Si la première surface S était un cylindre à base quelconque B, on choisirait pour la surface auxiliaire S_2 un autre cylindre parallèle au premier, et ayant pour directrice la section circulaire c; alors la trace horizontale C_2 serait un cercle égal à c.

LIVRE V.

DES PLANS TANGENTS DONT LE POINT DE CONTACT N'EST PAS DONNÉ.

347. Les problèmes que nous avons résolus au livre II, sur les plans tangents, supposaient que le point de contact était donné sur la surface. Il reste donc, pour compléter cette théorie importante, à examiner les questions où, sans assigner le point de contact, on exige que le plan tangent cherché remplisse certaines conditions, telles que les suivantes :

1° Que le plan tangent passe par un point donné hors de la surface;
2° Qu'il soit parallèle à une droite connue;
3° Qu'il passe par une droite donnée, ou par deux points assignés dans l'espace;
4° Que le plan tangent cherché soit parallèle à un plan donné;
5° Qu'il touche plusieurs surfaces à la fois.

Ces diverses conditions vont faire le partage naturel de ce livre en plusieurs chapitres, dans lesquels nous ne reviendrons pas sur ce qui regarde les surfaces cylindriques ou coniques, parce que nous avons complété tout de suite, au chapitre III du livre II, les problèmes relatifs à ces deux genres de surfaces très-simples.

CHAPITRE PREMIER.

DES PLANS TANGENTS MENÉS PAR UN POINT EXTÉRIEUR A LA SURFACE.

348. (*Fig.* 80.) Soit V le point donné au dehors de la surface quelconque S : menons par ce point divers plans sécants dans une direction arbitraire, et, par exemple, faisons-les passer tous par une droite quelconque VAD qui traverse la surface. Alors, ils couperont celle-ci suivant des courbes AMD, AM'D, AM''D,... que l'on saurait construire par les méthodes exposées précédemment, et auxquelles on pourra généralement mener, du point V, des tangentes VM, VM', VM'',...; de sorte que toutes ces droites formeront évidemment un cône ayant le point V pour sommet, et qui sera *circonscrit* à la surface S, c'est-à-dire qui la *touchera tout le long de la courbe* MM'M''.... En effet, pour le point M'', par exemple, le plan tangent de S renfermera la tangente M''T de la courbe MM'M'', aussi bien que l'arête M''V qui, par construction, est tangente à la surface : donc ce plan sera lui-même tangent au

cône; et les deux surfaces ayant ainsi un plan tangent commun en M'', offriront un véritable contact dans ce point, et dans tous ceux de la ligne MM'M''....

349. Cela posé, pour résoudre le problème général qui fait l'objet de ce chapitre, *il suffira de construire la ligne de contact* MM'M'' *de la surface proposée* S *avec un cône circonscrit ayant son sommet en* V, *puis de mener un plan tangent à* S *dans un quelconque des points de cette ligne;* ce plan satisfera évidemment à la question, puisqu'il touchera nécessairement (n° **348**) le cône circonscrit, et qu'ainsi il passera par le sommet V, qui est le point donné.

Réciproquement, tout plan mené du point V, tangentiellement à la surface S, touchera celle-ci en un certain point, que j'appelle m, et qui, étant joint avec V, fournira une droite Vm évidemment tangente à S; donc cette droite Vm sera nécessairement une des arêtes du cône circonscrit VMM'M''.... et par conséquent le point m devra se trouver sur la courbe MM'M''..., qui devient ainsi *le lieu de toutes les solutions* du problème proposé.

Seulement, le problème sera impossible quand le cône circonscrit n'existera pas; c'est-à-dire lorsque le point V sera tellement placé, que l'on ne pourra mener, de ce point, aucune tangente aux diverses sections faites par des plans passant par VAD.

350. Il résulte de là que la question qui nous occupe admet une infinité de solutions, excepté quand la surface proposée S est *développable*. En effet, nous avons vu (n° **185**) qu'une telle surface était l'enveloppe de toutes les positions d'un plan mobile, assujetti à une loi de mouvement qui ne laissait d'arbitraire qu'une seule condition (*) : donc, lorsque ce plan mobile, qui est en même temps le plan tangent de la surface développable, viendra à passer par le point donné V, il ne pourra plus prendre d'autre situation; ou, du moins, il ne saurait occuper alors qu'un nombre limité de positions, suivant la nature et le nombre des nappes de la surface. Ainsi, pour cette classe de surfaces, le problème de construire un plan tangent qui passe par un point donné, devient tout à fait déterminé (**), et c'est ce que nous avons reconnu dans les cônes et dans les cylindres (nos **116** et **123**).

D'ailleurs, comme une surface développable est touchée par son plan tangent tout le long d'une même génératrice rectiligne (n° **177**), il s'ensuit que si l'on effectuait ici les sections indiquées n° **348**, et qu'on leur menât des tangentes par le point V, tous les points de contact se trouveraient situés sur une droite de la surface; et le cône circonscrit se réduirait alors à un ou à plusieurs plans tangents qui passeraient par le point V.

351. Le problème de mener, par un point V, un plan tangent à une surface S

(*) Ou autrement dit, qui ne laissait qu'*une seule constante arbitraire* dans son équation; ainsi la condition de passer par le point V, fixera complétement la position de ce plan dans l'espace.

(**) L'exception que présentent les surfaces développables est unique; car elle n'a point lieu pour *les surfaces gauches*. En effet, nous verrons que dans celles-ci tout plan mené par le point V et par une génératrice rectiligne est tangent à la surface dans un certain point qu'il faut construire; de sorte qu'en joignant ce point de contact avec V, on obtiendra encore une des arêtes du cône circonscrit, lequel subsiste ici comme dans les surfaces non réglées.

non développable, redeviendrait déterminé, si l'on ajoutait la condition que ce plan dût toucher la surface *sur une courbe donnée*, par exemple sur un méridien, ou sur un parallèle, dont la position serait assignée. En effet, après avoir construit la ligne de contact MM′M″... du cône circonscrit à S, il suffirait d'examiner en quels points elle rencontre la courbe donnée, et ce seraient là évidemment les points de contact des plans tangents qui satisfont au problème. Celui-ci serait impossible, si la courbe assignée sur la surface n'avait aucun point commun avec la ligne MM′M″....

352. Quant à la construction de la ligne de contact d'une surface quelconque S, avec un cône circonscrit qui a pour sommet un point donné V, courbe qui est d'ailleurs très-utile dans *la Perspective*, puisque c'est évidemment le *contour apparent* de la surface vue du point V, la seule méthode tout à fait générale est celle que nous avons indiquée n° **348**; cependant, comme elle exige des opérations graphiques assez pénibles, nous allons exposer d'autres méthodes plus simples, mais applicables seulement à certains genres de surfaces qui se rencontrent plus fréquemment. Auparavant, toutefois, nous démontrerons un théorème important sur ces lignes de contact, par rapport à toutes les surfaces du second degré.

353. *La courbe de contact d'un cône circonscrit à une surface du second degré est toujours* PLANE; *et son plan se trouve parallèle au plan diamétral qui serait conjugué avec le diamètre mené par le sommet du cône.*

Soient V le sommet du cône, et S la surface du second degré dont il s'agit (*fig.* 80); nous supposerons d'abord qu'elle admet un centre O, mais, du reste, elle peut être indifféremment un ellipsoïde ou bien l'un des deux hyperboloïdes. En faisant passer par la droite VO divers plans sécants, nous obtiendrons des courbes du second degré ABD, AB′D, AB″D,..., ayant toutes un diamètre commun OA; et si nous les coupons par le *plan diamétral* BB′C, qui est *conjugué avec* OA, c'est-à-dire qui divise en deux parties égales toutes les cordes de la surface parallèles à cette direction, nous obtiendrons des droites OB, OB′, OB″,..., qui jouiront évidemment de la même propriété, par rapport aux cordes menées dans chacune de ces courbes parallèlement à OA. Ainsi OA et OB, OA et OB′, OA et OB″,..., formeront des systèmes de diamètres conjugués deux à deux, dans les diverses courbes du second degré ABD, AB′D, AB″D,....

Cela posé, tirons à l'une de ces courbes une tangente VM, puis menons, par le point de contact M, un plan parallèle à BB′C : ce nouveau plan coupera la surface S suivant une courbe MM′N, et les sections primitives suivant des ordonnées PM, PM′, PM″,..., respectivement parallèles à OB, OB′, OB″. Alors, si l'on mène par les divers points M′, M″,..., des tangentes aux courbes AM′D, AM″D,..., je dis que ces tangentes aboutiront, sur la droite OA, au même point V, d'où est partie la première MV. En effet, on sait que dans toute ligne du second ordre *rapportée à deux diamètres conjugués*, la sous-tangente ne dépend que de l'abscisse du point de contact et du diamètre sur lequel on compte cette abscisse; par conséquent, pour les divers points M, M′, M″,..., qui répondent à la même abscisse OP, la sous-tangente aura

une valeur commune, savoir : $\frac{a^2-x^2}{x'^2}$

$$PV = \frac{\overline{OA}^2}{OP} - OP, \quad \text{d'où} \quad OV = \frac{\overline{OA}^2}{OP}.$$

Donc, toutes les tangentes menées en M, M′, M″,..., formeront bien un cône circonscrit à la surface du second degré, et dont la ligne de contact sera la courbe *plane* MM′M″N, parallèle au plan diamétral BB′C qui est conjugué avec VO (*). D'ailleurs, ce diamètre VO contiendra le centre P de la courbe MM′M″..., comme nous allons le faire voir.

354. *Dans toute surface du second degré, les diverses sections faites par des plans parallèles entre eux sont des courbes* SEMBLABLES, *dont les centres sont situés sur le diamètre qui se trouve conjugué avec celui de ces plans sécants qui passe par le centre de la surface.* En effet, quelle que soit une de ces sections planes MM′M″N, on pourra mener par le centre O un plan BB′B″C qui lui soit parallèle, et construire le diamètre OA conjugué avec ce dernier plan. Alors toutes les sections ABD, AB′D, AB″D,..., auront pour diamètres conjugués, deux à deux, OA et OB, OA et OB′, OA et OB″ : donc, les ordonnées MP, MP′, MP″,..., qui correspondent à la même abscisse OP, seront proportionnelles aux diamètres non communs OB, OB′, OB″,...; et, par conséquent, ces droites, considérées comme des *rayons vecteurs* PARALLÈLES menés dans les deux courbes MM′N et BB′C, satisferont à la condition générale de la *similitude*. D'ailleurs, comme le point O est évidemment le centre de figure de la courbe BB′C, il en sera nécessairement de même du point P par rapport à la courbe MM′N; ainsi les centres des sections parallèles au plan diamétral BB′C sont bien situés tous sur le diamètre OA conjugué avec ce plan.

355. (*Fig.* 81.) Revenons au théorème démontré n° **353** pour les surfaces douées d'un centre; et afin de l'étendre aux surfaces qui en sont dépourvues, c'est-à-dire aux deux paraboloïdes, modifions la démonstration de la manière suivante. Menons par le point donné V une parallèle VX′ à l'*axe* ou diamètre principal OX du paraboloïde; cette droite VAX′ sera encore un *diamètre* de la surface, et les divers plans sécants menés par ce diamètre fourniront des sections *paraboliques* AME, AM′E′, AM″E″.... Cela posé, tirons à l'une d'elles la tangente VM, et par le point de contact M menons, parallèlement au plan tangent du paraboloïde en A, un plan MM′M″N qui coupera les paraboles suivant des ordonnées MP, M′P, M″P,..., respectivement parallèles aux tangentes AT, AT′, AT″,..., de ces courbes. Alors, pour de telles ordonnées, on sait que la sous-tangente sera constamment double de l'abscisse commune AP; par conséquent, toutes les tangentes en M, M′, M″,..., aboutiront au même point V, et formeront ainsi un cône circonscrit qui

(*) Dans le cas particulier où la surface est une sphère, la courbe de contact du cône circonscrit devient du *petit cercle, perpendiculaire à la droite* VO, qui réunit le sommet V avec le centre de la sphère, D'ailleurs, cela se prouve directement, en faisant tourner autour de VO un grand cercle et sa tangente menée du point V, touchera le paraboloïde de long de la courbe *plane* MM′M″N. En outre, on voit que le plan de cette courbe est *parallèle au plan tangent* en A, lequel remplace ici le plan diamétral conjugué avec VX′; car ce dernier serait à une distance infinie.

Dans l'ellipsoïde de la *fig.* 80, le plan tangent en A était aussi parallèle à BB′B″C, et par suite à la courbe de contact MM′M″N; mais nous n'avons pas voulu employer alors ce plan tangent pour la démonstration, parce qu'il n'existerait plus dans les hyperboloïdes, si le diamètre VO ne rencontrait pas la surface.

PROBLÈME I. *Trouver la courbe de contact d'une surface de révolution, avec un cône circonscrit dont le sommet est donné.*

356. (*Fig.* 84.) Soient (O, I′Z′) l'axe de révolution que nous regarderons comme vertical, et (X′C′Y′D′, CD) le méridien principal de la surface. Ici, cette courbe est une ellipse dont un diamètre principal coïncide avec l'axe de révolution; mais la méthode que nous allons exposer est tout à fait générale, et applicable à un méridien quelconque. Soit d'ailleurs (V, V′) le point assigné pour le sommet du cône circonscrit : la courbe X′M′Y′, suivant laquelle il touchera l'ellipsoïde, peut se déterminer en construisant successivement les points qui se trouvent sur chaque parallèle de la surface, ou bien ceux qui sont situés sur les divers méridiens; ce qui va donner lieu à deux méthodes, dont chacune suffit à elle seule pour tracer la courbe demandée.

357. *Méthode du parallèle.* Soit (E′F′, EMF) le parallèle choisi arbitrairement sur la surface de révolution que nous désignerons par S : en substituant à celle-ci un cône droit engendré par la révolution de la tangente E′Z′ autour de l'axe, il est évident que ce cône touchera la surface S tout le long du cercle E′F′, et qu'ainsi tout plan tangent qui sera mené à ce cône par le point (V, V′) touchera S dans le point ou l'arête de contact rencontrera le cercle E′F′. Par conséquent, ce point de rencontre appartiendra à la courbe demandée X′M′Y′, qui n'est autre chose (nº **349**) que *le lieu des points de contact des divers plans tangents menés à la surface* S, *par le point* (V, V′).

358. La question est donc réduite à trouver un plan qui, partant du point (V, V′), aille toucher le cône Z′E′F′ : car on y parviendrait (nº **123**) en joignant le sommet (Z′, O) (*) avec (V, V′), puis en cherchant le point où cette droite irait couper le plan horizontal E′F′, en menant enfin de ce dernier point des tangentes au cercle (E′F′, EMF). Mais comme le sommet (Z′, O) peut se trouver, ainsi que cela arrive ici, placé à une distance incommode, et que d'ailleurs le point d'où partiraient les tangentes à la base du cône varierait aussi à mesure qu'on changerait de parallèle, nous allons employer une marche qui obviera à ces deux inconvénients.

Adoptons pour base du cône droit le cercle (G′H′, GPH), suivant lequel il est coupé par le plan horizontal V′G′H′ : alors cette nouvelle base contenant *dans son*

(*) Les trois points désignés par Z′ dans notre épure sont censés représenter le point unique où la tangente E′Z′ irait couper l'axe vertical, point qui est le sommet du cône droit, mais qui n'a pu se trouver ici renfermé dans le cadre.

plan le point donné (V, V′), il deviendra inutile de recourir au sommet du cône, et il suffira de mener les tangentes à la base actuelle par le point (V, V′). D'ailleurs, comme ce sont les points de contact qui seuls nous intéressent, décrivons sur la droite VO, comme diamètre, une circonférence qui coupe le cercle GPH aux points P et Q, et les rayons OP et OQ seront évidemment les projections horizontales des génératrices suivant lesquelles le cône droit sera touché par les plans tangents menés de (V, V′). Donc, en prolongeant ces rayons jusqu'au parallèle donné EMF, les points M et N, que l'on projettera sur E′F′ en M′ et N′, seront deux points qui appartiendront (nº **357**) à la courbe de contact de la surface S avec le cône circonscrit dont le sommet serait en (V, V′).

359. Pour trouver les points de cette courbe qui seront sur un autre parallèle, on agira d'une manière toute semblable; et *la même circonférence*, décrite sur VO comme diamètre, *servira pour toutes ces opérations*, puisque les tangentes à la base du nouveau cône droit devront encore partir du point (V, V′). Par exemple, si nous considérons le parallèle (E‴F‴, EMF) égal au précédent, il faudra tirer la tangente E‴G‴ qui, en tournant autour de l'axe vertical, décrirait un cône droit dont la base, considérée dans le plan horizontal V′G′, sera le cercle (G″H‴, G″P″H″) : celui-ci étant coupé par la circonférence VO en deux points P″ et Q″, les rayons OP″ et OQ″ sont les projections horizontales des arêtes de contact du cône droit G‴E‴F‴H‴ avec les plans tangents qui lui seraient menés par le point (V, V′); puis, la rencontre de ces rayons avec le parallèle (EMF, E‴F‴) fournira les points (M″, M‴), (N″, N‴) situés sur ce parallèle, et appartenant à la courbe de contact de la surface S avec le cône circonscrit qui a son sommet en (V, V′).

360. (*Fig.* 84.) *Méthode du méridien.* Pour trouver les points de cette même courbe, qui sont situés sur un méridien quelconque $\alpha O \beta$, imaginons par tous les points de cette méridienne des droites perpendiculaires à son plan, et dont l'ensemble formera *un cylindre* horizontal, évidemment *circonscrit* à la surface S le long de cette courbe méridienne. Alors, si par le point (V, V′) nous menons à ce cylindre un plan tangent, ce dernier se trouvera aussi tangent à l'ellipsoïde dans le point où il touchera la base du cylindre; et, par conséquent, ce point appartiendra à la courbe cherchée, puisque celle-ci (nº **349**) est le lieu de tous les points de contact de l'ellipsoïde avec les plans tangents qui partiraient de (V, V′).

Or, pour construire ce plan tangent au cylindre horizontal, il faut (nº **116**) tirer du point (V, V′) une parallèle aux génératrices de cette surface, c'est-à-dire une droite (VP″, V′H‴) perpendiculaire au plan vertical $\alpha O \beta$ qui contient la base du cylindre; puis, du point P″, où cette droite rencontre ce plan méridien, mener à cette base une ou plusieurs tangentes. Mais pour réaliser cette dernière opération, je rabats la méridienne $\alpha O \beta$ sur le plan vertical, ainsi que le point P″; ce dernier se transporte évidemment en (H″, H‴), et en tirant les tangentes H‴φ′, H‴F‴, j'obtiens les points de contact (φ′, φ), (F‴, F) sur la base du cylindre rabattue; donc, en les ramenant par des arcs de cercle horizontaux dans le méridien primitif $\alpha O \beta$, ils auront pour véritables positions (ψ, ψ′) et (M″, M‴).

361. Ce dernier point coïncide avec un de ceux que nous avons obtenus par la *méthode du parallèle*, parce qu'ici le plan méridien $O\alpha\delta$ a été choisi de manière à renfermer le point (M″, M‴) déjà construit; et nous avons adopté cette disposition, afin de montrer clairement que, si les deux méthodes s'appuient sur des considérations très-différentes, elles emploient du moins *les mêmes opérations graphiques, exécutées dans un ordre précisément inverse*, comme on doit le voir ici pour le point (M″, M‴). Au reste, quelle que soit la méthode que l'on emploiera, il est des points particuliers qui s'obtiendront par un procédé direct; et nous recommandons de *commencer l'exécution de l'épure* par la recherche de ces *points remarquables*.

362. *Points sur les contours apparents.* Quant à ceux qui seront situés sur l'équateur (C′D′, CLD), il est clair que les plans qui toucheront l'ellipsoïde en ces points se trouveront *verticaux*, et dès lors leurs traces horizontales seront les tangentes VL et VK partant du point V; d'ailleurs, les points de contact L et K se trouvant déterminés en projection horizontale, par la rencontre du cercle CLD avec la circonférence dont VO est le diamètre, il suffira de projeter L et K en L′ et K′ sur C′D′. Observons, en outre, que ces deux points, étant sur le contour apparent de la surface relativement au plan horizontal, formeront les limites communes de *l'arc visible* LMXK et de *l'arc invisible* LM″YK sur cette projection; au surplus, le premier de ces arcs se distinguera aisément de l'autre, en examinant si l'un de ses points (M, M′) est placé *au-dessus* de l'équateur C′D′.

De même, pour les points situés sur le méridien principal (X′C′Y′D′, CD), les plans tangents de l'ellipsoïde se trouveront (nº **129**) perpendiculaires au plan vertical; ainsi leurs traces passeront par le point V′ et seront les deux tangentes V′X′, V′Y′, dont les points (*) de contact X′ et Y′ devront être projetés en X et Y sur CD. D'ailleurs, comme ces deux points sont placés sur le contour apparent de la surface par rapport au plan vertical, ils sépareront *l'arc visible* X′M′Y′ de *l'arc invisible* X′N′Y′ *sur cette projection;* et l'on distinguera le premier de ces deux arcs, en examinant si l'un de ses points (M, M′) est placé *en avant* du plan vercical CD qui contient le méridien principal.

363. *Points limites.* Nous entendons par là les points où *la tangente* de la courbe de contact *se trouvera horizontale*, et qui seront, par conséquent, plus haut ou plus bas que tous les points voisins. D'abord, cette circonstance ne pourra se rencontrer que dans le méridien VO qui passe par le sommet (V, V′) du cône circonscrit. En effet, la méthode générale qui a fourni (nº **358**) les points (M, M′) et (N, N′) montre évidemment que les divers points de la courbe sont, deux à deux, *situés sur des cordes horizontales* (MN, M′N′) *que le plan vertical* VO *divise chacune en deux parties égales;* donc, lorsqu'un de ces points correspondants se trouvera dans le plan vertical VO, l'autre s'y trouvera aussi, et, par suite, la corde relative à ces

(*) Il suffira de mener ces tangentes avec une règle appuyée sur le point V′ et sur le méridien; mais, ensuite, il faudra fixer leurs points de contact avec précision, en se servant des cordes supplémentaires de l'ellipse méridienne.

points ainsi confondus sera devenue *tangente* à la courbe, sans avoir cessé d'être *horizontale*. Ainsi les points le plus haut et le plus bas sont bien dans le méridien VO.

Maintenant, pour déterminer ces points limites, j'observe que la droite qui joindrait l'un d'entre eux avec (V, V′) serait nécessairement *tangente à la méridienne* VO, puisqu'elle se trouverait à la fois dans le plan de cette courbe et dans le plan tangent de l'ellipsoïde. Donc, si je rabats cette méridienne sur le plan vertical, ainsi que le point (V, V′) qui sera transporté évidemment en V″; puis, si je mène la tangente V″U′ dont je déterminerai exactement le point de contact U′ au moyen des cordes supplémentaires, il n'y aura plus qu'à projeter ce point U′ en U, et à le ramener, par un arc de cercle horizontal, dans sa véritable position (R, R′). Ce sera là le point le plus bas de la courbe, et la *tangente horizontale* U′R′ indiquera le dernier des parallèles qui peuvent contenir des points de cette ligne.

Le point le plus haut (T, T′) s'obtiendrait semblablement; mais nous n'avons pas voulu effectuer la construction qui s'y rapporte, dans la crainte de jeter quelque confusion sur la figure.

364. Dans l'exemple actuel, où la surface de révolution est du second degré, la courbe de contact est nécessairement *plane* (**353**), et ici c'est une ellipse qui a pour un de ses *axes*, dans l'espace, la droite (RT, R′T′), puisque les tangentes aux extrémités de cette ligne lui sont perpendiculaires, attendu qu'elles le sont au plan vertical VO (nº **363**). Il serait même facile d'en conclure le deuxième axe et les deux autres sommets, en faisant une section horizontale dans l'ellipsoïde par le milieu de la droite (RT, R′T′); et l'on doit observer que ces deux *diamètres principaux* resteront les *axes* de la projection horizontale RLTK, parce que, l'un d'eux étant horizontal, l'angle compris entre leurs projections demeurera droit; tandis que sur le plan vertical, ces deux diamètres ne seront plus perpendiculaires l'un à l'autre, et deviendront simplement *deux diamètres conjugués obliques* de la courbe R′L′T′K′.

365. Remarque. Si l'on se rappelle que toute surface de révolution peut être considérée comme l'*enveloppe d'un cône mobile* (nº **194**) toujours circonscrit le long d'un parallèle, ou bien encore comme l'*enveloppe d'un cylindre mobile* (nº **196**) toujours circonscrit le long d'un méridien, on sentira que, dans les deux méthodes employées nºˢ **357** et **360**, nous avons eu pour but de substituer à la surface de révolution proposée, une *enveloppée* conique ou cylindrique, pour laquelle la construction du plan tangent mené du point (V, V′) était plus facile que pour la surface primitive. Or, comme les surfaces de révolution admettent aussi *une enveloppée sphérique* (nº **193**) dont le rayon est la normale au méridien, il en résulte une troisième méthode, moins avantageuse dans la pratique, mais qu'il est intéressant de connaître.

366. *Troisième méthode par une enveloppée sphérique.* (*Fig.* 84.) Avec la normale E′ω′ du méridien, traçons un cercle qui, en tournant autour de l'axe vertical, engendrera une sphère évidemment tangente à la surface de révolution S tout le long du parallèle E′F′; puis, imaginons un cône circonscrit à cette sphère, et ayant pour