placés l'un à gauche et l'autre à droite de m; mais, comme alors un des arcs mm_1 et mm' serait négatif, ce serait encore leur différence analytique qui donnerait l'écartement des points m_1 et m', de sorte que l'intégrale δ s'applique aussi à ce cas. Enfin, lorsque le roulement est intérieur, comme dans la *fig.* 5, cette intégrale prendra la forme

$$\delta' = \left(\frac{1}{\mathrm{R}} - \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)\int_{s'}^{s''} p\,ds;$$

mais, puisque, dans ce cas, les rayons R et R' sont nécessairement inégaux, la différence δ' des arcs parcourus par le contact se trouvera encore différente de zéro, et il y aura toujours un glissement entre l'enveloppe et l'enveloppée, pourvu que p ne change pas de signe dans l'intervalle que l'on considère.

Revenons maintenant à la construction graphique des centres de courbure d'une enveloppe, en prenant pour exemples les cas employés le plus ordinairement dans les engrenages.

819. (*Pl.* 67, *fig.* 9.) *Enveloppe d'un point mobile.* Si l'enveloppée se réduit à un point unique a placé sur la circonférence même du cercle mobile O'', l'enveloppe ne sera autre chose que la courbe décrite par ce point, c'est-à-dire l'épicycloïde simple aMB : ce serait l'épicycloïde allongée a'M'B', si le point générateur était placé en a' à l'extérieur du cercle mobile; et s'il était placé intérieurement en a'', il donnerait lieu à l'épicycloïde raccourcie a''M''B''. On a vu précédemment (nos **471**, **473**) combien il est facile de trouver les points M, M', M'' de ces courbes, qui répondent à chaque position du contact α du cercle mobile O''; et que les normales correspondantes sont les droites αM, αM', αM''. Maintenant, pour obtenir les centres de courbure, il faut, suivant la règle du n° **816**, élever sur chaque normale une perpendiculaire αD, αD' ou αD'', et la prolonger jusqu'à ce qu'elle coupe le diamètre MO' : puis, en joignant le point de section D, D' ou D'', avec le centre O, par une droite, cette dernière rencontrera le prolongement de la normale au centre cherché C, C' ou C''.

820. (*Fig.* 9.) Pour l'épicycloïde simple AMB, on voit bien que, sans tracer la perpendiculaire αD, le point de rencontre avec MO' sera toujours à l'extrémité D de ce diamètre; en outre, la suite des centres de courbure analogues à C formera une développée ACE, qui sera elle-même *une nouvelle épicycloïde,* que l'on peut déterminer *à priori* de la manière suivante. Après avoir élevé la perpendiculaire Cβ sur la normale, on décrira un cercle qui ait pour diamètre l'intervalle $\alpha\beta$, et un autre cercle qui ait pour rayon Oβ : puis, en faisant rouler le premier sur le second, le point C engendrera la développée ACE. Pour justifier cette assertion, adoptons les notations suivantes :

$$\mathrm{O}\alpha = \mathrm{R},\quad \mathrm{O}'\alpha = \mathrm{R}',\quad \mathrm{O}\beta = r,\quad \alpha\beta = 2r';$$

puis, observons qu'à cause de $\alpha\mathrm{D} = \mathrm{MT}$, on a évidemment

$$\mathrm{O}\beta : \mathrm{O}\alpha :: \beta\mathrm{C} : \alpha\mathrm{D} :: \alpha\beta : \alpha\mathrm{T};$$

ce qui donne la relation

$$r : \mathrm{R} :: r' : \mathrm{R}'.\quad \text{D'ailleurs}\quad \mathrm{R} = r + 2r';$$

d'où l'on conclut

$$r = \frac{\mathrm{R}^2}{\mathrm{R} + 2\mathrm{R}'},\qquad r' = \frac{\mathrm{RR}'}{\mathrm{R} + 2\mathrm{R}'}.$$

Ces valeurs constantes prouvent déjà que les deux cercles décrits avec Oβ et $\alpha\beta$ resteront invariables de grandeur, quelle que soit la position du contact α du cercle primitif O'; dès lors, après avoir pris l'arc AF égal à la demi-circonférence MαD, et avoir tiré le rayon OEF, il ne restera plus qu'à démontrer que l'arc βC est égal à βE. Or les arcs semblables βC et MT sont proportionnels à leurs rayons, ainsi que βE et αF; on a donc

$$\mathrm{arc}\,\beta\mathrm{C} = \frac{r'}{\mathrm{R}'}\cdot\mathrm{MT},\qquad \mathrm{arc}\,\beta\mathrm{E} = \frac{r}{\mathrm{R}}\cdot\alpha\mathrm{F}.$$

Mais MT $= \alpha$F; donc les arcs βC et βE sont aussi égaux en longueur absolue, d'après la proportion trouvée plus haut entre les quatre rayons.

821. Pour le sommet B de l'épicycloïde primitive, le centre de courbure est évidemment placé à l'origine E de la développée ACE; mais, comme la règle générale du n° **816** devient insuffisante pour obtenir ce centre particulier E, à cause de la coïncidence de plusieurs lignes, il importe de savoir le trouver directement. Or la valeur de $r =$ OE, qui a été donnée ci-dessus, fait voir que si l'on décrit sur OB comme diamètre une demi-circonférence, elle coupera le cercle primitif du rayon OA en un point G tel, que la perpendiculaire GE fournira le point cherché E.

822. On a vu au n° **199** que, dans une courbe quelconque, un arc de la développée est toujours égal à la différence des rayons de courbure qui aboutissent à ses extrémités. Donc ici l'arc AG égale la droite CαM; et la demi-branche ACE aura pour longueur EB $= 2r' + 2\mathrm{R}'$; mais, pour n'employer que les éléments même de l'épicycloïde ACE, il faudra substituer pour R' sa valeur en fonction de r et r', tirée des formules du n° **820**, et l'on trouvera

$$\mathrm{ACE} = 4r' + \frac{4r'^2}{r};$$

résultat qui peut se construire aisément sur la figure.

822 *bis*. La cycloide ordinaire dont nous avons parlé au n° **478**, se déduit de l'épicycloïde, en supposant *infini* le rayon du cercle fixe, ce qui change ce dernier en une droite sur laquelle roule le cercle mobile. Si donc on applique à la *fig.* 8, *Pl.* 47, la règle du n° **816**, on trouvera que, par l'extrémité du diamètre MO'δ, il faut tirer une droite qui aboutisse au centre du cercle fixe, c'est-à-dire ici une perpendiculaire δC sur la base DAF; et que la rencontre de cette droite δC avec la normale MA prolongée, fournira le centre de courbure C relatif au point M. Il en résulte évidemment que le rayon de courbure MAC de la cycloïde est toujours *double de la normale* MA; et conséquemment, pour le sommet G, le rayon de courbure GE est égal au double du diamètre du cercle mobile. De là on conclura aisément que la développée DCE est une autre cycloïde égale à DGF, et que la longueur totale de cette branche DGF est égale à *quatre fois le diamètre* du cercle générateur O'.

823. (*Pl.* 67, *fig.* 10.) *Enveloppe d'un cercle.* Soient O le cercle fixe, et O'' le cercle mobile qui, en roulant sur le premier, entraîne avec lui un petit cercle ω dont le centre est fixé sur la circonférence O''. Adoptons pour position initiale celle où le centre ω se trouve coïncider avec le point de contact A des cercles O et O''; alors, quand ce dernier aura roulé jusqu'en O', où il touche le cercle O en α, il faudra prendre l'arc αM égal à αA; puis, du point M comme centre, avec le rayon donné r, décrire un cercle amb qui représentera la position actuelle de ω. La série des points M, M_2,..., formera d'abord une épicycloïde AM_2M; ensuite, d'après le n° **811**, il faudra mener du point de contact α, une normale αM à l'enveloppée amb, et les points de rencontre m et m' appartiendront à l'enveloppe demandée, laquelle se composera ici de deux branches, l'une intérieure εm, l'autre extérieure $\varepsilon' m'$. Ces deux enveloppes auront évidemment les mêmes normales que l'épicycloïde AM; conséquemment, elles auront aussi les mêmes centres de courbure et la même développée ACE que l'épicycloïde, ainsi qu'on y serait conduit forcément en appliquant à l'une ou à l'autre le procédé graphique du n° **816**. Mais leurs rayons de courbure, tels que Cm ou Cm', seront tous plus petits ou tous plus grands que ceux de AM, de la quantité constante M$m = r$; de sorte que ces trois courbes seront équidistantes partout, dans le sens de leurs normales communes.

824. Chacune de ces enveloppes présente un rebroussement à l'endroit où elle vient rencontrer la développée ACE. Pour déterminer le point ε, il faut observer que, les points m et C s'étant rapprochés jusqu'à coïncider, alors le rayon de courbure de l'épicycloïde est devenu égal à M$m = r$. Si donc on regarde cette épicycloïde comme l'enveloppe de l'espace parcouru par le point ω du cercle roulant O'', et qu'on lui applique la formule (A) du n° **813**, en observant que la normale désignée alors par p est ici la corde αM du cercle mobile, on verra qu'il faut poser, dans cette formule,

$$\rho = r,\quad \rho' = 0,\quad p = 2R'\cos\varphi,$$

d'où l'on déduira aisément

$$p = \frac{r}{2}\left(\frac{R+2R'}{R+R'}\right).$$

Dès lors, en prenant sur la circonférence O, à partir du point A, un arc égal à celui qui, dans le cercle O'', a pour corde la valeur que nous venons de trouver pour p, on obtiendra le point de contact α' qui répond au rebroussement cherché ε; et ensuite ce dernier point se construira facilement, comme on l'a fait pour le centre C au moyen de α.

Au lieu d'appliquer la formule (A) du n° **813** à l'épicycloïde AM, on aurait pu l'appliquer directement à l'enveloppe εm dont le rayon de courbure devient nul pour le point cherché ε. Alors il aurait fallu poser dans cette formule

$$\rho = 0,\quad \rho' = r,\quad p' = 2R'\cos\varphi - r,$$

car la normale p' serait ici la droite αm; et l'on aurait obtenu

$$p' = -\frac{Rr}{2(R+R')},$$

valeur négative, parce que la normale $p' = \alpha m$, coïncidant avec αC, se trouverait en dedans du cercle O. Mais de là il aurait fallu conclure la grandeur de la corde $\alpha M = p' + r$, ce qui aurait ramené à la valeur trouvée ci-dessus pour p.

825. La seule partie de ces enveloppes qui soit utile dans les applications aux engrenages, c'est la branche εm, ou, pour parler plus exactement, c'est la portion δm de cette branche qui se trouve à l'extérieur du cercle O. Quoique l'origine δ de cette portion utile diffère très-peu du rebroussement ε, si l'on veut déterminer avec précision ce point δ situé sur la circonférence O, on observera qu'il se présente quand le petit cercle amb passe par le contact α des cercles O et O', c'est-à-dire quand la corde Mα se trouve égale au rayon Mm. Donc il suffira de prendre l'arc Aδ égal à celui qui, dans le cercle O'', a pour corde le rayon Mm, c'est-à-dire l'arc $\omega\iota$.

826. (*Fig.* 11.) *Enveloppe d'un rayon.* Si nous adoptons pour enveloppée le rayon O'a du cercle mobile O', l'enveloppe sera l'épicycloïde AmB engendrée par le point a d'un cercle V qui serait décrit sur AO' comme diamètre, et qui roulerait lui-même sur la circonférence O. En effet, quand le cercle O' sera parvenu dans la position quelconque O'', le rayon O'a occupera une situation O''a'' déterminée par la condition $\alpha\alpha'' = \alpha$A; si donc nous abaissons sur cette enveloppée O''a'' la perpendiculaire αm, le point m sera (n° **812**) un point de l'enveloppe cherchée. Mais ce point m appartiendra évidemment à la circonférence V' décrite sur αO'' comme diamètre; et, dès lors, les arcs αm et $\alpha\alpha''$, qui répondent à un même angle a''O''α et sont décrits avec des rayons doubles l'un de l'autre, se trouveront *égaux en longueur absolue* : d'où l'on conclura que l'arc αm égale aussi l'arc αA, et qu'ainsi le point m, déjà trouvé pour l'enveloppe, appartient effectivement à l'épicycloïde AB que décrirait le point a du cercle V qui roulerait sur la circonférence O.

827. Ce qui précède démontre en même temps que si le cercle V roulait dans l'intérieur du cercle O' devenu immobile, le point a de cette circonférence V décrirait une épicycloïde *rectiligne* qui serait précisément le rayon AO', ou plutôt le diamètre entier du cercle O', comme nous l'avons déjà vu au n° **475**. De sorte qu'ici l'*enveloppée* et l'*enveloppe* sont engendrées par le *roulement du même cercle* V *sur les circonférences* O et O'; et ce résultat n'est qu'un cas particulier de la proposition suivante.

828. (*Fig.* 12.) *Enveloppe d'une épicycloïde.* Si l'on fait rouler un cercle U de rayon quelconque, d'abord dans l'intérieur du cercle O', et ensuite à l'extérieur du cercle O, un même point de la circonférence U décrira ainsi deux épicycloïdes ab et AB, dont la dernière sera l'enveloppe de toutes les positions que prendra l'enveloppée ab, lorsque celle-ci se trouvera entraînée par la rotation du cercle O' sur la circonférence O. En effet, prenons les cercles O et O' dans une position quelconque où ils se touchent en α, puis traçons le cercle U tangent aux deux autres dans ce même point. Alors la circonférence U ira couper l'épicycloïde ab en un point m tel, que l'arc $\alpha m = \alpha a$; mais par suite de la rotation du cercle O′ sur O, l'arc $\alpha a = \alpha$A : donc les arcs αm et αA sont égaux, et conséquemment le point m de la courbe ab appartient aussi à l'épicycloïde AB. D'ailleurs, ces deux épicycloïdes sont tangentes au point commun m, puisque pour l'une comme pour l'autre (nº **472**) la normale est la corde αm du cercle générateur U. Mais il est très-rare qu'on emploie ces deux profils curvilignes pour les dents des roues, attendu qu'on trouve bien plus commode d'adopter le système de la *fig.* 11, où l'un des deux profils est une ligne droite AO′ (*).

829. (*Fig.* 13.) *Enveloppe d'une développante de cercle.* Adoptons enfin pour enveloppée la courbe amb, qui est la développante (nº **479**) d'un cercle concentrique avec O′ et décrit d'un rayon arbitraire O′C′. Si du point α nous menons à ce cercle O′C′ la tangente αmC′, celle-ci sera normale à amb, et elle fournira (nº **812**) un point m de l'enveloppe cherchée AmB; d'ailleurs, le centre de courbure C de cette enveloppe s'obtiendra (nº **816**) en tirant O′C′ et sa parallèle OC, laquelle se trouvera perpendiculaire sur la normale C′αC et aura évidemment une valeur *constante*, savoir :

$$OC = O'C' \times \frac{R}{R'};$$

d'où l'on conclut que la circonférence décrite avec le rayon OC sera le lieu de tous les centres de courbure de l'enveloppe AmB; et conséquemment cette enveloppe est elle-même une développante du cercle OC. L'origine E de cette développante AmB, s'obtiendra en prenant l'arc CE égal à la droite Cm.

830. (*Fig.* 7.) Revenons, maintenant, au véritable état de deux roues dont l'une transmet à l'autre le mouvement circulaire qui l'anime; car l'hypothèse admise au nº **809**, que le cercle O′ roulait sur le cercle O entièrement fixe, n'était qu'une simple fiction propre à simplifier l'étude et le tracé des enveloppes dont nous avions besoin. Ainsi, en réalité, les centres O et O′ sont fixes tous les deux, et le mouvement de révolution qui est imprimé à la roue O se communique à la roue O′ par la poussée de la courbe AB sur la courbe ab; mais pour que ce mouvement satisfasse à la condition essentielle du nº **807**, il faut (nº **810**) que l'une de ces courbes soit *l'enveloppe* de l'autre dont la forme demeure arbitraire. Toutefois, on doit y mettre la restriction que, dans la portion de ab qui sera utilisée, les rayons vecteurs, tels que O′m, aillent *toujours en décroissant* ou *toujours en augmentant;* et dès lors ceux de AB, tels que Om, varieront constamment en sens contraire des premiers. Cela est nécessaire pour qu'il y ait véritablement *poussée* d'une dent sur l'autre; car, si l'un des rayons vecteurs O′m était maximum ou minimum, il serait nécessairement *normal* à la courbe ab. Or, quand les deux dents viendraient se toucher en m, la normale O′m, qui doit, à cette époque (nº **812**), passer par le point de contact D des deux cercles, irait donc coïncider en direction avec la ligne des centres ODO′; et dès lors la révolution du cercle O autour de son centre immobile, produirait une vitesse précisément *tangentielle* à la courbe amb, ce qui ne donnerait lieu qu'à un simple frottement, lequel serait insuffisant pour entraîner la roue O′.

(*) En généralisant ces considérations, on peut définir autrement que nous ne l'avons fait au nº 810, la forme que doivent avoir les profils conjugués des dents d'un engrenage. Pour cela, désignons par W une courbe quelconque tangente en A (*fig.* 2) aux deux cercles O et O′, et faisons-la rouler tour à tour dans l'intérieur de la circonférence O′ et à l'extérieur du cercle O; alors le point A de W décrira successivement deux courbes ab et AB qui seront les profils demandés. Car, lorsque les cercles O et O′ tourneront autour de leurs centres immobiles, et de manière à imprimer des vitesses égales (nº 807) à leurs circonférences, il arrivera que les courbes AB et ab, engendrées comme ci-dessus, se *toucheront* constamment en un point variable pour lequel la normale commune passera toujours par le point A sur la ligne des centres. C'est ce que l'on démontrera comme au nº 809, si l'on substitue au mouvement de révolution des cercles O et O′ autour de leurs centres immobiles, le roulement de la circonférence O′ sur la circonférence O entièrement fixe.

Mais cette seconde définition des profils des dents serait peu commode à employer dans le cas où l'on assigne d'avance et *arbitrairement* la forme ab d'un de ces profils; car il faudrait alors commencer par chercher quelle serait la courbe W qui, en roulant sur O′, pourrait engendrer le profil donné ab, ce qui offrirait souvent beaucoup de difficultés.

831. (*Fig.* 7.) *Lieu des contacts.* Dans le mouvement de révolution autour des centres fixes O et O′, le point de contact m de l'enveloppe et de l'enveloppée, qui toutes deux participent à ce mouvement, occupe successivement des positions différentes par rapport à la droite invariable ODO′ et au point D dans lequel les cercles mobiles se touchent constamment : la suite de ces positions du point m, sur le plan fixe des deux cercles, forme une courbe utile à connaître. En général, on l'obtiendrait en mesurant, sur chaque position du cercle mobile de la *fig.* 3, le rayon vecteur $A_3 e_3$ et l'angle $e_3 A_3 O'_3$, pour les rapporter ensuite sur la *fig.* 7, à partir du point D considéré comme pôle; mais, dans plusieurs cas, ce lieu des contacts entre l'enveloppe et l'enveloppée s'obtient d'une manière directe et très-simple.

1º Si l'enveloppée se réduisait à un point de la circonférence O′, il est évident que cette circonférence serait elle-même le lieu demandé.

2º Lorsque l'enveloppée est le rayon O′a (*fig.* 11), le lieu des contacts successifs est la circonférence V décrite sur O′a comme diamètre; car, quelle que soit la position O′a' du rayon mobile, la normale AN′, qu'il faut abaisser du point A (nº **812**), aboutira toujours sur la circonférence V.

3º Dans le cas peu usité de la *fig.* 12, où l'enveloppe et l'enveloppée seraient deux épicycloïdes, leurs points de contact se trouveraient tous évidemment sur la circonférence U, placée tangentiellement aux deux cercles primitifs sur la ligne invariable qui joint les centres fixes.

4º Enfin, lorsque l'enveloppée et l'enveloppe seront deux développantes de cercle (*fig.* 13), le lieu de leurs contacts successifs sera précisément la droite C′αC, tangente commune aux deux cercles auxiliaires qui donnent naissance à ces développantes; car, pendant la révolution de ces courbes autour des centres fixes O et O′, la normale qu'il faudrait mener du point α (nº **812**) coïnciderait toujours avec la droite C′αC.

832. *Limites correspondantes.* Comme, dans la pratique, on n'emploie que des arcs peu étendus de l'enveloppe et de l'enveloppée, il importe de savoir limiter une de ces courbes à la portion vraiment utile, d'après la grandeur de l'arc conservé pour l'autre. Or les points correspondants, c'est-à-dire ceux qui se trouveront en contact à une certaine époque du mouvement de révolution, seraient tout naturellement donnés si l'on construisait l'enveloppe d'après la méthode du n° **812** et la *fig.* 3; mais, dans la plupart des cas usuels, on connaît d'avance la nature de l'enveloppe et de l'enveloppée, et l'on trace ces courbes indépendamment l'une de l'autre : de sorte qu'il devient nécessaire de chercher ensuite les limites correspondantes, ce qui est facile quand on a construit le *lieu des contacts* successifs.

833. Par exemple, dans le cas de la *fig.* 11 où l'enveloppée est le rayon O'*a*, et l'enveloppe l'épicycloïde A*m*B décrite par le roulement du cercle V', pour trouver le point correspondant à N, on ramènera ce dernier en N' sur la circonférence V, qui est le lieu des contacts successifs, au moyen d'un arc de cercle décrit du centre O; puis, du centre O', avec le rayon O'N', on décrira un autre arc de cercle qui transportera le point N' en *n* sur le rayon O'A; et ce dernier point *n* correspondra à N. De sorte que si l'on ne conserve de l'enveloppe que l'arc AN, la seule portion utile de l'enveloppée sera A*n*; or, ces arcs ayant évidemment des longueurs très-inégales, on aperçoit bien qu'il y aura *glissement* et, par suite, *frottement* de l'enveloppe sur l'enveloppée, comme nous l'avons démontré généralement au n° **817**.

834. Dans la *fig.* 13, où l'enveloppe et l'enveloppée sont deux développantes, nous savons que le lieu de leurs contacts successifs est la droite C'αC. Donc, pour obtenir le point correspondant à N, il suffira de transporter ce dernier en N' par un arc décrit avec le rayon ON; puis de ramener N' en *n* au moyen d'un arc de cercle décrit du centre O'. Ainsi, les arcs AN et *an*, AB et *ab*,..., seront les arcs correspondants qui roulent et glissent l'un sur l'autre, pendant la révolution des cercles O et O' autour de leurs centres immobiles.

CHAPITRE IV.

TRACÉ DES ENGRENAGES PLANS OU CYLINDRIQUES.

835. (*Pl.* 68, *fig.* 14.) Lorsque les deux roues que l'on veut mettre en mouvement ont des *axes parallèles* projetés en O et O' sur le plan de notre épure, ces roues, ainsi que les *dents* dont elles sont armées, se composent de tranches cylindriques plus ou moins épaisses, mais dont les génératrices sont parallèles aux axes: dès lors ces dents se projetteront suivant des courbes ou *profils* qu'il suffira évidemment d'assigner, pour que la forme totale de la roue soit bien définie. Nous ferons donc abstraction des épaisseurs, et nous n'aurons à nous occuper que des profils situés dans le plan de l'épure. Cela posé, d'après les notions préliminaires développées aux n^{os} **806** et **807**, on sait qu'il faudra commencer par diviser l'intervalle OO' en deux parties OA = R, O'A = R', qui soient en raison inverse des vitesses *angulaires* (n° **805**) ω et ω' que l'on veut imprimer aux deux roues : puis, avec ces

rayons, on tracera les cercles *primitifs* $\alpha\beta$ et $\alpha'\beta'$, dont les circonférences devront prendre des vitesses absolues qui soient *égales;* c'est-à-dire que des arcs égaux AA' et *aa'* devront passer par la ligne des centres OO', dans un même temps.

836. Maintenant, choisissons deux nombres *entiers* quelconques n et n', qui soient en raison inverse des vitesses angulaires ω et ω', c'est-à-dire tels, que l'on ait

$$n : n' :: \omega' : \omega :: \mathrm{R} : \mathrm{R}';$$

puis, partageons le cercle primitif $\alpha\beta$ en n parties égales AA', A'A'', A''A''',..., et le cercle $\alpha'\beta'$ en n' parties égales aa', $a'a''$, $a''a'''$,.... Ces divisions auront aussi la même longueur absolue dans les deux cercles; car, d'après la proportion précédente, on a évidemment

$$\frac{2\pi\mathrm{R}}{n} = \frac{2\pi\mathrm{R}'}{n'}, \qquad \text{ou} \qquad \mathrm{AA}' = aa';$$

de sorte que, par la révolution des deux cercles, les points A' et a', A'' et a'',..., arriveront en même temps sur la ligne des centres OO'. Ensuite, nous subdiviserons chacune des *divisions* précédentes en deux parties inégales, en prenant les arcs AB, A'B', A''B'',..., égaux entre eux, mais un tant soit peu moindres que la moitié de AA'; ces arcs partiels formeront la *base* de chaque dent ou le *plein* de la roue, tandis que les arcs AB', A'B'',..., seront le *creux* ou l'*intervalle* entre deux dents consécutives. On opérera de même sur le cercle primitif $\alpha'\beta'$, où ab, $a'b'$,..., seront les bases des dents de cette roue, un peu plus petites que les intervalles ba', $b'a''$,.... Cette différence est nécessaire pour le *jeu* qui doit exister toujours dans l'engrenage, comme nous le montrerons plus loin (n° **842**).

837. Si l'on veut estimer l'amplitude de ce jeu avec précision, appelons B et B' les bases AB et *ab* qui peuvent être inégales, I et I' les intervalles, et nous aurons

$$\mathrm{B} + \mathrm{I} = \frac{2\pi\mathrm{R}}{n} = \frac{2\pi\mathrm{R}'}{n'} = \mathrm{B}' + \mathrm{I}';$$

d'où l'on conclut pour le jeu

$$\mathrm{J} = \mathrm{I} - \mathrm{B}' = \mathrm{I}' - \mathrm{B} = \frac{2\pi\mathrm{R}}{n} - (\mathrm{B} + \mathrm{B}'),$$

c'est-à-dire *la longueur commune des divisions moins la somme des bases*. Si les bases sont égales sur les deux roues, l'amplitude du jeu sera l'excès d'un intervalle sur une base *;* mais, dans tous les cas, il faut que ce jeu reste compris entre *un douzième* et *un vingtième* de la longueur constante AA' des divisions primitives, afin de ne pas trop diminuer l'épaisseur des dents, et conséquemment la résistance dont elles sont susceptibles; et aussi pour rendre moins sensibles les chocs alternatifs qui se manifestent souvent lorsque les deux roues, tout en continuant de marcher dans le même sens, éprouvent des variations dans leurs vitesses, produites par des causes accidentelles.

Tous les détails qui précèdent sont communs aux différents genres d'engrenages, et ceux-ci ne diffèrent entre eux que par la forme du profil des dents; mais dans