un hyperboloïde de révolution à une nappe.

141. Cette surface admet *une seconde génératrice* rectiligne; en effet, si dans le plan vertical MDP tangent au cercle de gorge, on trace une droite BND qui fasse, avec la verticale DV, un angle NDV égal à VDM, cette ligne BDN, en tournant aussi autour de OZ, engendrera *la même surface* que ADM, parce que deux points quelconques M et N, pris à la même hauteur sur ces droites, décriront le même cercle MNL. Pour justifier cette dernière assertion, il suffira de joindre deux à deux les points M, N, Z, V, où un même plan horizontal rencontre les diverses lignes dont nous venons de parler; et, à l'aide des triangles rectangles MVD, NVD, qui sont évidemment égaux, on démontrera que les triangles rectangles ZVM, ZVN le sont pareillement; d'où

(*) La figure est censée construite en perspective sur ce plan ZOX comme tableau; et, par conséquent, toutes les lignes principales situées derrière ce plan ont été ponctuées.

l'on conclura que ZM = ZN, et qu'ainsi les deux points M et N se trouvent bien à la même distance de l'axe OZ. Il résulte de là qu'il existe sur l'hyperboloïde deux systèmes de droites,

$$\mathrm{A},\ \mathrm{A}_2,\ \mathrm{A}_3, \ldots \quad \text{et} \quad \mathrm{B},\ \mathrm{B}_2,\ \mathrm{B}_3, \ldots,$$

dont le premier se compose des positions successives que prend la génératrice AD, et le deuxième des diverses positions occupées par BD. D'ailleurs, puisque toutes ces droites sont deux à deux dans des plans verticaux, tels que MDN, il s'ensuit que *toutes les génératrices des deux systèmes se projettent, sur le cercle de gorge, suivant des tangentes à cette circonférence.*

142. Par chaque point R de la surface il passe deux de ces droites; car les génératrices AD et BD viendront passer, à deux époques différentes de leur révolution, par ce point R; et elles y occuperont deux positions nécessairement distinctes RA_3, RB_2, puisque la première sera située à gauche, et la seconde à droite du plan méridien ZOR. Il suit de là que le plan tangent en R sera déterminé (nº **103**) par l'ensemble des deux droites RA_3 et RB_2, puisque ces lignes se trouvent sur la surface, et qu'elles sont elles-mêmes leurs propres tangentes. Mais il importe beaucoup d'observer que le plan $\mathrm{A}_3\mathrm{RB}_2$, quoique renfermant la droite RB_2 tout entière, *ne sera pas tangent dans un autre point de cette ligne;* car en D_2, par exemple, le plan tangent sera $\mathrm{A}_2\mathrm{D}_2\mathrm{B}_2$; or ce dernier ne peut coïncider avec $\mathrm{A}_3\mathrm{RB}_2$, parce que les deux génératrices $\mathrm{A}_3\mathrm{R}$ et $\mathrm{A}_2\mathrm{D}_2$ appartiennent au même système, et dès lors ne sauraient être contenues dans un même plan, comme nous allons le démontrer.

143. (*Fig.* 47.) *Deux droites* AD *et* $\mathrm{A}_2\mathrm{D}_2$, *qui appartiennent au même système de génératrices, ne se trouvent jamais dans un même plan.* En effet, ces droites étant projetées horizontalement sur les tangentes DT et D_2T qui se coupent en T, ne pourraient avoir de communs que les points qui sont situés sur la verticale TS; or cette verticale ira évidemment rencontrer $\mathrm{A}_2\mathrm{D}_2$ en S au-dessus du cercle de gorge, et AD au-dessous en S′, parce que les parties inférieures de ces deux génératrices du même système sont inclinées l'une et l'autre à gauche de leurs méridiens respectifs ZOD_2 et ZOD, et que le point T est entre ces méridiens. Donc, 1º les droites AD et $\mathrm{A}_2\mathrm{D}_2$ ne sauraient se rencontrer; 2º elles ne sont pas non plus parallèles, car leurs projections horizontales se coupent en T; ainsi, il reste démontré que deux génératrices du système A ne se trouvent jamais dans un même plan.

A la vérité, les projections horizontales de deux de ces droites se trouveront parallèles, quand on comparera celles qui passent par les extrémités d'un même diamètre du cercle de gorge; mais, dans l'espace, l'une de ces génératrices sera inclinée à droite, et l'autre à gauche du plan méridien mené par ce diamètre, de sorte qu'elles seront loin d'être parallèles entre elles; et d'ailleurs il est bien évident qu'alors elles ne pourront pas non plus se couper.

On démontrera d'une manière toute semblable que les droites B, B_2, B_3,... du second système ne sont jamais deux à deux dans un même plan.

144. *Chaque droite du système* A *coupe* (sans changer de position) *toutes les droites* B, B_2, B_3,... *de l'autre système.* Cela est évident pour AD et DB qui sont dans le