trice qui soit parallèle à une des génératrices de l'autre cône; car, lorsque cette condition n'aura pas lieu, la rencontre de deux génératrices ne pourra jamais se faire qu'à une distance finie, et conséquemment aucune branche de l'intersection ne se prolongera indéfiniment, même quand les bases seraient ouvertes, comme des paraboles.

Maintenant, pour reconnaître s'il existe des génératrices qui soient parallèles, on fera mouvoir le cône S, *parallèlement à lui-même*, le long de la ligne (ST, S'T'), jusqu'à ce que son sommet soit venu en (T, T'), et l'on construira la nouvelle base ab ou la trace horizontale de ce cône ainsi transporté que je désignerai par S_2. Cette base ab, qui sera *semblable* à AB, s'obtiendra généralement en menant du point (T, T') des parallèles aux diverses génératrices du cône primitif S; mais si la base AB de ce dernier est un cercle, comme dans notre épure, il suffira évidemment de tirer la droite (T'a', Ta) parallèle à (S'A', SA), et la droite (T'b', Tb) parallèle à (S'B', SB), puis de décrire un cercle sur ab comme diamètre.

307. Cela posé, s'il arrivait que la nouvelle base ab n'eût aucun point commun avec la base DE, on pourrait affirmer que les cônes S_2 et T n'ont point d'arête commune, et par suite que les cônes S et T n'avaient point d'arêtes parallèles. Donc, dans ce cas, l'intersection des deux cônes primitifs n'admettrait aucune branche infinie.

308. Si, comme dans l'épure actuelle, la base ab coupe quelque part, en Q par exemple, la base DE du cône immobile T, les deux cônes S_2 et T auront une génératrice commune projetée sur TQ; puis, lorsque l'on ramènera S_2 en S, cette génératrice deviendra l'arête SP parallèle à TQ; et, comme vérification, il faudra que les points P et Q se trouvent en ligne droite avec R, puisque RPQ sera la trace du plan qui contient ces deux *génératrices parallèles*. Dans ce cas, il existera certainement une branche d'intersection $\varepsilon\gamma\mu$V..., qui convergera vers le point infiniment éloigné où les deux arêtes parallèles SP et TQ tendent à se rencontrer.

Le second point de section q où se coupent les bases ab et DE, fournira aussi, sur les cônes primitifs, deux génératrices parallèles projetées suivant Tq et Sp; et celles-ci indiqueront l'existence d'une autre branche d'intersection εU... qui sera encore infinie.

309. *Des asymptotes.* Une pareille droite étant la tangente de la courbe pour le point infiniment éloigné où convergent les deux génératrices parallèles SP et TQ, elle sera fournie par l'intersection des plans tangents aux deux cônes, le long de ces génératrices. Or, comme ces plans ont pour traces horizontales les droites Pθ et Qθ tangentes aux bases, le point θ où ces traces se couperont, appartiendra à l'asymptote demandée, laquelle sera la droite $\theta\omega$ menée parallèlement à TQ; car les plans tangents dont nous parlons, sont tous deux parallèles à cette génératrice. L'asymptote $\xi\omega$ de l'autre branche infinie, s'obtiendra d'une manière semblable; mais par suite de la symétrie que nous avons adoptée ici pour les données, de part et d'autre du plan vertical RTS, cette seconde asymptote devra couper la première sur la droite RTS.

310. *Branche infinie sans asymptote.* S'il fût arrivé, après la construction du n° **306**, que la base ab du cône transporté S_2 eût *touché* en Q la base DE du cône immobile T, ces deux surfaces auraient eu encore une arête commune TQ, et les deux cônes S et T auraient présenté aussi deux génératrices parallèles SP et TQ; conséquemment l'intersection de ces surfaces offrirait encore une branche infinie, mais cette courbe n'admettrait plus d'asymptote. En effet, dans l'hypothèse actuelle, les bases ab et DE ayant *une tangente commune* en Q, les plans tangents aux cônes S_2 et T le long de l'arête TQ, coïncideraient entièrement; donc, lorsque S_2 serait ramené parallèlement à lui-même dans la position primitive S, les plans tangents le long des génératrices SP et TQ se trouveraient *parallèles entre eux;* et dès lors leur intersection, qui doit être l'asymptote demandée, se transporterait tout entière à une distance infinie, c'est-à-dire qu'elle n'existerait plus pour nous. C'est ce qui arrive dans une parabole du second degré, où les tangentes n'ont pas de limite finie.

Ainsi, généralement, chaque *point de section* entre les bases ab et DE, indiquera l'existence d'une branche infinie *douée d'asymptote;* et chaque *point de contact* entre ces mêmes bases, annoncera la présence d'une branche infinie *dépourvue d'asymptote.* Au reste, ces deux circonstances peuvent se présenter à la fois dans l'intersection des deux mêmes surfaces coniques.

311. Après ces recherches préliminaires sur la nature de l'intersection, occupons-nous de construire les diverses branches de cette courbe, et menons d'abord les deux plans *limites* dont les traces RL, RK, sont tangentes au cercle AB et sécantes à l'ellipse DE. Chacune de ces traces, par exemple RL, fournira trois arêtes projetées sur SN, TM, TL, et situées dans le même plan; donc leurs rencontres donneront deux points λ et μ où la courbe sera touchée par les génératrices TL et TM (n° **299**). Pour un autre plan sécant RIGHF situé entre les plans limites, on obtiendra quatre arêtes qui fourniront seulement trois points γ, φ, f, de l'intersection, parce que la rencontre des deux génératrices SH et TG n'aurait lieu ici qu'au delà des sommets T et S, et par conséquent sur les nappes supérieures des deux cônes, dont nous faisons abstraction par le même motif qu'au n° **297**.

Les points dont nous venons de déterminer les projections horizontales, se retrouveront sur le plan vertical, en projetant sur la ligne de terre les pieds des génératrices fournies par chaque plan sécant, et en joignant ces derniers points avec T' et S'. D'ailleurs, si l'on considère les génératrices relatives au contour apparent des deux cônes, et qui, d'après la disposition actuelle des données, sont toutes quatre situées dans le plan vertical RTS, on obtiendra immédiatement les points d', δ', ε', qu'il faudra projeter sur RT en d, δ, ε; puis, comme les points V et U, où se coupent les deux bases, font évidemment partie de l'intersection des deux cônes, cette courbe se présentera ici sous la forme de deux branches distinctes

$$(df\lambda\varphi\delta xd,\ d'f'\lambda'\delta') \quad \text{et} \quad (\mathrm{V}\mu\gamma\varepsilon\mathrm{U},\ \mathrm{V}'\mu'\varepsilon').$$

312. Il y aurait une troisième branche d'intersection, si nous avions eu égard aux deux nappes supérieures : mais, dans tous les cas où les bases des deux cônes seront des courbes du second degré, la totalité des branches de l'intersection devra former, sur chaque plan de projection, un système de lignes qu'une droite ne puisse rencontrer en plus de *quatre* points. En effet, les équations de deux surfaces coniques étant alors elles-mêmes du second degré, ne pourront conduire par l'élimination d'une des variables x, y, z, qu'à une équation finale du quatrième degré au plus; de sorte que la combinaison de cette dernière équation avec celle d'une droite quelconque, ne fournira jamais plus de quatre solutions communes.

313. Dans l'épure actuelle, nous avons disposé les deux bases et les sommets de telle sorte, que le plan vertical RTS partage évidemment, en deux parties égales, toutes les cordes qui lui sont perpendiculaires dans chacune des surfaces coniques, comme UV, LK,...; ainsi, ce plan est *un plan* PRINCIPAL *commun à ces deux surfaces du second degré*. Or, on sait qu'alors la courbe d'intersection est non-seulement symétrique des deux côtés de ce plan, mais qu'en outre elle se projette en totalité sur ce plan principal, suivant *une ligne du second degré* (*); par conséquent, les courbes $\varepsilon'\mu'V'$ et $\delta'\lambda'd'$ sont ici des portions d'une même *hyperbole*. D'ailleurs, la branche $\lambda'\delta'$ prolongée jusqu'à la rencontre des deux génératrices A'S' et E'T', commencerait alors à recevoir la projection de la courbe suivant laquelle se coupent les nappes supérieures des deux cônes

314. C'est encore par suite de la symétrie que présente l'intersection de ces deux cônes, de part et d'autre du plan vertical RTS, que cette courbe vient couper brusquement les génératrices du contour apparent aux points d', δ' et ε'; au lieu qu'en général, une courbe située sur une surface quelconque doit *toucher*, *en projection*, le contour apparent dans le point où elle le rencontre. En effet, pour ce point, la tangente de la courbe et celle du contour apparent sont toutes deux situées dans un plan tangent qui se trouve perpendiculaire (n° **106**) au plan de projection, et, par conséquent, les projections de ces deux tangentes se confondent : mais, lorsqu'il arrive, comme ici au point (d, d'), que la tangente de la courbe se trouve *perpendiculaire au plan vertical*, alors la projection de cette droite se réduit à un point unique d', et *l'élément* qui eût été commun à la courbe et au contour apparent, venant à s'évanouir sur la projection verticale, ces deux lignes n'offrent plus de contact entre elles.

315. (*Fig.* 73.) En projetant le point θ ou ξ sur la ligne de terre, et menant une parallèle à la génératrice T'Q', on aurait l'asymptote commune aux deux branches $\mu'V'$ et $\lambda'\delta'$ de l'hyperbole qui reçoit la projection verticale de l'intersection; mais les considérations précédentes ne fournissent pas la seconde asymptote de cette hyperbole. La raison de cette différence est facile à apercevoir : car les branches $\mu'\varepsilon'$ et $\lambda'd'$, quoique indéfinies elles-mêmes, ne reçoivent plus aucun point de l'intersection au delà de ε' et de d'; ainsi elles sont vraiment *limitées*, en tant qu'on les

(*) Voyez l'*Analyse appliquée à la géometrie des trois dimensions*, chap. IX.

considère comme appartenant aux deux cônes à la fois, et, par suite, elles n'admettent pas d'asymptotes sous ce point de vue, qui est celui du problème actuel. Au lieu que, des deux branches $\mu'V'$ et $\lambda'\delta'$, la première est vraiment indéfinie sous tous les rapports (n° **312**); et, quoique la seconde paraisse se terminer au point δ', quand on la regarde comme le lieu des points communs aux deux surfaces coniques, néanmoins, après un intervalle *imaginaire* sous ce rapport, cette branche redevient *réelle* à partir du point de rencontre des génératrices A'S' et E'T'; car elle reçoit alors la projection de l'intersection des deux nappes supérieures (n° **308**), qui est aussi une courbe indéfinie. Ainsi, par ce motif, la méthode des intersections devait fournir l'asymptote de cette branche d'hyperbole.

PROBLÈME III. *Intersection d'un cône et d'un cylindre.*

316. (*Fig.* 74.) Comme cette question a beaucoup d'analogie avec les deux problèmes précédents, nous nous contenterons d'en indiquer la solution, par une figure en perspective. Soient donc SAB le cône et CDE le cylindre proposés : on mènera par le sommet S, une parallèle SR aux génératrices du cylindre; et en conduisant par cette droite divers plans sécants, ils produiront évidemment dans les deux surfaces, des sections *rectilignes* bien faciles à construire, et dont les points de rencontre mutuelle appartiendront à la courbe demandée.

317. Les plans sécants *limites* s'obtiendront encore en menant, par le point R, deux droites RK et RL dont chacune soit, à la fois, tangente à l'une des bases et sécante par rapport à l'autre; et ces plans fourniront des points où la courbe sera *touchée* par les arêtes du cône, ou par celle du cylindre, selon que le plan limite RL coupera l'une ou l'autre de ces surfaces, comme nous l'avons démontré au n° **299**.

318. Quand les deux bases seront des courbes fermées, il n'y aura de *branche infinie* qu'autant qu'une des génératrices du cône se trouvera parallèle aux arêtes du cylindre, et on le reconnaîtra immédiatement, puisque alors la droite SR devra aboutir précisément sur le contour de la base ALBK. Encore, faudra-t-il que la tangente en ce point puisse couper la base du cylindre; sans quoi, aucune branche de l'intersection ne convergerait vers la génératrice SR, comme il est facile de l'apercevoir en construisant la figure relative à ce cas particulier.

PROBLÈME IV. *Intersection d'un cône et d'une sphère concentriques.*

319. (*Fig.* 75.) Soient (S, S') le sommet et ABCDE... la base du cône proposé; soient aussi XKY et X'Z'Y' les projections de la sphère qui a son centre en (S, S'), et que nous supposons réduite ici à l'hémisphère inférieur, afin de laisser voir la courbe d'intersection sur le plan horizontal. Nous emploierons, pour couper ces deux surfaces, des plans *verticaux* menés par le sommet (S, S'); celui de ces plans sécants qui a pour trace la droite quelconque SM, rencontre la base du cône au point M, et, par conséquent, il coupe cette surface suivant l'arête (SM, S'M'), tandis que, dans la sphère, il donne pour section un grand cercle. Si donc nous rabattons ce plan SM sur le méridien principal SY, le grand cercle coïncidera avec X'Z'Y', et la génératrice deviendra (SP, S'P'); alors ces deux lignes se coupant au point (Q, Q'), il suffira de ramener celui-ci, au moyen d'un arc de cercle horizontal, sur la génératrice primitive en (m, m'), et ce sera là un point de la courbe d'intersection du cône avec la sphère.

320. Il sera bon d'appliquer, en même temps, la construction précédente aux deux plans méridiens SM et SN qui rencontrent la base du cône en deux points M et N situés à égales distances de S, parce que l'on obtiendra, au moyen du même parallèle RQ′ de la sphère, un second point (n, n') situé sur la génératrice (SN, S′N′), laquelle viendrait évidemment se rabattre aussi sur S′P′. En outre, on devra spécialement construire, par le même procédé, les points de la courbe d'intersection qui seront situés sur les arêtes

(SA, S′A′), (SB, S′B′), (SE, S′E′), (SF, S′F′),

lesquelles forment le contour apparent du cône, ou bien sont placées dans le méridien qui donne le contour apparent de la sphère, parce qu'on obtiendra ainsi les quatre points

$$(a, a'),\quad (b, b'),\quad (e, e'),\quad (f, f'),$$

où la courbe doit *toucher*, sur le plan vertical, l'un ou l'autre de ces contours apparents. D'ailleurs, d'après la règle établie au nº **304**, ce sera toujours dans quelques-uns de ces points que se fera le passage de la partie *visible* à la partie *invisible* de la projection verticale; ici, par exemple, ce passage a lieu en (b, b'), et non pas en (a, a'), parce que l'arête (SA, S′A′) est déjà en arrière du méridien (SX, Z′X′); tandis qu'à l'autre extrémité de la courbe ce passage s'effectue au point (e, e'), parce que la génératrice (SE, S′E′) est en avant du méridien (SY, Z′Y′).

Quant à la projection horizontale, elle est visible en totalité, puisque l'hémisphère supérieur est enlevé, que la surface conique est réduite à sa nappe inférieure, et qu'ayant son sommet projeté au dedans de la base, elle n'admet pas ici de plan tangent qui soit vertical (nº **303**).

321. (*Fig.* 75.) Il est intéressant de déterminer la position précise du point g', où la projection verticale de l'intersection présente un *nœud*. A cet effet, nous observerons que ce nœud doit provenir de deux points (g, g') et (v, g') qui seront : 1° placés sur deux arêtes SG, SV, confondues en projection verticale, et dont par conséquent les pieds répondront à une corde GV *perpendiculaire à la ligne de terre;* 2° situés sur un même parallèle de la sphère, et dès lors il arrivera, comme précédemment pour les points m' et n', que les pieds des génératrices rempliront la condition SG = SV, de sorte que la corde inconnue GV devra avoir son *milieu* I *placé sur* SY. Or la droite AE étant évidemment le diamètre conjugué de toutes les cordes parallèles à EE′, il s'ensuit qu'elle contient aussi le milieu I de la corde GV; par conséquent cette dernière sera déterminée par la rencontre de AE avec SY, et en appliquant alors aux génératrices SG, SV, le procédé général du nº **319**, on trouvera les deux points qui se projettent en g' sur le plan vertical.

322. *De la tangente.* Pour obtenir cette ligne relativement au point quelconque (m, m'), il faut chercher l'intersection des deux plans qui touchent la sphère et le

cône en ce point. Or, d'après ce que nous avons dit au nº **133** pour une surface de révolution, il suffira évidemment de mener en Q′ la tangente Q′T′ au méridien principal de la sphère, puis de rapporter la distance D′T′ en ST, sur le méridien SM, et enfin de tirer perpendiculairement à ce dernier plan la droite Tθ, qui sera la trace horizontale du plan tangent de la sphère pour le point (m, m'). Quant au plan tangent du cône, il touchera cette surface tout le long de la génératrice (SM, S′M′), et par suite il aura pour trace la droite Mθ qui touche la base au point M. Donc le point θ où se coupent ces deux traces, appartient à la tangente demandée, laquelle est par conséquent projetée sur θm et sur $\theta' m'$.

323. On peut aussi construire le point *le plus haut* ou *le plus bas* de la courbe, c'est-à-dire plus généralement les points où *la tangente sera horizontale*. En effet, puisqu'une pareille droite se trouvera contenue à la fois dans les deux plans tangents aux surfaces proposées, il faudra évidemment que ceux-ci aient leurs traces horizontales *parallèles* l'une à l'autre. Or, en supposant que le point cherché soit sur la génératrice (SC, S′C′), le plan tangent du cône aurait pour trace la tangente au point C de la base, et le plan tangent de la sphère aurait sa trace horizontale perpendiculaire au méridien SCK; ainsi, pour que ces deux traces soient parallèles, il faudra que SC se trouve *normale* à la courbe ABDE. Donc, en menant du point S dans le point horizontal, une normale SC à la base du cône, et construisant par le procédé général du nº **319**, la rencontre de la génératrice (SC, S′C′) avec la sphère, on obtiendra le point (c, c') où la tangente de l'intersection se trouvera horizontale. Ce point est ici *le plus bas*, et l'on aurait le point *le plus haut* en menant une seconde normale qui aboutirait vers le point L de la base : mais nous n'avons pas exprimé cette dernière construction sur notre épure, parce qu'il en serait résulté de la confusion avec quelques autres lignes essentielles à manifester.

D'après les données actuelles, on ne peut mener du point S que deux normales à l'ellipse ABDE; mais, pour une autre position de S, le nombre de ces normales pourra s'élever jusqu'à *quatre*, ainsi que nous allons le prouver; et alors la courbe d'intersection présentera, avec des inflexions, quatre points où sa tangente sera horizontale.

324. (*Fig.* 76.) MENER UNE NORMALE *à une courbe plane* ABDE, *par un point* S *donné dans son plan*. Ce problème, dont la solution serait utile dans la question précédente, ne peut être résolu par une marche directe qu'en traçant d'abord la *développée* $\alpha\beta\delta\varepsilon$ de la courbe primitive, laquelle développée s'obtient (nº **197**) par les rencontres successives des normales menées en des points très-voisins sur la courbe ABDE; ensuite, il reste à tirer du point S une ou plusieurs tangentes à cette développée, opération qui s'exécute avec toute la précision désirable, en dirigeant *une règle* de manière qu'elle passe par le point S et qu'elle s'appuie sur la courbe $\alpha\beta\delta\varepsilon$. La seule incertitude qui pourrait rester ici, porterait sur la position précise du point de contact de cette tangente avec la développée; mais cette position est tout à fait indifférente dans la question actuelle, tandis que le point C, où aboutira la normale sur la *développante* ABDE, sera clairement déterminé.

Si la courbe primitive ABDE est une ellipse, comme dans l'épure précédente, on sait (n° **200**) que la développée αϐδε présentera quatre branches qui se réuniront par des points de rebroussement situés sur les axes; et alors, quand le point donné S se trouvera au dehors de la développée, on ne pourra évidemment tirer à cette courbe que deux tangentes SC et SL, lesquelles seront les normales demandées pour la courbe primitive ABDE. Mais, si le point donné S′ se trouve en dedans de la développée, on pourra mener à cette courbe quatre tangentes, savoir S′C et S′C‴ qui toucheront, comme tout à l'heure, les branches δε et ϐα; puis, en outre, deux autres tangentes S′C′ et S′C″ qui toucheront la même branche ϐδ, entre laquelle et les deux axes se trouve compris le point donné S′. Par là nous avons suffisamment justifié l'assertion émise à la fin du n° **323**, sur le nombre des normales que l'on pouvait mener à la base elliptique du cône, par le point S.

325. (*Fig.* 77.) *Méthode par une courbe d'erreur*. Pour résoudre le problème de la normale menée d'un point S à une courbe plane AA′A″A‴..., on donne quelquefois une méthode qui, malgré le défaut grave qu'elle présente, mérite cependant d'être connue. Par un point arbitraire A de la courbe proposée, menons-lui une tangente AT, et abaissons sur cette dernière la perpendiculaire ST. Si le point A était vraiment celui où doit aboutir la normale partant de S, il est évident que le pied T de la perpendiculaire abaissée sur la tangente, devrait coïncider avec A, c'est-à-dire se trouver sur la courbe donnée AA′A″... : la supposition précédente est donc *erronée;* mais, en menant diverses tangentes A′T′, A″T″...., et abaissant dessus les perpendiculaires ST′, ST″,..., les pieds T, T′, T″,... formeront une *courbe d'erreur* ou courbe *auxiliaire* TT′T″..., qui, par sa rencontre avec AA′A″..., fournira le point N; et alors la normale demandée sera SN.

326. Malheureusement, il arrive que la courbe auxiliaire TT′T″..., loin de couper AA′A″... sous un angle bien prononcé, ce qui serait nécessaire pour accuser nettement la position du point N, se trouvera toujours tangente à la courbe primitive. Par conséquent, cette marche laissera autant d'incertitude sur la position de N, que si, après avoir mené les normales aux deux points voisins A et A′, et avoir reconnu que l'une passait au-dessus de S et l'autre au-dessous, on se fût contenté d'estimer, à vue d'œil, la situation de N entre les points A et A′. Il faut donc avoir soin, dans tous les problèmes où l'on emploiera une courbe d'erreur, d'éviter l'inconvénient que nous venons de signaler, et qui aurait encore été plus sensible, si le point S eût été placé en dedans de la ligne AA′A″...; parce qu'alors la courbe d'erreur aurait tourné sa concavité vers AA′A″..., et qu'elle eût ainsi laissé plus d'incertitude sur le lieu du contact véritable.

Quoi qu'il en soit, observons que, quand la ligne donnée AA′A″... sera fermée, la courbe d'erreur TT′T″... sera pareillement fermée, et que, si le point S est placé au dehors de la courbe primitive, la courbe d'erreur passera deux fois par ce point S, en y offrant un nœud suivant la forme

$$TT'T''T'''ST^4T^5T^6T^7....$$

D'ailleurs, elle touchera une seconde fois en *n* la ligne donnée AA′A″..., ce qui fournira une seconde normale S*n*, dont la direction ne coïncidera pas, en général, avec celle de la première normale SN, quoique cela arrive ici à cause de la forme circulaire que nous avons adoptée pour la ligne primitive.

327. (*Fig.* 77.) Mener une tangente *à une courbe plane* BB′B″... *par un point* S *donné dans son plan*. Quoiqu'il suffise, pour obtenir *la direction* de cette tangente SM avec toute l'exactitude que comportent les opérations graphiques, de diriger *une règle* de manière qu'elle passe par le point S et qu'elle s'appuie sur la courbe BB′B″..., néanmoins il reste quelque incertitude sur la position du point de contact M; et si l'on a besoin de connaître celui-ci avec précision, on pourra le déterminer, au moyen d'une *courbe d'erreur*, en admettant toutefois que l'on sait mener les tangentes à la ligne BB′B″... par des points donnés sur cette courbe.

On construira les normales BT, B′T′, B″T″,... pour divers points pris sur la ligne donnée, et l'on abaissera sur ces normales, les perpendiculaires ST, ST′, ST″,.... Alors on sent bien que si B″, par exemple, était le point de contact de la tangente partie de S, il devrait arriver que le pied T″ de la perpendiculaire abaissée sur la normale en B″, coïncidât avec le point B″, c'est-à-dire que T″ devrait se trouver sur la courbe donnée; et puisqu'il n'en est pas ainsi, la supposition précédente est *erronée :* mais il en résulte que *la courbe d'erreur* TT′T″... devra passer par le point de contact que l'on cherche, et, par conséquent, ce point M sera fourni par l'intersection de la ligne TT′T″... avec BB′B″.... Ici ces deux courbes se coupent véritablement, et la méthode n'est pas sujette à l'inconvénient signalé au n° **326**; d'ailleurs, comme la courbe d'erreur rencontre une seconde fois en *m*, la ligne donnée BB′B″..., il y a une seconde tangente S*m* que l'on peut mener du point S.

328. (*Fig.* 74 *bis*.) *Autre solution*. Voici une nouvelle méthode qui aura l'avantage de ne pas exiger que l'on sache construire les normales, ou les tangentes de la courbe proposée, pour des points assignés sur cette ligne. Soit XMY la courbe à laquelle il s'agit de mener une tangente par le point S : je tire de ce point une sécante quelconque SBA sur laquelle j'élève deux perpendiculaires Aα, et Bϐ, égales chacune à la corde interceptée AB, et partant des deux extrémités de cette corde, mais dirigées l'une en dessus et l'autre en dessous de la sécante; je répète cette opération pour d'autres sécantes SB′A′, SB″A″,..., et la courbe α‴αϐϐ‴ déterminée par les extrémités de toutes ces perpendiculaires, devra évidemment passer par le point de contact cherché de la tangente SMT, puisque cette tangente est une sécante dont la partie intérieure se trouve égale à zéro. Par conséquent, la rencontre des courbes XMY et α‴αϐϐ‴, fera connaître le point M que l'on doit joindre avec S pour obtenir la tangente demandée; ou du moins, cette rencontre servira à fixer la position du point de contact M de la tangente ST, si l'on s'est contenté, comme nous l'avons dit plus haut, de tracer cette droite ST avec la règle. Il est évident, d'ailleurs, que si l'on renverse toutes les perpendiculaires du côté opposé à celui où on les a d'abord élevées, on obtiendra une seconde courbe auxiliaire qui devra encore passer par le même point M, et pourra servir de vérification; et qu'enfin,