il sera permis d'attribuer à chaque perpendiculaire, une longueur égale au double ou à la moitié de la corde correspondante, rapport qu'il peut être utile de faire varier, suivant la forme plus ou moins aplatie de la courbe donnée dans les environs du point M.

329. On pourrait aussi recourir à une courbe d'erreur, pour résoudre les problèmes suivants :

Mener à une courbe plane une tangente parallèle à une droite donnée dans son plan;

Mener une tangente commune à deux courbes situées dans le même plan.

Mais, dans ces questions, il y aura toujours autant, et même plus d'exactitude à employer simplement *une règle* que l'on appuiera sur les deux courbes données, ou sur la courbe unique et dans la direction assignée, que d'avoir recours à des lignes auxiliaires dans la forme desquelles il entre toujours un peu d'arbitraire. Seulement, quand le lieu du contact paraîtra incertain et qu'on aura besoin de le connaître avec plus de précision, on pourra, après avoir mené la tangente, recourir à la méthode du numéro précédent.

PROBLÈME V. *Développement d'une surface conique à base quelconque.*

330. Le problème que nous avons résolu au n° **319**, peut servir à effectuer ce développement. Car, si après avoir construit la courbe d'intersection ($abcdm\ldots$, $a'b'c'd'm'\ldots$) (*fig.* 75), du cône proposé avec une sphère d'un rayon arbitraire et dont le centre est placé au sommet, on développe (n° **222**) le cylindre droit qui projette cette courbe suivant $abcdm\ldots$, et qu'on trace sur ce cylindre développé, la transformée de la ligne à double courbure ($abcdm\ldots$, $a'b'c'd'm'\ldots$), on obtiendra une courbe plane que je désigne par $\alpha\beta\gamma\delta\mu\ldots$, et dont les arcs, faciles à mesurer alors, auront la même longueur absolue que ceux de la ligne à double courbure. Ensuite, comme tous les points de cette dernière courbe se trouvaient, sur le cône, à égales distances du sommet, il est certain qu'après le développement de la surface conique, ces mêmes points devront être placés tous sur la circonférence d'un cercle décrit d'un point arbitraire S″, et avec le rayon S′Y′ de la sphère sécante. Par conséquent, après avoir tracé cette circonférence sur le plan du développement (nous laissons au lecteur le soin d'effectuer ces diverses opérations), on devra y marquer des arcs

$$\alpha'\beta',\ \beta'\gamma',\ \gamma'\delta',\ \delta'\mu',\ldots,$$

égaux en longueur absolue aux arcs

$$\alpha\beta,\ \beta\gamma,\ \gamma\delta,\ \delta\mu,\ldots,$$

de la première transformée; puis, en joignant les points de division α', β', γ',... avec le centre S″, il restera à porter sur ces rayons des longueurs

$$S''\alpha'A'',\ S''\beta'B'',\ S''\gamma'C'',\ S''\delta'D'',\ S''\mu'M'',\ldots$$

respectivement égales à celles des génératrices du cône qui aboutissaient aux divers points

$$(A,A'),\ (B,B'),\ (C,C'),\ (D,D'),\ (M,M'),\ldots;$$

et par là on obtiendra le développement de la surface conique, sur lequel la base primitive aura pour transformée la courbe

$$A''B''C''D''M''\ldots.$$

331. Dans cette méthode, la courbe intersection du cône avec la sphère concentrique coupe évidemment toutes les génératrices à angles droits; de sorte qu'elle tient lieu ici de ce que nous avons nommé dans les cylindres la *section droite* ou *section orthogonale*, courbe qui nous a servi très-commodément (n° **243**) à développer un cylindre quelconque, parce que nous connaissions d'avance la forme *rectiligne* qu'elle devait prendre après le développement du cylindre. Dans les surfaces coniques, on connaît aussi d'avance la forme *circulaire* que doit prendre, sur le développement, la section *orthogonale* du cône, faite par une sphère concentrique; mais malheureusement cette section n'est plus une ligne plane, de sorte que pour mesurer ses arcs on est obligé de lui faire perdre une de ses courbures (*), en effectuant le développement préalable d'un cylindre. Ainsi, il faut avouer que cette méthode exigeant un grand nombre d'opérations préliminaires qui multiplient toujours les chances d'erreurs, elle ne fournira pas des résultats graphiques plus exacts que si l'on avait suivi la marche plus courte indiquée au n° **267**.

PROBLÈME VI. *Intersection de deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent.*

332. (*Fig.* 78.) Choisissons les plans de projection de manière que le premier soit parallèle aux deux axes, et le second perpendiculaire à l'une de ces droites; ce dernier plan étant regardé comme horizontal, l'axe de la première surface aura pour projections la verticale O′Z′ et le point O, tandis que l'autre axe sera projeté suivant Z′I′, et OI parallèle à la ligne de terre. Les méridiens *principaux* A′B′C′ et $a'b'c'$, c'est-à-dire ceux qui se trouvent dans le plan vertical OI, sont donnés par la question, et se projettent verticalement suivant leur véritable grandeur; ces courbes, qui forment en même temps les contours apparents des deux surfaces (n° **131**) sur le plan vertical, sont ici deux ellipses; mais la méthode que nous allons exposer est indépendante de la nature des méridiens. Sur le plan horizontal, le premier ellipsoïde a pour contour apparent l'équateur BLXl; et quant à l'autre surface, nous n'en ferons pas mention sur ce plan de projection, parce que le tracé de son contour apparent exigerait ici la recherche de *la courbe de contact* de cet ellipsoïde *avec un cylindre circonscrit et vertical* (n° **106**), question que nous apprendrons à résoudre plus tard, mais qui compliquerait sans utilité le problème actuel.

333. Cela posé, observons que deux surfaces de révolution qui ont un *axe commun* en direction, ne peuvent se couper que suivant un ou plusieurs *cercles perpendiculaires à cet axe*, et décrits par les points où se rencontrent leurs méridiennes. D'ailleurs, une sphère pouvant être considérée comme de révolution autour de

(*) Nous parlons ici suivant le langage ordinaire; mais voyez ce que nous disons de la courbure des lignes gauches aux n°s 7 et 654.

chacun de ses diamètres, si nous imaginons une série de sphères sécantes, ayant toutes pour centre le point (Z′, O) commun aux deux axes, chacune de ces sphères coupera les surfaces proposées suivant deux cercles respectivement perpendiculaires aux axes, et dont il sera facile d'avoir les points de section. En effet, traçons du point Z′, avec un rayon arbitraire, le cercle D′F′E′G′ pour représenter la projection d'une de ces sphères : elle rencontre les méridiennes données aux points D′ et E′, F′ et G′; alors il résulte des observations précédentes que les droites D′E′ et F′G′ sont les projections verticales des deux cercles suivant lesquels les ellipsoïdes sont coupés par la sphère projetée sur D′F′E′G′. Or, les plans de ces deux cercles ayant pour intersection une corde horizontale (M′, M*m*) qui tombe ici *en dedans* du contour de la sphère, nous pouvons affirmer que leurs circonférences, *situées d'ailleurs sur cette sphère*, se couperont elles-mêmes en deux points projetés verticalement sur M′, et horizontalement en M et *m*, à la rencontre de la corde M*m* avec le cercle (DME, D′E′). Ces points étant évidemment communs aux deux ellipsoïdes, appartiendront à leur ligne d'intersection; et des opérations semblables, répétées sur d'autres sphères décrites toujours du point Z′, fourniront pour les deux projections de cette courbe les lignes

K′L′M′H′ et KLMH*ml*K.

334. Il faudra spécialement appliquer la méthode précédente à la sphère qui passe par l'équateur (B′X′, BLX); parce qu'on déterminera ainsi les deux points (L′, L) et (L′, *l*) à partir desquels la courbe passe au-dessous de l'équateur, et devient *invisible* sur le plan horizontal. D'ailleurs, quoique cette courbe d'intersection soit bien loin d'être, dans l'espace, tangente à l'équateur, néanmoins les tangentes de ces deux lignes pour le point (L′, L) se trouvant l'une et l'autre dans le plan tangent qui est évidemment *vertical* tout le long de l'équateur, il en résulte que les projections horizontales de ces deux tangentes se confondront; et qu'ainsi la courbe KLM... *touchera* le cercle BLX en L et *l*.

335. Cette conséquence générale ne souffrira d'exception que quand la tangente au point (L′, L) de la ligne à double courbure se trouvera exactement *verticale*. Alors l'élément qui eût été commun aux projections horizontales de cette tangente et de l'équateur, disparaît ou se réduit à un point mathématique; de sorte que la courbe cesse de *toucher* l'équateur, et vient le *couper* en formant ordinairement un rebroussement. Une circonstance analogue va se présenter ici pour les points (K′, K) et (H′, H), qui sont donnés immédiatement par la rencontre des deux méridiens principaux. En effet, dans chacun de ces points, les plans tangents aux deux surfaces sont nécessairement perpendiculaires aux plans méridiens, et, par suite, au plan vertical; donc leur intersection qui serait la tangente de la courbe, est aussi perpendiculaire à ce plan vertical, et s'y projette suivant *un point unique;* d'où il arrive, par les raisons précédentes, que la projection K′L′H′ n'offre plus de contact avec les contours apparents des deux surfaces, tandis que ce contact a lieu ordinairement. D'ailleurs, il n'y a point ici de rebroussement aux points K′ et H′, parce que les deux branches de l'intersection, situées l'une en avant et l'autre en arrière du

plan vertical OI, ont des positions symétriques et se confondent en projection verticale, comme on le voit d'après la construction générale qui a donné les deux points (M, M′) et (*m*, M′).

336. (*Fig.* 78.) Il est utile d'observer que la projection verticale K′L′H′ sera nécessairement *une ligne du second degré*, toutes les fois que les deux surfaces de révolution seront elles-mêmes de cet ordre. En effet, le plan vertical OI étant un plan méridien pour l'une et pour l'autre de ces surfaces, il divise évidemment en deux parties égales toutes les cordes qui lui sont perpendiculaires, telles que (M*m*, M′); donc ce plan est *un plan principal* qui se trouve *commun* aux deux surfaces, et alors on démontre par un calcul fort simple que l'intersection de celles-ci se projette sur ce plan principal, suivant une ligne du second degré (*). On devra donc profiter de cette notion acquise d'avance sur la nature de la courbe K′L′H′, pour redresser les erreurs de construction qui tendraient à produire, dans cette ligne, des inflexions ou une courbure qui ne s'accorderaient pas avec la forme bien connue des sections coniques.

337. Observons encore que, quel que soit le degré des deux surfaces de révolution, la courbe plane K′L′H′ considérée en elle-même, et indépendamment de la courbe gauche dont elle reçoit la projection verticale, ne se termine pas brusquement aux points K′ et H′, mais qu'elle doit se prolonger au delà pour rentrer sur elle-même, ou pour s'étendre indéfiniment. De sorte qu'en continuant de tracer sur le plan vertical des cercles qui aient toujours le point Z′ pour centre, et qui s'étendent au delà ou en deçà des points H′ et K′, on pourra, si la forme des méridiens leur permet d'être encore coupés par ces cercles, obtenir des points de la courbe K′L′H′, situés au dehors de la partie qui reçoit la projection de l'intersection des deux surfaces. Cette circonstance, que l'on apercevra plus clairement dans l'épure 79 relative à une question analogue (nº **344**), tient à ce que la propriété graphique qui sert à trouver chaque point M′ de la courbe plane K′L′H′ est plus générale que la définition de ce même point, considéré comme la projection d'un point commun aux deux surfaces. En effet, sous ce dernier rapport, il faut que M′ soit non-seulement à la rencontre des deux cordes D′E′ et F′G′, mais encore situé dans l'intérieur du cercle D′F′E′G′, comme nous l'avons énoncé nº **333**; de sorte que, quand les deux cordes D′E′ et F′G′ ne se couperont que dans leur prolongement, le point de section conviendra bien encore à la courbe plane K′L′H′, mais non plus à la courbe gauche suivant laquelle se coupent les deux surfaces de révolution.

338. (*Fig.* 78.) DE LA TANGENTE; *première méthode*. Nous pouvons trouver cette droite pour le point (M, M′), en cherchant l'intersection des plans qui touchent les deux surfaces en cet endroit. Or, le plan tangent relatif à l'ellipsoïde A′B′C′, s'obtiendra (nº **153**) en transportant le point M′ en D′ sur le méridien principal,

(*) Ce théorème intéressant est dû à M. *J. Binet*. Voyez l'*Analyse appliquée à la géométrie des trois dimensions*, chap. IX.

puis en traçant la tangente D'T' à ce méridien; alors, si l'on ramène le pied (T', T'') de cette tangente en T sur le méridien OM, la droite TY perpendiculaire à OM sera la trace horizontale du plan cherché.

Quant à l'ellipsoïde *a' b' c'* dont l'axe n'est pas vertical, je ramène d'abord le point M' en F' sur le méridien principal; puis, je construis la normale F'N', de laquelle je conclus (nº **136**) la normale (M'N', MN) relative au point (M, M'); et alors il me suffira de mener par ce point un plan perpendiculaire à cette dernière normale. Pour cela, j'imagine dans ce plan une droite parallèle à sa trace verticale, et dont la projection verticale sera la ligne M'P' perpendiculaire à M'N', tandis que sa projection horizontale sera MP parallèle à la ligne de terre; ensuite, par le pied (P, P') de cette ligne auxiliaire, je mène perpendiculairement sur MN la droite PQ qui sera évidemment la trace horizontale du plan tangent au point (M, M') de l'ellipsoïde *a' b' c'*.

Cela posé, les traces PQ et TY des deux plans tangents allant se rencontrer au point θ, c'est là le pied de la tangente demandée, laquelle a ainsi pour projections θM et θ'M'.

339. *Deuxième méthode, par le plan normal.* Nous avons vu au nº **214** que la tangente à l'intersection de deux surfaces devait être perpendiculaire au plan mené par les deux normales de ces surfaces; il nous suffira donc de trouver ce plan, qui est lui-même normal à la courbe. Or, nous avons déjà construit la normale (M'N', MN) pour le deuxième ellipsoïde; quant au premier, nous mènerons au point D' du méridien principal, la droite D'R' perpendiculaire sur la tangente D'T', et alors on sait (nº **130**) que la normale pour le point (M', M), sera la droite (M'R', MO). Cela posé, il serait bien facile de trouver la trace verticale du plan mené par les deux normales ci-dessus indiquées; mais, comme nous avons besoin de connaître seulement *la direction* de cette trace, et qu'elle sera la même sur les plans verticaux OI et O'I' qui sont parallèles, nous observerons que les normales en question vont rencontrer les axes en R' et N'; d'où il résulte immédiatement que N'R' est la trace du plan normal sur le plan vertical OI, et qu'en tirant par le point M' la droite M'θ' perpendiculaire à cette trace, on aura la projection verticale de la tangente demandée.

Pour obtenir l'autre projection, prolongeons jusqu'au plan horizontal deux quelconques des droites qui réunissent les trois points (M', M), (N', N), (R', O), lesquels sont situés dans le plan normal. Ici, on voit que la droite (N'M', NM) perce le plan horizontal au point α, et que la droite (N'R', NO) le rencontre en β; donc $\alpha\beta$ est la trace horizontale du plan normal, et en lui menant une perpendiculaire Mθ, ce sera la projection horizontale de la tangente cherchée.

340. (*Fig.* 78.) La méthode que nous venons d'employer est non-seulement plus simple, dans certains cas, que celle des deux plans tangents, mais elle offre encore l'avantage de pouvoir quelquefois s'appliquer à des points particuliers, pour lesquels l'autre méthode serait insuffisante.

Considérons, en effet, le point (K, K') situé à la fois sur les deux méridiens prin-

cipaux : à cause de cette position particulière, les deux plans tangents seront l'un et l'autre perpendiculaires au plan vertical, et, par suite, leur intersection qui est la tangente de la courbe (K'L'H', KLH,...), sera projetée horizontalement suivant une perpendiculaire à KO, et verticalement *en un point* unique K'. Cette construction fait connaître la position qu'occupe, dans l'espace, la tangente de la courbe gauche; mais elle n'apprend rien sur la droite qui toucherait en K' la courbe plane K'L'H', droite que l'on doit regarder comme la projection de la tangente qui précéderait immédiatement, dans l'espace, celle qui s'est réduite à un point unique en se projetant sur le plan vertical : tandis que la considération des deux normales manifeste une propriété constante dont jouit la courbe plane K'L'H' regardée comme tracée dans le plan des deux méridiens, et indépendamment de la ligne à double courbure dont elle reçoit la projection. Cette propriété consiste en ce que, si l'on transporte le point quelconque M' sur les deux méridiens, en D' et en F' par des perpendiculaires aux axes, puis si l'on tire les normales D'R' et F'N', *la droite* R'N' *sera toujours perpendiculaire à la tangente en* M'. Or, cette relation subsistant pour tous les points de la courbe plane K'L'H', et ne portant que *sur des lignes situées dans son plan*, elle doit être vraie aussi pour le point K' où elle demeure évidemment applicable avec encore plus de simplicité, puisque ce point est par lui-même transporté sur les deux méridiens. Par conséquent, il suffira de mener les normales K'V' et K'U', puis de tracer la droite U'V', sur laquelle on abaissera la perpendiculaire K'S' qui sera la tangente demandée.

Une construction semblable fera trouver la tangente au point H'.

PROBLÈME VII. *Intersection d'un paraboloïde avec un hyperboloïde, tous deux de révolution, et dont les axes se rencontrent.*

341. (*Fig.* 79.) Soient (O, O'Z') l'axe du paraboloïde, et A'C'B' le méridien principal de cette surface que nous supposerons terminée au cercle (A'B', AB) de manière que l'intérieur de ce paraboloïde soit visible sur le plan horizontal. Soit aussi (OI, Z'I') l'axe de l'hyperboloïde, ce qui suppose que le plan vertical de projection a été choisi parallèle aux deux axes à la fois : quant au méridien de cette seconde surface, nous ne le regarderons pas comme donné par la question, parce qu'alors le problème rentrerait entièrement dans celui du nº **332**; mais nous définirons l'hyperboloïde au moyen de la génératrice rectiligne (PQ, P'Q') qui l'engendrerait en tournant autour de la droite fixe (OI, Z'I'), sans toutefois considérer cette seconde surface comme réellement existante; c'est-à-dire qu'ici le paraboloïde subsistera seul, et sera traversé suivant une certaine courbe par les diverses positions de la droite mobile (PQ, P'Q'). Du reste, pour trouver cette courbe, nous emploierons encore des sphères sécantes (nº **333**) décrites toutes du point Z'; seulement, comme nous ne connaissons pas *à priori* le méridien de l'hyperboloïde, nous ne tracerons plus arbitrairement le grand cercle d'une de ces sphères, mais nous commencerons par construire un parallèle de cet hyperboloïde.

342. Menons donc par un point ω' pris à volonté sur l'axe, un plan F'ω'G' qui lui soit perpendiculaire : ce plan rencontrera la génératrice au point (β', β), dont la distance au point ω' sera évidemment l'hypoténuse d'un triangle rectangle construit sur les côtés $\omega'\beta''$ et $\beta'\beta'' = \alpha\beta$; ainsi, en décrivant avec cette hypoténuse $\omega'\beta''$ un cercle $F'\beta''G'$, ce sera le rabattement du parallèle suivant lequel l'hyperboloïde est coupé par le plan $F'\omega'G'$; et les extrémités F' et G' de son diamètre, seraient deux points de l'*hyperbole méridienne* située dans le plan vertical OI.

Cela posé, adoptons pour rayon d'une de nos sphères sécantes, la distance Z'F'. Alors, une pareille sphère coupera l'hyperboloïde suivant le parallèle projeté sur F'G', et le paraboloïde suivant un cercle projeté sur D'E'; par conséquent le point M' où se rencontrent ces deux cordes, et qui tombe *en dedans* de la sphère, représente la projection verticale des deux points où se coupaient les circonférences de ces parallèles. Ce sont donc là deux points de l'intersection des surfaces proposées; et on les retrouvera sur le plan horizontal, en y traçant le parallèle (DME, D'E') et abaissant la verticale $M'mM$.

343. Des constructions analogues fourniront autant de points que l'on voudra de la courbe

$$(K'L'\lambda'M'H', \quad KL\lambda MHmlK),$$

suivant laquelle le paraboloïde est coupé par l'hyperboloïde; et le méridien V'F'S'U' de cette dernière surface, qui se conclura de tous les points tels que F', devra toucher, sur le plan vertical, la projection de la génératrice au point (S, S') dans lequel cette droite traverse le méridien principal OI. D'ailleurs, ce sera la rencontre de ce méridien V'F'S'U' avec le méridien du paraboloïde, qui fournira les points extrêmes de l'intersection (K, K') et (H, H').

344. Observons aussi qu'une même sphère pourra fournir deux points tels que L' et λ' situés sur un parallèle unique, et appartenant tous deux à l'intersection des surfaces proposées; tandis que, d'autres fois, une sphère sécante fournira deux points M' et μ', dont un seul appartiendra véritablement à l'intersection, parce que le deuxième serait placé en dehors du contour de la sphère. Cependant ce point μ', continuant de satisfaire à la propriété graphique qui sert à construire chaque point de la courbe plane K'M'H', considérée indépendamment de la courbe gauche dont elle reçoit la projection, appartiendra toujours au prolongement de cette ligne plane, comme nous l'avons expliqué au n° **337**; et celle-ci sera évidemment une hyperbole, d'après les raisons citées au n° **336**.

345. *De la tangente.* Cherchons, comme au n° **339**, les normales des deux surfaces pour le point quelconque (M, M'). Dans le paraboloïde, la normale E'R' du méridien fait connaître le point R' où aboutirait, sur l'axe O'Z', la normale de la surface en (M, M'); et sans tracer cette dernière droite, il nous suffit d'avoir obtenu ce point R'.

Dans l'hyperboloïde, dont le méridien n'est pas donné par la question, j'observe que le plan tangent relatif au point projeté en (β, β') et rabattu en β'', passerait par la tangente $\beta''T$ du parallèle et par la génératrice $(\beta P, \beta'P')$ qui perce le plan vertical OI en (S, S') : par conséquent, sur ce plan des deux axes, le plan tangent

aurait pour trace la droite TS'; donc, en lui menant une perpendiculaire $\beta'N'$, ce sera la projection de la normale relative au point (β, β'). Mais ce point est sur le même parallèle que (M, M'); donc aussi, pour ce dernier, la normale de la surface rencontrerait l'axe I'Z' au point N'; ainsi cette normale est suffisamment déterminée.

Cela posé, le plan des deux normales en (M, M') coupera évidemment le plan vertical OI suivant la droite R'N'; donc, en abaissant sur cette ligne une perpendiculaire $M'\theta'$, ce sera la projection verticale de la tangente à la courbe d'intersection. Ensuite, nous pourrions chercher sur le plan horizontal de projection, la trace du plan des deux normales, lequel passe par trois points connus (M', M), (R', O), (N', N); mais il sera beaucoup plus court de déterminer cette trace sur le plan horizontal D'E', où est déjà situé le point (M, M'). Car en prolongeant R'N' jusqu'à ce qu'elle coupe ce plan en ρ', et projetant ce dernier point en ρ, la droite ρM sera évidemment la trace demandée; si donc on lui mène la perpendiculaire $M\theta$, on aura la projection horizontale de la tangente à l'intersection des deux surfaces.

346. Remarque. La *Méthode des sections horizontales* qui suffit toujours pour trouver l'intersection de deux surfaces quelconques, quoiqu'elle soit souvent très-laborieuse, est susceptible, dans certains cas, d'une modification qui la rend très-avantageuse, et que nous allons expliquer sur un exemple assez simple pour que le lecteur puisse tracer lui-même l'épure. Désignons par S un cône qui a pour base ou trace horizontale une courbe quelconque B; soit S' un autre cône dont la base est un cercle C. En coupant ces deux surfaces par un plan horizontal quelconque, on obtiendrait deux courbes b et c dont la dernière serait un cercle; mais l'autre b serait une courbe qu'il faudrait construire par points, ce qui serait pénible. Au lieu de cela, imaginons un cône auxiliaire S_2 qui ait le même sommet que S, et pour directrice le cercle c : ces deux cônes S et S_2 se couperont évidemment suivant une ou plusieurs génératrices rectilignes G, G', qui passeront nécessairement par les points m, m',... communs aux sections b et c. Or il est facile de trouver ces génératrices; car, en prolongeant le cône S_2 jusqu'au plan horizontal, il y tracera un cercle C_2 dont le diamètre s'obtiendra très-aisément; et alors la rencontre des bases B et C_2 fera connaître les projections horizontales des génératrices G, G',..., lesquelles à leur tour couperont la projection du cercle c aux points cherchés m, m',... qui devaient être communs aux courbes b et c; et dès lors ces points appartiendront à l'intersection des deux cônes primitifs S et S'. Tout ceci revient à dire que l'on projette *perspectivement* les sections b et c sur le plan horizontal, au moyen de droites issues du sommet S.

Cette méthode, où l'on n'emploie que la ligne droite et le cercle, sera évidemment applicable à la combinaison du cône S à base quelconque B, avec une sphère, un conoïde, un cylindroïde, ou toute autre surface dans laquelle les sections horizontales seront des cercles ou des droites; par exemple, le lieu engendré par un cercle variable, toujours horizontal, et dont un diamètre s'appuie constamment sur deux droites fixes.