

même la génératrice $A'B'$ sera rencontrée par $A''B''$ en un point M'' , et celle-ci le sera par la suivante en un point M''' , etc.; de sorte que ces intersections successives donneront lieu à un polygone $MM'M''M''' \dots$; ou plutôt, puisqu'on suppose les génératrices infiniment rapprochées, cela formera une courbe continue $VMM''M'''U$ à laquelle toutes ces droites seront évidemment tangentes, et qui se nomme *l'arête de rebroussement* de la surface, par une raison que nous expliquerons bientôt (n° 178).

175. (Fig. 51.) Cela posé, je dis que la surface engendrée d'après la loi précédente est *développable*. En effet, puisque les deux génératrices consécutives AMB et $A'M'B'$ sont dans un même plan, elles comprennent entre elles une zone angulaire de la surface, infiniment étroite, mais indéfinie en longueur, et qui est nécessairement *plane*; car, pour les diverses courbes tracées sur la surface, les éléments linéaires AA' , PP' , ... ayant deux points communs avec les droites AM et $A'M'$, se trouvent tous dans le plan de ces deux génératrices. De même, les génératrices $A'M'B'$ et $A''M''B''$ comprennent un autre *élément superficiel*, qui est *plan* et d'une *longueur indéfinie*; et ainsi des autres. Alors, si l'on fait tourner le premier élément autour de la droite $A'M'B'$ comme charnière, jusqu'à ce qu'il vienne dans le plan et à la suite du deuxième élément; puis, que l'on rabatte autour de $A''B''$ le système de ces deux éléments sur le plan du troisième, on finira, en continuant ainsi, par dérouler sur un plan unique toute la surface proposée, sans discontinuité et sans altérer sa superficie. D'ailleurs il est bien évident: 1° que par cette transformation on n'aura nullement changé les longueurs des portions de génératrices MA , $M'A'$, ..., non plus que celles des arcs AA' , $A'A''$, ...; 2° que les angles MAA' ou MAT , $MA'A''$ ou $MA'T'$, ... formés par les génératrices avec les tangentes d'une courbe quelconque AD tracée sur la surface, resteront aussi *invariables*; 3° qu'au contraire les *angles de contingence* tels que $TA'T'$, ou leurs suppléments comme $AA'A''$, changeront de grandeur, et qu'ainsi la courbe AD aura pour *transformée* une ligne dont la courbure ne sera plus la même que primitivement, quoiqu'elle conserve le même périmètre. Par là, il demeure donc prouvé que toute surface qui satisfera à la condition du n° 174, sera développable.

176. Réciproquement, *cette condition est nécessaire*; car, pour qu'une surface puisse être étendue sur un plan sans déchirure ni duplication, il faut évidemment qu'elle se compose d'éléments superficiels plans, qui soient réunis seulement *deux à deux* par des bords rectilignes *indéfinis*, afin que ces droites puissent servir de charnières pour faire tourner ces éléments superficiels, et les amener dans un plan unique à la suite les uns des autres. Tandis que, si la droite intersection de deux éléments contigus était limitée par la rencontre d'un troisième élément, il existerait en cet endroit un angle trièdre ou polyèdre, dont les faces ne pourraient être étendues sur un plan, sans laisser entre elles des interstices; et comme cette circonstance se répéterait pour chaque point où se réuniraient plus de deux éléments superficiels, il n'y aurait plus de continuité dans le développement de la surface, et la superficie en serait altérée. Mais dès lors que les éléments superficiels se coupent ainsi deux à deux suivant les droites *indéfinies*, on voit bien que la surface

sera le lieu de génératrices rectilignes situées deux à deux dans un même plan; et conséquemment la condition énoncée au n° 174 est vraiment nécessaire pour que la surface soit développable.

177. Il résulte immédiatement de là que *le plan qui touche une surface développable dans un point quelconque P, est tangent tout le long de la génératrice APMB qui passe par ce point*. En effet, puisque (n° 175) toutes les courbes AD , PX , BC , ... ont leurs éléments linéaires AA' , PP' , BB' , ... situés dans le plan des deux droites infiniment voisines $AM'B$, $A'M'B'$, il s'ensuit que ce plan renferme toutes les tangentes en A , P , B , ... et par conséquent c'est bien un seul et même plan $AM'A'$ ou BAT , qui touche la surface développable tout le long de la génératrice AMB . Ainsi, dorénavant, quand on voudra construire le plan tangent relatif à un point Q donné sur une telle surface, il suffira de le faire passer *par la génératrice AQB et par la tangente AT à une courbe tracée sur cette surface par un point quelconque de AB*.

Cette proposition, que nous avons déjà démontrée (nos 99, 100) pour les cylindres et pour les cônes, est donc commune à toutes les surfaces développables; et elle mérite d'autant plus d'attention, qu'elle ne se vérifiera pas dans les *surfaces gauches*, quoique celles-ci admettent pareillement des génératrices rectilignes. D'ailleurs, elle va nous servir bientôt à indiquer un nouveau mode de génération des surfaces développables, en les regardant comme des *enveloppes* d'un plan mobile (n° 185).

Observons aussi que le plan $AM'A'$ ou BAT qui est tangent à la surface développable, coïncide précisément avec *le plan osculateur* de l'arête de rebroussement VMU , puisque les deux génératrices AM' et $A'M'$ sont tangentes à cette courbe.

178. (Fig. 51.) Nous avons dit que la courbe VMU formée par les intersections successives des génératrices, se nomme *l'arête de rebroussement* de la surface développable; et pour sentir la justesse de cette dénomination, il n'y a qu'à regarder chaque génératrice AB comme composée de deux parties MA et MB , l'une située au-dessous et l'autre au-dessus du point de contact M ; puis désigner sous le nom de *nappe inférieure* la portion de surface engendrée par les parties MA , $M'A'$, $M''A''$, ..., tandis que les parties MB , $M'B'$, $M''B''$, ... formeront la *nappe supérieure* (*). Alors, si l'on veut passer d'une nappe à l'autre, en cheminant sur la surface d'une manière continue et dans une direction quelconque (excepté dans la direction d'une génératrice), on s'apercevra aisément que ce passage ne peut avoir lieu qu'en suivant une courbe $\epsilon N\alpha$, qui présentera *un point de rebroussement* à l'endroit où elle rencontrera la ligne VMU .

Comme cette circonstance est très-importante à remarquer, essayons de la rendre

(*) Ces parties de génératrice se prolongeraient indéfiniment; mais, pour rendre plus sensible la forme opposée des deux nappes, nous supposons ici que ces droites se terminent à deux plans horizontaux qui coupent la surface suivant les courbes AD et BC , dont la première tourne sa convexité, et la seconde sa concavité vers l'observateur.

plus sensible, en projetant toute la figure sur un plan vertical quelconque; soient donc onu (fig. 52) la base du cylindre vertical qui passe par la courbe VNU, et $ab, a'b', \dots$ (fig. 51 et 52) les projections des génératrices, lesquelles seront nécessairement tangentes à onu . Il s'ensuit déjà qu'aucune de ces droites ne pénétrera dans le cylindre vertical onu , et qu'ainsi les deux nappes de la surface développable restent en dehors de ce cylindre, sur lequel elles viennent s'appuyer le long de la courbe VNU. D'ailleurs, si l'on regarde ce cylindre comme un corps solide, et la génératrice projetée sur ab comme une droite *inflexible* qui roule, *sans glisser*, sur ce cylindre en demeurant tangente à la courbe VNU, il est évident que cette droite mobile parcourra la surface développable en question. Or dans ce mouvement on aperçoit bien qu'un point quelconque ξ , fixement attaché à la partie supérieure mb de la génératrice, ira d'abord en se rapprochant du cylindre, et viendra en ξ' quand la génératrice se projettera sur $a'b'$, puis en n lorsqu'elle sera projetée sur $a''b''$. Mais, au delà de cette position, le point générateur se trouvera *au-dessous du point de contact* de la génératrice, quand elle continuera de rouler sur le cylindre vertical; de sorte que le point mobile commencera dès lors à s'écarter de plus en plus de ce cylindre, et il viendra en α'' pour la position $a''b''$, en α''' pour $a'''b'''$, D'où l'on doit voir clairement que la courbe $\xi\xi'n\alpha''$ décrite par le point ξ se composera de deux branches qui offriront un rebroussement en n , et dont la première $\xi\xi'n$ sera située sur la nappe supérieure de la surface, tandis que l'autre $n\alpha''$ sera sur la nappe inférieure. Nous étudierons en détail, au n° 456, le cas particulier où la courbe VNU est une hélice.

179. En résumant tout ce qui précède, on trouve les conséquences suivantes :
1° Pour qu'une surface soit développable, il faut et il suffit qu'elle soit engendrée par une droite qui se meuve de manière que toujours deux positions consécutives se trouvent dans un même plan. C'est là une propriété caractéristique pour toutes les surfaces de cette classe, laquelle comprend évidemment les deux genres particuliers des cylindres et des cônes; puisque, dans le premier, les génératrices rectilignes sont toujours parallèles, et que dans le second elles se coupent toutes au même point.

2° Une surface développable admet toujours une ARÊTE DE REBROUSSEMENT formée par les intersections successives des génératrices; ces droites sont tangentes à l'arête de rebroussement, qui d'ailleurs divise la surface en deux nappes distinctes. Dans les surfaces coniques, l'arête de rebroussement se réduit à un point unique qui est le sommet; et dans les cylindres, cette arête se trouve transportée tout entière à une distance indéfinie.

3° Le plan tangent d'une surface développable est commun pour tous les points d'une même génératrice rectiligne, et il coïncide avec le plan osculateur de l'arête de rebroussement.

4° Dans le développement de la surface, les portions des génératrices, aussi bien que les arcs d'une courbe quelconque tracée sur la surface, ne changent pas de longueur absolue; et les tangentes à cette courbe forment avec les génératrices des angles qui demeurent constants. Mais il n'en est pas ainsi des angles de contingence, com-

pris entre deux de ces tangentes consécutives; et par conséquent la courbe primitive a pour transformée une ligne dont la courbe n'est plus la même qu'auparavant (*).

180. (Fig. 51.) Voyons maintenant de quelle manière on pourra remplir la condition qui a servi (n° 174) à la définition des surfaces développables. Prenons deux courbes quelconques AD et BC fixes dans l'espace; puis, assujettissons une droite mobile à glisser sur ces directrices, mais de manière que ses positions consécutives se trouvent deux à deux dans un même plan. Après avoir choisi sur la première courbe un point quelconque A', il ne faudra pas le joindre avec un point arbitraire de la deuxième, parce que rien n'assurerait que la droite ainsi tracée serait dans un même plan avec la position très-voisine qu'elle prendrait ensuite (**); mais imaginons une surface conique qui ait pour sommet le point A' et pour base la courbe BC, et menons-lui un plan tangent qui passe (n° 125) par la droite A'T tangente au point A' de la directrice AD; alors, si l'on construit la droite A'B' suivant laquelle ce plan touchera le cône auxiliaire, je dis que A'B' sera la position que doit prendre la génératrice de la surface développable lorsqu'elle passe par le point A' de la directrice; et les autres positions A''B'', A'''B''', ... s'obtiendront d'une manière semblable. Pour justifier cette construction, il suffit d'observer que, quand la droite mobile passera de la position A'B' à une position infiniment voisine A''B'', elle pourra être censée glisser sur les tangentes A'A'T et B'B'S' qui coïncident avec les vraies directrices dans l'intervalle des éléments A'A'' et B'B'' : or ces deux tangentes sont évidemment situées dans un plan unique, qui est le plan tangent que nous avons mené au cône auxiliaire; donc aussi les deux génératrices A'B' et A''B'' se trouveront dans ce même plan.

181. (Fig. 51.) Il suffirait même d'assigner une seule directrice pour déterminer complètement la surface développable, si l'on assujettissait la droite mobile à demeurer constamment tangente à cette courbe. Soit, en effet, VNU une ligne quelconque, fixe dans l'espace, mais qu'il faut choisir à double courbure, si l'on ne veut pas retomber sur un simple plan. Construisons les tangentes AMB, A'M'B', A''M''B'', ... pour des points M, M', M'', extrêmement rapprochés sur la courbe; ce seront là autant de positions de la droite mobile, et je dis que la surface, lieu de toutes ces positions, sera développable. Car les deux génératrices infiniment voisines AMB et A'M'B' ont de commun avec la courbe, l'une l'élément MM', l'autre l'élément M'M'; donc ces génératrices se coupent au point M', et, par conséquent, elles sont bien situées dans un même plan. Un raisonnement semblable s'appliquerait aux autres génératrices consécutives : ainsi il est certain que la surface, lieu de

(*) On doit excepter néanmoins l'arête de rebroussement, pour laquelle les angles de contingence restent invariables, puisqu'ici ces angles sont formés par les génératrices entre elles, et que ces droites servent précisément de charnières pour exécuter le développement. Ainsi, par exemple, l'angle AM'A' demeure constant, aussi bien que son supplément MM'M''.

(**) A moins qu'on ne voulût laisser immobile le point de la droite placé en A' et faire glisser seulement l'autre extrémité sur la courbe BC; mais par là on n'obtiendrait qu'une surface conique, genre trop particulier de surface développable pour que nous nous y arrêtions.

toutes ces tangentes, est développable; et dans le cas actuel, la courbe directrice VNU est précisément l'arête de rebroussement, qui a toujours pour *plans osculateurs* les plans tangents (n° 177) de la surface développable.

Voici encore quelques autres manières d'engendrer une surface développable.

182. (Fig. 53.) Si, sur une surface donnée que nous désignerons simplement par S, on trace une courbe fixe et quelconque CND...; puis, que par des points très-voisins N, N', N'',..., pris sur cette ligne, on mène à la surface des plans tangents P, P', P'',..., qui sont ici figurés seulement par les droites NP, N'P',..., ces plans se couperont consécutivement suivant les droites AM, A'M', A''M'',..., qui se trouveront deux à deux dans un même plan. En effet, les deux premières résultant des intersections du plan P' avec le précédent P et avec le suivant P'', sont évidemment situées l'une et l'autre dans le plan P'; de même les droites A'M' et A''M'' sont toutes deux dans le plan P'', et ainsi de suite. D'où il résulte que ces diverses intersections déterminent une série de faces planes et angulaires AMA', A'M'A'', A''M''A''',..., qui approcheront de former une surface *continue*, et évidemment développable, d'autant plus exactement, que les points de contact N, N', N'',... seront plus voisins sur la courbe CD. Or, pour atteindre à cette limite, il suffit d'imaginer que le plan P roule sur la surface S par un mouvement continu, en lui demeurant perpétuellement tangent le long de la courbe donnée CND; alors on dit que la surface développable en question est *l'enveloppe des positions que prend le plan mobile*, parce qu'en effet elle est touchée par ce plan dans chacune de ses positions, puisque celles-ci ne sont autre chose que les prolongements des petits éléments superficiels AMA', A'M'A'',... qui composent la surface.

183. Ceci n'est point particulier à la surface qui nous occupe, et l'on peut dire généralement que toute surface développable est l'enveloppe des positions d'un plan mobile assujéti à se mouvoir suivant une loi déterminée. En effet, dans le cas général, nous avons vu (n° 177) que la surface était touchée tout le long de la génératrice AA (fig. 51), par un plan unique qui renfermait la génératrice infiniment voisine A'B', et qui, par suite, était le prolongement de l'élément superficiel AM'A'; de même, le plan tangent consécutif serait le prolongement de l'élément A'M''A'', et ces deux plans se couperaient suivant la droite A'M'B'; de sorte que les diverses génératrices étant les intersections des plans tangents consécutifs, on peut obtenir ces droites ou bien engendrer la surface développable, en faisant mouvoir un plan indéfini, de manière qu'il prenne successivement les positions AM'A', A'M''A'',... Mais, dans chaque surface particulière, le mouvement du plan mobile devra être réglé par une loi déterminée, c'est-à-dire par des conditions telles, que ce plan ne puisse prendre qu'une position unique, pour chaque point de l'espace par lequel il passera.

184. Ainsi, par exemple, on peut assujétir le plan mobile à rouler sur deux surfaces fixes, en demeurant constamment tangent à ces deux surfaces, pourvu toutefois que ni l'une ni l'autre ne soient développables; car on doit sentir que la condition de toucher une surface de ce dernier genre, même en un point indéterminé,

équivaldrait à deux conditions distinctes, parce que le contact s'étendrait nécessairement tout le long d'une même génératrice (n° 177). Cette restriction est analogue à ce que nous avons dit pour les cylindres et les cônes dans les n°s 118 et 125.

185. On peut aussi exiger que le plan mobile soit constamment *osculateur* (n° 167) à une courbe fixe, telle que la ligne VNU de la fig. 51; c'est-à-dire qu'il passe toujours par deux éléments consécutifs de cette ligne, qui alors deviendra évidemment l'arête de rebroussement de la surface développable, formée par les intersections successives du plan mobile.

186. Enfin, on peut faire mouvoir ce plan de manière qu'il reste perpétuellement *normal* (n° 168) à une courbe donnée VNU; car on reconnaîtra, comme au n° 182, que ses diverses positions se couperont consécutivement, suivant des droites qui se trouveront deux à deux dans un même plan, et formeront ainsi une surface développable. Cette surface se réduirait évidemment à un cylindre, si la courbe donnée VNU était plane, puisque alors tous les plans normaux se couperaient suivant des droites perpendiculaires au plan de VNU, et par conséquent parallèles entre elles.

187. (Fig. 51.) Examinons, maintenant, quelle condition doit remplir une courbe PP'X tracée sur une surface développable quelconque, pour qu'elle soit la ligne la plus courte entre deux de ses points P et X. Il faut et il suffit qu'elle devienne rectiligne après le développement de la surface; car, dans cette opération, nous savons (n° 179, 4°) que chaque transformée conserve la même longueur que la courbe primitive; et quand la surface est étendue sur un plan, il est bien certain qu'une droite est la plus courte ligne entre deux de ses points: donc, etc.

Or, pour que la courbe PP'X admette une transformée rectiligne, il est nécessaire et suffisant que deux éléments consécutifs fassent toujours des angles égaux avec la génératrice intermédiaire, c'est-à-dire que l'on ait pour chaque point de la courbe, la relation

$$\text{angle } MP'R = MP'P''.$$

En effet, comme ces deux angles resteront invariables de grandeur quand on fera tourner le premier autour du côté commun MP', il est évident que lorsqu'ils seront amenés dans le même plan, les deux éléments PP' et P'P'' se trouveront dans le prolongement l'un de l'autre, si la relation précédente est vérifiée. Telle est donc la condition que doit remplir la courbe PX pour être *minimum*: mais il en résulte une autre propriété qui mérite d'être remarquée.

188. La courbe *minimum* PX a tous ses plans osculateurs NORMAUX à la surface développable sur laquelle elle est tracée. Pour le démontrer, j'observe que, d'après la relation admise dans le numéro précédent, les deux tangentes consécutives PP'R et P'P''R' font des angles égaux avec la génératrice A'M'; d'où il suit que ces tangentes sont deux arêtes d'un cône droit qui aurait pour axe la ligne A'M'; et puisqu'elles sont infiniment voisines, on doit regarder le plan RP'R' comme tangent au

cône dont il s'agit, le long de l'arête RP' . Mais, dans toute surface de révolution, le plan tangent (n° 129) est perpendiculaire au plan méridien qui passe par le point de contact; donc ici le plan $RP'R'$ est perpendiculaire sur le plan $AM'A'$ qui contient l'axe du cône et l'arête de contact $P'R$. Or le premier de ces plans n'est autre chose que le plan osculateur $PP'P''$ de la courbe proposée, et le second est précisément le plan tangent de la surface développable; par conséquent, il est vrai de dire que chaque plan osculateur de la courbe minimum est normal à cette dernière surface.

2. 189. (Fig. 53.) Cette propriété dont jouit la courbe *minimum* est d'autant plus remarquable qu'elle se trouve également vérifiée, quelle que soit la surface sur laquelle est tracée une pareille courbe. Soit, en effet, CND la ligne la plus courte entre toutes celles qui, sur une surface quelconque S , réunissent les deux points C et D : si par tous les points N, N', N'', \dots de cette courbe, nous menons des plans tangents à S , ils formeront, comme nous l'avons vu (n° 182), une surface développable S' circonscrite à S , et qui aura évidemment les mêmes plans tangents que cette dernière tout le long de la courbe minimum. Il suit de là que, dans la direction CND , chaque élément superficiel (infiniment petit en tout sens) de la surface S sera commun à la surface S' , et qu'ainsi la courbe CND , qui est supposée minimum sur la première, devra aussi se trouver minimum sur la seconde; mais, par cette dernière condition, la courbe CND aura ses plans osculateurs perpendiculaires (n° 188) aux plans tangents de la surface développable S' ; et comme ceux-ci sont les mêmes que les plans tangents de S , on est en droit de conclure que, sur une surface quelconque, la courbe minimum a tous ses plans osculateurs NORMAUX à cette surface.

CHAPITRE II.

DES SURFACES ENVELOPPES.

190. On appelle *surface enveloppe*, ou simplement *enveloppe*, le lieu des intersections consécutives d'une autre surface mobile, qui varie de position et même de forme, d'après une loi déterminée. Ce lieu ayant, comme nous allons le voir, la propriété de toucher le long d'une courbe, chacune des positions de la surface mobile est appelée avec raison l'enveloppe de toutes ces positions, tandis que ces dernières se nomment les *enveloppées*. D'ailleurs, par un motif que nous expliquerons plus tard (n° 205), on donne le nom de *caractéristique* à l'intersection de deux enveloppées consécutives, et c'est le long de cette caractéristique qu'a lieu le contact de l'enveloppe et de l'enveloppée. Ainsi, lorsqu'un plan se meut suivant une certaine loi (nos 182-186), il admet pour enveloppe une surface développable, lieu de ses intersections successives qui sont ici des droites, et voilà les caractéristiques; tandis que les enveloppées sont les diverses positions du plan mobile, dont chacune touche l'enveloppe suivant une de ces caractéristiques. Mais pour mieux éclaircir ces

notions générales, il faut considérer des exemples moins particuliers, et où les enveloppées soient des surfaces courbes.

191. (Fig. 55.) Imaginons une sphère mobile dont le centre O parcourt la verticale OZ , et dont le rayon OA varie suivant une certaine loi; de manière, par exemple, qu'il coïncide successivement avec les diverses ordonnées $OA, O'A', O''A'', \dots$ d'une courbe $AA'X$ tracée dans le plan vertical de la figure. Alors deux sphères infiniment voisines, O et O' , se couperont évidemment suivant un cercle horizontal projeté sur la corde BC ; de même la sphère O' coupera la troisième O'' suivant le cercle $B'C'$, et ainsi des autres. Or tous ces cercles ayant leurs centres sur OZ et leurs plans perpendiculaires à cette droite, appartiendront (n° 78) à une surface de révolution qui *touchera*, en l'enveloppant, chacune des sphères mobiles. En effet, les deux cercles infiniment voisins BC et $B'C'$ se trouvant à la fois sur la surface de révolution et sur la sphère O' , ces deux surfaces ont de communs tous les éléments superficiels situés sur la zone infiniment étroite $BB'C'C$: par conséquent elles ont l'une et l'autre les mêmes plans tangents, ou bien elles se touchent tout le long de cette zone. De même, la surface de révolution sera tangente à la sphère O'' le long de la zone $B''B''C''C''$; ainsi cette surface générale est bien l'*enveloppe* de toutes les sphères qui sont les *enveloppées*, et le contact avec chacune d'elles a lieu le long d'un des cercles $BC, B'C', \dots$, qui sont les *caractéristiques* ou les intersections de deux enveloppées consécutives.

192. Si l'on ne considère, pour un instant, que les grands cercles des sphères mobiles qui sont situés dans le plan vertical de la figure, on voit que leurs circonférences forment, en s'entre-coupant, une suite d'arcs $BB', B'B'', \dots$ dont la *ligne enveloppe* donnera évidemment le méridien $DBB'F$ de la surface de révolution. La forme de ce méridien dépendra de la loi suivant laquelle varieront les rayons $OA, O'A', \dots$; si, par exemple, tous ces rayons étaient *constants* de grandeur, les caractéristiques seraient toutes des grands cercles égaux entre eux, et le méridien une droite parallèle à OZ . Ainsi, lorsqu'une sphère constante de rayon a son centre en mouvement sur une droite, l'enveloppe de l'espace qu'elle parcourt est un cylindre de révolution.

193. Lorsqu'au contraire le méridien DBF d'une surface de révolution est assigné d'avance, il faut évidemment rendre chacune des enveloppées sphériques, tangente à ce méridien, en prenant les normales $BO, B'O', \dots$ pour les rayons de ces différentes sphères; ainsi, l'on peut dire généralement que toute surface de révolution est l'enveloppe de l'espace parcouru par une sphère mobile, qui a pour rayon variable la portion de chaque normale comprise entre le méridien et l'axe.

194. Les surfaces de révolution admettent aussi pour enveloppée une autre surface génératrice dont la forme très-simple en rend l'emploi fort utile dans certains arts. Imaginons que par des points très-voisins M, M', M'', \dots (fig. 55) pris sur le méridien FDY , on lui mène des tangentes $MT, M'T', M''T'', \dots$, et qu'on les fasse tourner, en même temps que le méridien, autour de l'axe YZ . Par là, ces tangentes engendreront des cônes droits qui toucheront la surface de révolution chacun le long d'un