nous trouverons d'ailleurs l'occasion d'expliquer encore quelques particularités remarquables, telles que la recherche des *branches infinies* et celle des *asymptotes*, dont nous ne pourrions parler maintenant que d'une manière vague et obscure.

CHAPITRE II.

DES SECTIONS PLANES.

PROBLÈME I. *Trouver 1° l'intersection d'un cylindre droit et d'un plan donnés; 2° le rabattement de cette intersection et sa tangente; 3° le développement du cylindre, et la transformée de l'intersection avec sa tangente.*

217. (*Fig.* 58.) Nous avons déjà dit (n° **160**) que par *cylindre droit* nous entendions un cylindre qui avait pour base ou pour directrice une courbe plane et perpendiculaire aux génératrices rectilignes de cette surface, sans exiger que cette base fût un cercle; ainsi, tout en adoptant ici cette dernière forme pour exemple, nous raisonnerons d'une manière générale et applicable à toute autre courbe. D'ailleurs, comme dans chaque problème il convient de choisir les plans de projection dans des directions propres à simplifier les opérations graphiques, nous adopterons le plan de la base ABDC pour plan horizontal, et nous choisirons le plan vertical perpendiculaire au plan sécant, lequel aura ainsi pour traces PQ et QR'. Quant au cylindre, il sera représenté par la courbe ABDC qui en est le contour apparent sur le plan horizontal; et sur le plan vertical, le contour apparent sera formé par les deux droites GG' et VV' qui sont évidemment les traces de deux plans tangents perpendiculaires à ce plan de projection (n° **106**). Nous supposerons de plus que le cylindre est terminé aux deux plans horizontaux GV et G'V'.

218. Cela posé, le plan PQR' coupera le cylindre vertical suivant une courbe qui, d'après la situation actuelle des plans de projection, se trouvera évidemment projetée suivant ABDC sur le plan horizontal, et sur le plan vertical suivant la portion A'D' de la trace du plan sécant. Ainsi, dans ce cas très-simple, *les projections* de l'intersection *sont connues immédiatement*, et il n'y a pas lieu d'employer la méthode générale exposée au n° **210**.

219. *Rabattement.* Pour connaître la véritable forme de l'intersection, rabattons le plan qui la contient autour de PQ, sur le plan horizontal; ou plutôt, afin d'obtenir un résultat disposé symétriquement, faisons tourner le plan PQR' autour de la droite (BC, B'), jusqu'à ce qu'il devienne parallèle au plan horizontal. Par cette révolution, la trace verticale Q'R' deviendra l'horizontale qB', et un point quelconque de la courbe, par exemple (M, M'), décrira un arc de cercle *perpendiculaire à l'axe de rotation;* donc cet arc sera projeté verticalement sur un arc égal M'm' décrit du centre B', et horizontalement sur la droite indéfinie MF parallèle à la ligne de terre. Alors, puisque le point M' s'est transporté en m', si l'on projette ce dernier en m sur MF, on aura la position (m, m') que prend, après le rabattement, le point (M, M') de la courbe proposée. En opérant de même pour

d'autres points, tels que A, D, E, F,... (*), on verra qu'ils se rabattent en a, d, e, f,...; et en réunissant ces derniers par un trait continu, la ligne amBdCna représentera l'intersection cherchée dans ses véritables dimensions.

220. Cette intersection est ici une ellipse, puisqu'en la comparant avec le cercle ABDC, on voit que pour les mêmes abscisses comptées sur la droite BC, les ordonnées perpendiculaires à cette ligne ont augmenté toutes dans le rapport constant de OA à B'A'; or on sait qu'une pareille modification change un cercle en une ellipse. D'ailleurs, comme il existait deux points M et N de la courbe primitive, qui avaient l'un et l'autre M' pour projection verticale, et que ces deux points se sont transportés sur une corde mn évidemment perpendiculaire à Oa, et dont le milieu est sur cette droite, il s'ensuit que la ligne aOd divise en deux parties égales et à angles droits une série de cordes parallèles dans la courbe rabattue; donc aOd est un axe de l'ellipse, et par conséquent BOC est le second axe.

221. Cherchons maintenant la tangente de l'intersection pour un point quelconque (M, M'). D'après la règle générale (n° **213**), cette droite devant être située à la fois dans le plan PQR' et dans le plan tangent du cylindre qui est le plan vertical MT, il en résulte immédiatement qu'elle a pour projection MT et M'Q. Ensuite, si l'on veut retrouver cette tangente sur le rabattement de l'intersection, on observera que le pied (T, Q) de cette droite décrit, comme nous l'avons expliqué pour (M, M'), un arc de cercle perpendiculaire à la charnière (BC, B'); de sorte que le pied de la tangente se transporte en t, et puisque le point de contact est venu en m, la tangente rabattue est donc tm. Cette droite devra *toucher* exactement la courbe amBd.

On peut encore observer que la tangente TMS de l'intersection primitive allait rencontrer la charnière en un point (S, B'), qui doit demeurer *immobile* pendant le mouvement de rotation; ainsi, il faudra que la droite tm, déjà déterminée, aille passer par le point S.

222. *Développement.* Nous avons vu (n° **161**) que, quand on développe un cylindre, la *section droite* qui est ici la base ABDC (*fig.* 58), devient rectiligne sans changer de longueur absolue, et que les arêtes lui demeurent perpendiculaires. Si donc, en supposant qu'on ouvre le cylindre le long de l'arête (D, VV'), on porte sur une droite indéfinie, des longueurs (**)

$$D''E'' = DE, \quad E''F'' = EF, \quad F''B'' = FB, \quad B''M'' = BM, \ldots,$$

et que par les points D'', E'', F'',... on élève des perpendiculaires égales à la hauteur VV' du cylindre, on obtiendra, pour le développement de cette surface, le rec-

(*) Quoiqu'on puisse prendre ici ces points d'une manière arbitraire sur la base ABDC, il est bon, pour l'opération ultérieure du *développement*, de les choisir tous de manière qu'ils divisent la circonférence en parties égales.

(**) Observons ici que, quand la courbe ABDC est quelconque, il faut, pour rectifier les arcs DE, EF,..., les mesurer en employant une ouverture de compas qui représente une tres-petite corde sensiblement confondue avec l'arc partiel qu'elle sous-tend; puis, reporter sur la droite indéfinie D''D''' le même nombre de tangle D″V″V‴D‴. Maintenant, rapportons-y les points de l'intersection; et à cet effet, rappelons-nous (nº **162**) que les portions de génératrices du cylindre, comprises depuis la base jusqu'à cette courbe, doivent conserver après le développement leurs longueurs primitives. Par conséquent, si nous portons sur les verticales du développement, des distances

$$D''\delta = VD', \quad E''\varepsilon = KE', \quad F''\varphi = IF', \ldots,$$

et que nous réunissions par un trait continu les extrémités de ces hauteurs, nous obtiendrons, pour la *transformée* de l'intersection, la courbe $\delta\varepsilon\varphi\beta\mu\alpha\delta'$.

223. Dans l'exemple actuel, où la base du cylindre droit est un cercle, la transformée sera composée d'abord de deux parties évidemment symétriques $\alpha\delta$ et $\alpha\delta'$; car les deux arcs égaux AM et AN, qui répondent à deux points de la section projetés en M′, fourniront sur le développement, des abscisses et des ordonnées respectivement égales; savoir :

$$A''M'' = A''N'' \quad \text{et} \quad M''\mu = N''\nu.$$

En outre, chacune de ces parties, par exemple $\alpha\delta$, se trouvera aussi composée de deux portions $\beta\alpha$ et $\beta\delta$ égales, mais inversement placées par rapport à l'horizontale $\omega\beta$: cela résulte de ce qu'à partir de β, les points φ et μ, ε et λ, proviennent des points du cylindre F′ et M′, E′ et L′, qui se trouvent à des hauteurs respectivement égales au-dessus et au-dessous du point B′. D'ailleurs, la transformée totale n'est qu'une portion d'une courbe indéfinie (*) qui, d'après la relation existante entre ses coordonnées, admet une infinité de branches successives identiques avec $\delta'\alpha\delta$. On peut même, par la géométrie, faire naître ces diverses branches, en imaginant que le plan sur lequel on effectue le développement du cylindre, avait été roulé sur ce corps un nombre de fois indéfini, et en répétant les constructions antérieures sur le prolongement de la droite D‴D″.

---

fois cette ouverture de compas. Mais, quand il s'agit d'un cercle, comme dans l'exemple actuel, il est beaucoup plus commode et surtout plus exact de prendre immédiatement la droite D″D‴ égale aux $\frac{22}{7}$ du diamètre AD, puis de diviser cette droite en autant de parties égales qu'en contient la circonférence. Cela suppose d'ailleurs que les points de division de la base du cylindre ont été choisis eux-mêmes à des distances égales, comme nous l'avons recommandé dans la note du nº **219**.

(*) Cette courbe est une *sinusoïde;* car, si l'on appelle x l'abscisse horizontale et y l'ordonnée verticale du point φ, comptées à partir du point β comme origine, puis que l'on désigne par $x' = B'U'$, $y' = F'U'$, les coordonnées du point analogue F′ par rapport à l'origine B′, il est évident que l'on aura les relations

$$y' = y, \quad x' = \sin BF = \sin B''F'' = \sin x, \quad y' = ax',$$

en désignant par a la tangente trigonométrique de l'angle R′B′d'. Donc, en éliminant les variables auxiliaires x', y', il viendra pour l'équation de la transformée rapportée à l'origine β,

$$y = a\sin x; \quad \text{ou bien} \quad y = a\mathrm{R}\sin\frac{x}{\mathrm{R}},$$

en comptant, suivant l'usage analytique, les sinus dans le cercle dont le rayon est l'unité, et désignant par R le rayon du cylindre actuel.

224. Construisons maintenant la tangente de la transformée $\delta'\alpha\delta$ pour un point quelconque μ. Nous savons (nº **162**, 3º) que cette droite est la position que prend, après le développement du cylindre, la tangente (MT, M′Q) de la courbe primitive, et que d'ailleurs l'angle de cette tangente avec l'arête du cylindre demeure *invariable*. Il s'ensuit que le triangle rectangle formé par cette tangente, la verticale (M, M′H) et la *sous-tangente* MT, reste aussi invariable de forme, et ne fait que tourner autour de cette verticale pour s'appliquer sur le plan du développement; il suffit donc de reproduire ici ce triangle dans ses véritables dimensions. Or, comme on a déjà la hauteur $\mu M'' =$ M′H, si l'on prend M″T″ égale à la sous-tangente MT, l'hypoténuse T″μ sera la direction de la tangente cherchée.

On pourrait aussi employer un triangle rectangle, opposé par le sommet au précédent, et qui a pour côtés la verticale (M, M′h') et l'horizontale (MS, h'B′). Ce triangle demeurant encore invariable de forme, il suffira de prendre $\mu\omega =$ M′h' et de tirer l'horizontale $\omega\beta S'' =$ MS; alors, en joignant les points S″ et μ, on obtiendra une droite qui devra se trouver le prolongement de T″μ.

225. Il est important de remarquer qu'aux deux points (A, A′) et (D, D′) de l'intersection du cylindre avec le plan PQR′, la tangente à cette courbe se trouvait parallèle à la trace PQ, puisque le plan tangent du cylindre en A ou en D est lui-même parallèle à cette trace. Il en résulte qu'en chacun de ces points, la tangente de la section formait un angle droit avec l'arête du cylindre; et comme cet angle doit demeurer invariable (nº **162**, 3º) dans le développement de la surface, il faudra qu'aux points α, δ, δ' la transformée *coupe* encore *à angles droits* les verticales A″α, D″δ, D‴δ'.

226. Observons enfin qu'au point β de la tansformée il y aura une *inflexion;* c'est-à-dire que si l'on construisait, comme ci-dessus, la tangente en ce point, cette ligne traverserait la courbe, en laissant l'arc $\beta\alpha$ au-dessus d'elle, et l'arc $\beta\delta$ au-dessous. Néanmoins, il ne faut pas la regarder comme une sécante; car, bien au contraire, elle a dans ce point *singulier* un contact plus intime avec la courbe que celui d'une tangente ordinaire. En effet, d'après la symétrie que nous avons prouvé exister (nº **223**) entre les deux parties $\beta\alpha$ et $\beta\delta$, si nous menions par le point β une droite quelconque qui rencontrât l'arc inférieur en μ, cette même ligne couperait nécessairement l'arc supérieur dans un autre point φ qui serait à la même distance que μ par rapport à β; donc en faisant tourner cette sécante autour du point β, les deux points μ et φ se rapprocheront simultanément de celui-ci, et lorsque μ viendra se confondre avec β, au même instant φ coïncidera pareillement avec β. D'où l'on voit que la position limite de cette sécante sera déterminée, non par la réunion de deux points de section, mais par celle de trois points de ce genre; et qu'ainsi cette tangente particulière offrira *un contact du second ordre,* d'après lequel elle aura un élément commun avec l'arc $\beta\alpha$, et aussi un élément commun avec l'arc $\beta\delta$. D'ailleurs, ces deux arcs se trouveront évidemment de côtés opposés par rapport à la tangente, à cause des mouvements contraires que prennent simultanément les deux portions de la sécante.

lorsqu'elle tourne autour du point θ; donc il y aura là une véritable inflexion (*).

Pour éviter la confusion des lignes, nous avons construit cette tangente *singulière* pour le point analogue γ, en prenant la sous-tangente $C''\theta''$ égale à $C\theta$, et en joignant les points γ et θ''.

227. Le *développement* d'un cylindre est une opération nécessaire à employer dans certains arts. Si, par exemple, on voulait former en tôle ou en fer-blanc un tuyau cylindrique qui dût se terminer à deux plans, l'un perpendiculaire, l'autre incliné sur sa longueur, il faudrait tracer, sur une feuille de métal *encore plane*, la courbe $\delta'\alpha\delta$, puis découper cette feuille le long de cette courbe, en enlevant la partie supérieure; alors on serait certain qu'en courbant le reste de la feuille de tôle au moyen d'une enclume cylindrique, le bord supérieur présenterait la forme d'une *courbe plane*, ayant l'inclinaison voulue par la question.

De même si, après avoir exécuté en bois ou en pierre un cylindre droit, on voulait le terminer par un plan incliné, il faudrait construire, sur un carton flexible, le développement de ce cylindre avec la transformée $\delta'\alpha\delta$ de la section dont il s'agit, puis découper ce carton le long de cette courbe, et le rouler ensuite sur le cylindre. Dans cet état, le bord du carton aurait repris la forme qui convient à la section plane demandée, et l'on pourrait tracer celle-ci sur le solide, en suivant avec un crayon le bord de ce carton enroulé; de sorte que l'ouvrier, connaissant ainsi le contour de la partie du solide qu'il doit enlever, pourrait achever l'ouvrage avec toute la précision désirable. Nous rencontrerons des applications fréquentes de ce procédé dans la Coupe des pierres et dans la Charpente.

228. Autre solution *de l'intersection d'un cylindre droit par un plan* (*fig.* 59).

Il peut arriver que quelque circonstance de la question empêche de choisir le plan vertical de projection perpendiculaire au plan sécant; alors ce dernier aurait pour traces des droites quelconques PQ et QR′, et le cylindre serait toujours représenté par sa base ABDC, et par les deux verticales UU′, VV′, qui forment son contour apparent sur les plans fixes. Dans ce cas, suivons la méthode générale du n° **210**, et coupons le cylindre et le plan donné PQR′ par divers *plans horizontaux*, tels que K′N′M′; ce dernier aura pour section dans le plan donné une horizontale (K′M′, KM), et pour section dans le cylindre, une courbe projetée sur la base ABDC; par conséquent, les points M et N qui sont communs à ces deux sections auxiliaires sur le plan horizontal, étant projetés sur K′M′, fourniront deux points (M, M′) et (N, N′) de l'intersection demandée. Les autres s'obtiendront d'une manière toute semblable, en menant à volonté des parallèles à la ligne de terre, comme A′L′, E′F′,....

(*) Au lieu de ces considérations qui sont particulières au cercle, mais qui nous ont paru très-propres à faire sentir aux élèves le caractère distinctif de l'inflexion, on peut démontrer généralement que, dans tout cylindre coupé par un plan oblique, *la transformée* de la section offrira *une inflexion* au point situé *sur la génératrice pour laquelle le plan tangent* du cylindre se trouvera *perpendiculaire au plan sécant*. En effet (*fig.* 59 *bis*), soit π le plan qui coupe le cylindre suivant la courbe KLMNPQ; soit YMT un plan tangent perpendiculaire à π : il coupera ce dernier suivant une tangente VMNT qui sera évidemment la projection orthogonale, sur le plan π, des deux génératrices infiniment voisines YM et ZN. Or on sait (n° 42) que l'angle aigu ZNT est le *minimum*, et l'angle obtus ZNV le *maximum* de tous les angles que l'oblique ZN forme avec les diverses droites tracées par son pied sur le plan π; donc, on aura toujours

$$\text{angle } ZNT < ZNP \quad \text{et} \quad \text{angle } YMV > YML.$$

Par conséquent, lorsqu'on développera le cylindre sur le plan tangent YMT supposé immobile, l'élément NP de la courbe ira prendre une position NP′ située au-dessous de la tangente MT, tandis que l'élément ML se transportera au-dessus, comme ML′. Ainsi la courbe transformée K′L′MNP′Q′ présentera bien une inflexion au point M, ou suivant l'élément MN.

Cette remarque intéressante a été faite d'abord par M. *Th. Olivier*; mais nous l'avons présentée ici sous une forme telle, que l'énoncé s'appliquera identiquement aux surfaces coniques et à toutes les surfaces développables, comme nous le verrons au n° **255**.

229. Mais il vaut mieux interpréter autrement ces constructions, en disant que l'on mène à volonté des *plans auxiliaires* qui soient *verticaux et parallèles à la trace* PQ, comme MNK. Alors ce plan vertical coupera le plan PQR′ suivant l'horizontale (KM, K′M′), et le cylindre suivant deux génératrices projetées sur XN′ et YM′; donc la rencontre de ces dernières avec la ligne K′M′ fournira deux points (M, M′) et (N, N′) de l'intersection demandée. Cette marche offrira l'avantage de pouvoir trouver directement certains points *remarquables* qu'il importe de construire, préférablement à d'autres qui en seraient même très-voisins.

1° Si l'on applique cette méthode à la recherche des points situés sur les arêtes (A, UU′), (D, VV′), qui forment le contour apparent du cylindre sur le plan vertical, on obtiendra les points A′ et D′ qui séparent *la partie visible* de l'intersection cherchée, d'avec la partie *invisible;* et, dans ces points-là, la projection verticale A′B′D′C′ devra *toucher* les deux droites UU′ et VV′. En effet, la tangente de la courbe dans l'espace pour le point (A, A′) est nécessairement située dans le plan tangent du cylindre le long de l'arête (A, UU′); mais ce plan est ici perpendiculaire au plan vertical, et par conséquent la tangente en question se trouve projetée sur sa trace UU′, laquelle doit ainsi toucher la courbe A′B′D′C′; car d'ailleurs nous avons démontré (n° **102**) qu'une courbe et sa tangente devaient se retrouver tangentes l'une à l'autre, quand on les projetait sur un même plan.

2° Le point *le plus haut* et le point *le plus bas* de la courbe, c'est-à-dire ceux *où la tangente sera horizontale*, s'obtiendront en cherchant les arêtes B et C, pour lesquelles le plan tangent du cylindre se trouve *parallèle à la trace* PQ. En effet, si, après avoir conduit dans cette direction la tangente BI de la base ABDC, et avoir construit comme ci-dessus le point (B, B′) de la section, on veut trouver la tangente relative à ce point, il faudra (n° **213**) chercher l'intersection du plan PQR′ avec le plan vertical BII′ qui touche le cylindre en (B, B′); or ces deux plans ayant leurs traces parallèles, ils se couperont nécessairement suivant une horizontale I′B′ qui sera la tangente au point B′. Cette droite devient ainsi une limite de la courbe; et l'autre limite sera la tangente au point (C, C′), qui se trouvera pareillement horizontale.

230. *La tangente* en un point quelconque (M, M′) sera donnée par l'intersection du plan PQR′ avec le plan tangent du cylindre le long de l'arête verticale M; or ce dernier a pour trace la droite MT qui rencontre PQ au point T; de sorte que, sans chercher la seconde trace de ce plan tangent, on est certain que T est la trace horizontale de la tangente demandée. Dès lors, en projetant ce point sur la ligne de terre, et le joignant avec le point de contact, on obtiendra TM et T'M' pour les projections de la tangente.

231. *Le rabattement* de la courbe pourrait s'effectuer en faisant tourner le plan PQR' autour de sa trace PQ, pour l'abattre sur le plan horizontal; et comme, dans ce mouvement de révolution, le point quelconque (M, M') ne sortirait pas du plan vertical PM perpendiculaire à la charnière PQ, il suffirait de chercher (n° **17**) la distance du point P au point (M, M'), puis de porter cette distance sur PM prolongée, pour obtenir la position du point (M, M') en rabattement. Les autres points se détermineraient d'une manière semblable.

Mais il vaut mieux rabattre le plan PQR' sur le plan vertical, autour de sa trace QR', parce que chaque horizontale telle que (KM, K'M') conservera sa grandeur absolue qui est KM, et deviendra parallèle à la position que prendra la trace PQ après ce rabattement. Pour trouver cette position, j'imagine que la droite (BC, B'C') soit prolongée jusqu'aux points S et R' où elle rencontre les deux traces du plan PQR'; et j'observe que cette droite, dont la vraie grandeur est le rabattement R'S'', fait partie d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont QS et QR'. Si donc, avec ces trois côtés, on construit le triangle QR'*s*, la base Q*sp* sera le rabattement de la trace QSP : alors, en tirant des parallèles à cette ligne Q*sp* et en prenant les distances

$$\mathrm{I}'b = \mathrm{IB},\quad \mathrm{Z}'a = \mathrm{ZA},\quad \mathrm{Z}'l = \mathrm{ZL},\quad \mathrm{K}'n = \mathrm{KN},\quad \mathrm{K}'m = \mathrm{KM},\ldots,$$

on obtiendra une série de points qui, réunis par un trait continu, fourniront la courbe *blmedcfab* pour la *vraie grandeur* de l'intersection du cylindre par le plan PQR'.

Quant au rabattement de la tangente (MT, M'T'), il suffira évidemment de prendre la distance Q*t* égale à QT, et de joindre le point *t* avec *m* par la droite *tm*, laquelle devra se trouver tangente à la courbe *bmd*.

232. Le *développement* de la surface s'effectuera, comme au n° **222**, en portant sur une droite indéfinie des longueurs égales aux arcs de la base ABDC, rectifiés au moyen de très-petites cordes, savoir (*fig*. 59 A) :

$$\mathrm{B''L''} = \mathrm{BL},\quad \mathrm{L''M''} = \mathrm{LM},\quad \mathrm{M''E''} = \mathrm{ME},\quad \mathrm{E''D''} = \mathrm{ED},\ldots;$$

ensuite, par les points de division, on élèvera des ordonnées égales aux portions correspondantes des génératrices, savoir :

$$\mathrm{B''}\beta = \mathrm{GB'},\quad \mathrm{L''}\lambda = \mathrm{HL'},\quad \mathrm{M''}\mu = \mathrm{YM'},\quad \mathrm{D''}\delta = \mathrm{VD'},\ldots,$$

et la courbe $\beta\lambda\mu\varepsilon\delta\gamma\varphi\alpha\beta''$ sera la *transformée* de la section du cylindre.

La tangente de cette transformée au point μ est ce que devient la tangente primitive (MT, M'T') : or celle-ci étant l'hypoténuse d'un triangle rectangle qui a pour base MT et pour hauteur YM', et dont les angles demeurent *invariables* (n° **162**), il n'y aura qu'à prendre la sous-tangente M''T'' = MT, et tirer la droite T''μ. Cette ligne devra toucher la transformée en μ, point qui est ici assez près de l'*inflexion*;

car cette circonstance arrive en ε, attendu que le point (E, E') est évidemment celui où le plan tangent du cylindre serait *perpendiculaire au plan sécant*, ce qui est la condition essentielle pour l'inflexion, ainsi que nous l'avons démontré dans la note du n° **226**.

PROBLÈME II. *Trouver les points de section d'un plan quelconque* PQR' *avec une courbe dont les projections sont* ABCDEF *et* A'B'C'D'E'F'.

233. Ce problème rentre tout à fait dans le précédent; car, si l'on imagine le cylindre vertical qui projette la courbe donnée suivant ABCDEF (*fig*. 62), et que l'on construise, comme au n° **228**, la projection verticale A''B''C''D''E'' de l'intersection de ce cylindre avec le plan PQR', il est clair que les points cherchés devront se trouver sur cette intersection; et comme ils sont aussi sur la courbe donnée, il n'y aura qu'à examiner si ces deux courbes se rencontrent quelque part sur le plan vertical. Ici elles ont trois points communs, L', M', N', que l'on projettera sur le plan horizontal en L, M, N, et ce sont là aussi les points où le plan PQR' coupe la courbe proposée. Il est vrai qu'il existe un quatrième point de rencontre entre les projections verticales; mais on reconnaît aisément que ce point n'est pas commun aux deux courbes, parce qu'il tombe, pour l'une sur l'arc CD, et pour l'autre sur l'arc DE.

Nous avons ponctué les arcs de la courbe qui sont *au-dessous* du plan, parce que nous regardons celui-ci comme *existant* réellement, afin de faire mieux ressortir la situation des diverses parties de la ligne à double courbure : mais il n'en est pas de même dans l'épure 59, où le plan sécant se trouve combiné avec une surface, et où nous avons dû, suivant la convention générale établie au n° **108**, regarder ce plan comme enlevé, après avoir coupé le cylindre.

234. Dans le problème précédent et dans des questions analogues, on donne quelquefois à la courbe auxiliaire A''B''D''... le nom de *courbe de recherche* ou *courbe d'erreur*, parce que les constructions que nous avons employées peuvent être présentées sous le point de vue suivant. Si le point inconnu, où la courbe proposée perce le plan PQR', était projeté en B, que je prends au hasard sur la projection horizontale ABCD..., il faudrait qu'en menant par ce point, considéré comme appartenant au plan, une parallèle (BK, K'B'') à la trace PQ, cette droite allât passer par le point (B, B') de la courbe; or cette parallèle me fournit B'' au lieu de B' pour projection verticale du point B; par conséquent, l'hypothèse d'où je suis parti est *une erreur*. En répétant un essai semblable sur le point C, je trouve une autre erreur en sens opposé, puisque j'obtiens une projection verticale C'' située plus haut que C' : d'où je conclus que le véritable point cherché est entre B et C, et qu'en réitérant de pareils essais pour des positions intermédiaires, je finirais par tomber sur le point de section (M, M'). Mais, au lieu de chercher à obtenir immédiatement ce point précis par des tâtonnements multipliés, il est plus commode de construire un certain nombre de points quelconques de la *courbe d'erreur*; puis, de les réunir par un trait continu dont la rencontre avec la courbe proposée fournira le point demandé (M, M').

PROBLÈME III. *Étant donné un cylindre oblique à base quelconque, trouver* 1° *les*