arcs peu étendus de l'enveloppe et de l'enveloppée, il importe de savoir limiter une de ces courbes à la portion vraiment utile, d'après la grandeur de l'arc conservé pour l'autre. Or les points correspondants, c'est-à-dire ceux qui se trouveront en contact à une certaine époque du mouvement de révolution, seraient tout naturellement donnés si l'on construisait l'enveloppe d'après la méthode du n° **812** et la *fig.* 3; mais, dans la plupart des cas usuels, on connaît d'avance la nature de l'enveloppe et de l'enveloppée, et l'on trace ces courbes indépendamment l'une de l'autre : de sorte qu'il devient nécessaire de chercher ensuite les limites correspondantes, ce qui est facile quand on a construit le *lieu des contacts* successifs.

833. Par exemple, dans le cas de la *fig.* 11 où l'enveloppée est le rayon $O'a$, et l'enveloppe l'épicycloïde AmB décrite par le roulement du cercle V', pour trouver le point correspondant à N, on ramènera ce dernier en N' sur la circonférence V, qui est le lieu des contacts successifs, au moyen d'un arc de cercle décrit du centre O; puis, du centre O', avec le rayon O'N', on décrira un autre arc de cercle qui transportera le point N' en n sur le rayon O'A; et ce dernier point n correspondra à N. De sorte que si l'on ne conserve de l'enveloppe que l'arc AN, la seule portion utile de l'enveloppée sera An; or, ces arcs ayant évidemment des longueurs très-inégales, on aperçoit bien qu'il y aura *glissement* et, par suite, *frottement* de l'enveloppe sur l'enveloppée, comme nous l'avons démontré généralement au n° **817**.

834. Dans la *fig.* 13, où l'enveloppe et l'enveloppée sont deux développantes, nous savons que le lieu de leurs contacts successifs est la droite $C'\alpha C$. Donc, pour obtenir le point correspondant à N, il suffira de transporter ce dernier en N' par un arc décrit avec le rayon ON; puis de ramener N' en n au moyen d'un arc de cercle décrit du centre O'. Ainsi, les arcs AN et an, AB et ab,..., seront les arcs correspondants qui roulent et glissent l'un sur l'autre, pendant la révolution des cercles O et O' autour de leurs centres immobiles.

CHAPITRE IV.

TRACÉ DES ENGRENAGES PLANS OU CYLINDRIQUES.

835. (*Pl.* 68, *fig.* 14.) Lorsque les deux roues que l'on veut mettre en mouvement ont des *axes parallèles* projetés en O et O' sur le plan de notre épure, ces roues, ainsi que les *dents* dont elles sont armées, se composent de tranches cylindriques plus ou moins épaisses, mais dont les génératrices sont parallèles aux axes: dès lors ces dents se projetteront suivant des courbes ou *profils* qu'il suffira évidemment d'assigner, pour que la forme totale de la roue soit bien définie. Nous ferons donc abstraction des épaisseurs, et nous n'aurons à nous occuper que des profils situés dans le plan de l'épure. Cela posé, d'après les notions préliminaires développées aux n^{os} **806** et **807**, on sait qu'il faudra commencer par diviser l'intervalle OO' en deux parties OA = R, O'A = R', qui soient en raison inverse des vitesses *angulaires* (n° **805**) ω et ω' que l'on veut imprimer aux deux roues : puis, avec ces rayons, on tracera les cercles *primitifs* $\alpha\beta$ et $\alpha'\beta'$, dont les circonférences devront prendre des vitesses absolues qui soient *égales*; c'est-à-dire que des arcs égaux AA' et aa' devront passer par la ligne des centres OO', dans un même temps.

836. Maintenant, choisissons deux nombres *entiers* quelconques n et n', qui soient en raison inverse des vitesses angulaires ω et ω', c'est-à-dire tels, que l'on ait

$$n : n' :: \omega' : \omega :: R : R';$$

puis, partageons le cercle primitif $\alpha\beta$ en n parties égales AA', A'A'', A''A''',..., et le cercle $\alpha'\beta'$ en n' parties égales aa', $a'a''$, $a''a'''$,.... Ces divisions auront aussi la même longueur absolue dans les deux cercles; car, d'après la proportion précédente, on a évidemment

$$\frac{2\pi R}{n} = \frac{2\pi R'}{n'}, \qquad \text{ou} \qquad AA' = aa';$$

de sorte que, par la révolution des deux cercles, les points A' et a', A'' et a'',..., arriveront en même temps sur la ligne des centres OO'. Ensuite, nous subdiviserons chacune des *divisions* précédentes en deux parties inégales, en prenant les arcs AB, A'B', A''B'',..., égaux entre eux, mais un tant soit peu moindres que la moitié de AA'; ces arcs partiels formeront la *base* de chaque dent ou le *plein* de la roue, tandis que les arcs AB', A'B'',..., seront le *creux* ou l'*intervalle* entre deux dents consécutives. On opérera de même sur le cercle primitif $\alpha'\beta'$, où ab, $a'b'$,..., seront les bases des dents de cette roue, un peu plus petites que les intervalles ba', $b'a''$,.... Cette différence est nécessaire pour le *jeu* qui doit exister toujours dans l'engrenage, comme nous le montrerons plus loin (n° **842**).

837. Si l'on veut estimer l'amplitude de ce jeu avec précision, appelons B et B' les bases AB et ab qui peuvent être inégales, I et I' les intervalles, et nous aurons

$$B + I = \frac{2\pi R}{n} = \frac{2\pi R'}{n'} = B' + I';$$

d'où l'on conclut pour le jeu

$$J = I - B' = I' - B = \frac{2\pi R}{n} - (B + B'),$$

c'est-à-dire *la longueur commune des divisions moins la somme des bases*. Si les bases sont égales sur les deux roues, l'amplitude du jeu sera l'excès d'un intervalle sur une base; mais, dans tous les cas, il faut que ce jeu reste compris entre *un douzième* et *un vingtième* de la longueur constante AA' des divisions primitives, afin de ne pas trop diminuer l'épaisseur des dents, et conséquemment la résistance dont elles sont susceptibles; et aussi pour rendre moins sensibles les chocs alternatifs qui se manifestent souvent lorsque les deux roues, tout en continuant de marcher dans le même sens, éprouvent des variations dans leurs vitesses, produites par des causes accidentelles.

Tous les détails qui précèdent sont communs aux différents genres d'engrenages, et ceux-ci ne diffèrent entre eux que par la forme du profil des dents; mais dans tous les cas, pour remplir la condition essentielle (n° **807**) que des arcs égaux AA′ et *aa′* passent en même temps par la ligne des centres, il faudra se rappeler que les profils correspondants ZAF et *zaf* doivent être, l'un par rapport à l'autre, *enveloppe* et *enveloppée* (n° **810**), et qu'on peut choisir à volonté un de ces deux profils, en satisfaisant toutefois à la restriction indiquée au n° **830**.

838. (*Fig.* 14.) Engrenage a flancs, *symétrique et réciproque*. Ici nous adopterons pour profil de chaque dent de la roue O′ un rayon tel que O′*a*; et dès lors le profil correspondant AZ sur la roue O devra être un arc de l'épicycloïde engendrée par le point *a* du cercle V′ décrit sur le diamètre O′*a*, lequel cercle roulerait sur la circonférence O : car on a vu (n° **826**) que cette épicycloïde était l'*enveloppe* de toutes les positions que prend le rayon O′*a* pendant la rotation du cercle O′. On tracera donc cet arc AZ par le procédé du n° **471** ou par celui du n° **472**, et on le terminera au point Z où il coupera le rayon OZ mené par le milieu de la base AB ; puis, on transportera ces résultats symétriquement à gauche de ce rayon OZ, pour obtenir le profil opposé BZ. Car ici l'engrenage est *symétrique*, c'est-à-dire que la roue *menante* O est destinée à tourner également de droite à gauche comme de gauche à droite ; tandis que si la roue O ne devait jamais *mener* que dans le second sens, la forme du profil BZ resterait arbitraire (*).

839. On donne le nom de *flanc* à la partie plane de la dent, dirigée suivant le rayon O′*a*; et comme il n'y a qu'une faible portion de ce rayon qui soit touchée et conduite par l'arc épicycloïdal AZ, il importe de savoir *trouver l'étendue* précise *af* que doit avoir le flanc. Or, d'après ce que nous avons dit au n° **833**, il faudra décrire, avec la distance OZ pour rayon, un arc de cercle qui transportera l'extrémité Z en *m* sur la circonférence V′; puis, ramener ce point *m* en *f* par un arc de cercle décrit du centre O′.

840. Ordinairement, on rend cet engrenage *réciproque*, c'est-à-dire tel, que la roue O′ puisse être aussi la roue *menante*. Pour cela, on prolonge le profil ZA dans l'intérieur de la roue O par un flanc AF, et on ajoute à l'extérieur de la roue O′ une dent saillante *azb* dont le profil est formé de deux arcs d'épicycloïde, symétriques l'un de l'autre. Ici l'arc *az* se tracera (n° **826**) en faisant rouler sur la circonférence O′ le cercle V décrit sur AO comme diamètre ; et *l'étendue précise* AF du flanc qui sera conduit par l'arc *az*, s'obtiendra (n° **833**) en décrivant du point O′ l'arc de cercle *z*M terminé à la circonférence V, puis en ramenant le point M en F par un arc concentrique avec O.

Quand une fois on a tracé le profil FAZBE sur un carton que l'on découpe le long de ce contour, cela forme un panneau mobile qui se transporte sur les autres bases A′B′, A″B″,..., et au moyen duquel on trace immédiatement les profils de

(*) Pour éviter toute équivoque, et ne pas tomber dans des contradictions graves sur *le sens* de divers mouvements de rotation autour d'axes différents, il faut avoir soin d'observer chacun d'eux en se plaçant *sur l'axe correspondant*. Ainsi dans la *fig.* 14, si le système fonctionne dans la direction indiquée par la flèche φ, il faudra dire que la roue O tourne *de gauche à droite*, et la roue O′ *de droite à gauche*.

toutes les dents de la roue O. On opère de même pour la roue O′, en employant un panneau mobile découpé suivant le contour *fazbe*.

841. (*Fig.* 15.) *Limite des entailles*, ou *Courbe de raccord entre deux profils*. A la suite des flancs AF et BE, il faut pratiquer une entaille qui permette à la dent *azb* de se mouvoir librement. Pour en déterminer les limites précises, considérons la *fig.* 15 où *le jeu* de l'engrenage *est supposé nul*, et où dès lors la dent *azb* se trouve nécessairement en contact avec les deux profils ZAF et Z′B′E′ à la fois; alors il s'agira de chercher le lieu FGE′ de toutes les positions que prend le point *z* sur le cercle O mobile autour de son centre, pendant que le cercle O′ tourne lui-même et entraîne le rayon O′*z* autour du point fixe O′. Or, d'après les considérations exposées au n° **809**, cette courbe FGE′ est la même que celle qui serait décrite par le point *z* dans l'hypothèse où le cercle O′ *roulerait* sur le cercle O entièrement immobile; mais ce dernier genre de rotation produit une épicycloïde allongée dont nous avons donné la construction au n° **473** : c'est donc une portion du *nœud* de cette épicycloïde qu'il faudra prendre pour le contour F*z*E′, et cet arc se raccordera complétement avec les deux flancs AF et BE′. En effet, si nous considérons (*fig.* 16) la dent *azb* parvenue dans la position où elle va cesser d'être en prise, et où l'extrémité du flanc AF est touchée par le dernier élément de l'arc *az*, alors la normale commune à cette enveloppée et à cette enveloppe est la droite FD (n° **810**); mais en regardant le point *z* comme ayant décrit dans le même temps l'épicycloïde rallongée E′GF, la droite FD sera aussi (n° **470**) normale à cette dernière courbe, d'où l'on conclut que l'épicycloïde E′GF est bien tangente au flanc AF, et semblablement elle touche l'autre flanc B′E′ au point E′.

842. Ce que nous venons de dire suppose que la base *ab* de chaque dent égale précisément l'intervalle AB′; mais cette hypothèse ne doit jamais être admise dans la pratique, car il en résulterait, sur chaque face *bz* des dents en prise, un contact inutile pour la poussée et, par suite, des frottements qui diminueraient notablement l'effet utile de la force motrice : d'ailleurs, la moindre irrégularité dans les profils arrêterait le mouvement de la machine, ou exposerait les dents à se briser. Il faut donc toujours admettre un certain *jeu*, dont nous avons indiqué les limites au n° **837**; et, dans ce cas, qui est celui de la *fig.* 14, l'épicycloïde FG n'ira plus rejoindre le flanc B′E′, et on devra la terminer à son sommet G situé sur la circonférence décrite avec le rayon OL qui se trouve en prenant O′L = O′*z*. Puis, comme il faut pourvoir au cas où une cause accidentelle venant à ralentir la vitesse de rotation de la roue *menante*, il arriverait que le profil *faz* marcherait à vide, tandis que la poussée s'exercerait entre les faces *ebz* et Z′B′E′, on devra tracer aussi l'épicycloïde allongée E′H′, symétrique de FG (*); et l'ensemble de ces deux branches

(*) Ces deux arcs FG et E′H′ n'appartiennent pas à la même épicycloïde rallongée; car, pour avoir le sommet G de la première, il faudrait porter sur la circonférence $\alpha\beta$, à partir du point A, un arc égal à la moitié *ak* de *ab*; puis, tirer le rayon O*k′* qui couperait la circonférence OL au point demandé G. Tandis que pour l'autre épicycloïde E′H′ il faudra porter l'arc *bk* sur le cercle $\alpha\beta$, mais à partir du point B′, en faisant *jouer* les deux roues pour mettre en contact le profil *bz* avec l'origine B′ du flanc B′E′.

réunies par un très-petit arc de la circonférence OL, composera le contour FGH′E′ de l'entaille rigoureusement nécessaire pour que la pointe z se meuve librement, soit dans les petites vacillations que permet le jeu, soit dans le cas où la roue O devrait *mener* à gauche comme à droite.

On déterminera semblablement le contour $ehg'f'$ de l'entaille à pratiquer dans la roue O′ pour laisser un libre passage à la dent A′Z′B′, en le composant de deux branches d'épicycloïdes rallongées, décrites par l'extrémité du rayon OZ′, lorsque celui-ci est entraîné par le roulement du cercle O sur le cercle O′; et ces deux branches se raccorderont avec un petit arc de la circonférence dont le rayon sera O′l lequel se détermine en prenant la distance Ol = OZ′.

843. (*Fig.* 14.) Au lieu de s'en tenir à ces limites rigoureuses, il faut toujours, dans la pratique, creuser l'entaille un peu plus profondément; et pour simplifier les procédés d'exécution, on se contente ordinairement de prolonger les flancs jusqu'à la circonférence OL, dont le rayon se trouve en prenant O′L = O′z : de sorte que l'entaille est terminée carrément, comme on le voit en $F''G_2H_3E'''$. En outre, comme des parties aiguës ou des arêtes vives exposent à des arcs-boutements, ou entament les surfaces contre lesquelles elles glissent sous l'effort d'une grande pression, ce qui altère la courbure primitive des profils et augmente les frottements, on est dans l'usage de retrancher la portion de chaque dent qui avoisine la pointe Z, comme on le voit en B_4XYA_4; d'ailleurs on a soin d'adoucir l'arête vive qui résulterait de cette troncature exécutée au moyen d'un cercle concentrique avec O. Les dents sont dites alors *échanfrinées;* et en opérant de même sur la roue O′, on pourra donner aux entailles des deux roues un peu moins de profondeur que ne l'indiquent les circonférences OL et O′l.

844. Pour fixer convenablement le rayon du cercle XY qui détermine l'*échanfrinement*, il faut satisfaire à la condition suivante : *Lorsque deux dents se touchent en* A *sur la ligne des centres* OAO′, *il doit y avoir, après cette ligne, dans le sens du mouvement, un autre couple de dents* Z′ *et* z' *qui soient encore en prise à cet instant-là.* Or, comme l'épicycloïde A′Z′ touche le flanc $a'f'$ en un point x qui se trouve en abaissant du point A une perpendiculaire Ax sur ce flanc (nº **812**), il suffira donc de tirer cette normale, et de prendre la distance Ox pour le rayon du cercle XY.

S'il arrivait que la normale Ax, abaissée sur le flanc $a'f'$, allât tomber au-dessus du point f', cela indiquerait que les dents sont trop écartées pour remplir la condition énoncée ci-dessus; et alors il faudrait augmenter les nombres n et n', en diminuant la grandeur des divisions égales AA′ et aa'. Nous reviendrons sur cette circonstance au nº **879**.

845. (*Fig.* 14.) *Méthode approximative.* De la condition précédente on a déduit un procédé fort simple, mais dont l'exactitude n'est qu'approchée, lequel consiste à remplacer le profil épicycloïdal A′Z′ par un arc de cercle qui passe par le point x indiqué ci-dessus, et qui touche en A′ le flanc rectiligne A′F′O : il sera bien facile de trouver le centre de cet arc circulaire que l'on devra terminer en x, en échanfrinant la dent comme précédemment. Cette méthode, qui doit être proscrite quand il

s'agit d'une machine de précision, peut être employée dans une machine de force où les mouvements sont régularisés par des *volants;* surtout lorsque les dents de la roue sont assez rapprochées pour que les portions de profil B_4X, A_4Y, qui restent après l'échanfrinement, ne dépassent pas 4 ou 5 centimètres.

846. Et même quand un dessin a pour objet, non pas de servir à exécuter une machine dans ses vraies dimensions, mais seulement de faire connaître la disposition de ses diverses parties, on se contente de figurer les dents en décrivant un cercle qui ait pour centre le milieu ω de l'arc B_7A_8, et pour rayon l'une des deux distances égales ωB_7 ou ωA_8; alors ce cercle fournit d'un seul coup les deux profils opposés B_7X_7 et A_8Y_8, avec une approximation grossière qui suffit pour l'indication qu'on a en vue.

847. Dans notre épure, la petite roue O′ est supposée pleine, et on la nomme *un pignon.* La grande roue O est évidée, afin de la rendre plus légère. N représente la *jante* qui est reliée par des *croisillons* P, P′,..., avec le *moyeu :* celui-ci est projeté entre les deux cercles OQ et OS dont le dernier indique le vide destiné à recevoir l'*arbre* de la roue; et cet arbre se fixe dans le moyeu au moyen de deux *clefs* que l'on introduit dans les entailles T, T′. Enfin W est une *frette* ou anneau de fer qui entoure le bout saillant du moyeu, pour le fortifier et empêcher qu'il n'éclate.

848. *Remarque.* Si, après avoir construit cet engrenage, on avait besoin plus tard de changer le rapport des vitesses angulaires, et qu'on voulût conserver intacte la roue O, en substituant seulement à O′ une nouvelle roue O″ d'un rayon différent, on sait (nº **810**) qu'il faudrait adopter pour le profil de chaque dent de O″, l'enveloppe de l'espace qui serait parcouru par le contour ZAF dans l'hypothèse où le cercle O roulerait sur la circonférence O″. Or, comme la portion ZA de ce contour est déjà une épicycloïde engendrée par le roulement du cercle V′ sur O, on a vu (nº **828**) que son enveloppe était une autre épicycloïde produite par le même cercle V′ roulant dans l'intérieur de la circonférence O″ : ce sera donc cette épicycloïde intérieure qui remplacera ici le flanc af. Quant à la partie rectiligne AF, son enveloppe sera encore (nº **826**) une épicycloïde engendrée par le roulement du cercle V sur la circonférence O″. Ainsi la dent de cette nouvelle roue n'aurait pas de *flanc rectiligne;* et son profil entier se composerait de deux arcs appartenant aux épicycloïdes produites par les cercles V′ et V qui rouleraient à l'intérieur et à l'extérieur du cercle O″ : le tracé serait donc moins simple qu'à l'ordinaire, mais il offrirait l'avantage de faire servir la roue O déjà construite.

849. (*Pl.* 69, *fig.* 17.) ENGRENAGE A FLANCS, *symétrique, mais non réciproque.* La grande roue O pourrait seule porter des dents proprement dites, c'est-à-dire des saillies en dehors du cercle primitif $\alpha\beta$, tandis que le pignon n'aurait que des flancs af, be, dirigés suivant des rayons dans l'intérieur du cercle primitif $\alpha'\beta'$. L'étendue de ces flancs s'obtiendra comme au nº **839**, en ramenant le point Z en m sur la circonférence V′ au moyen d'un arc décrit du centre O, puis en décrivant du centre O′ l'arc de cercle mfe; ensuite, on prolongera ces flancs pour former une entaille terminée carrément à la circonférence O′g dont le rayon doit être au plus égal à la différence des distances OO′ et OZ (n° **843**). Quant à la roue O, elle n'aurait à la rigueur ni flancs, ni creux; mais comme il est toujours prudent de laisser un peu de jeu pour éviter les frottements que produirait un déplacement accidentel, on entaillera cette roue dans le sens des rayons jusqu'à une profondeur de 1 ou 2 centimètres, indiquée par le cercle GH.

850. Cet engrenage est dit *non réciproque*, parce que c'est la roue seule qui doit *mener* le pignon, du moins si l'on veut éviter qu'il ne se trouve des dents en prise *avant la ligne des centres*, ce qui est un inconvénient que nous expliquerons plus loin au n° **875**. En effet, on voit bien que l'épicycloïde AC commence à toucher le flanc af au point a, lorsque ce flanc coïncide avec la ligne des centres OO′, et qu'après cette ligne, dans le sens du mouvement, le contact x du profil A′Z′ avec le rayon O′a' est plus près du centre O′; donc, à gauche de OO′, le profil A_2Z_2 n'aura aucun point de commun avec le flanc O′a_2. Ainsi, quand c'est la roue O qui conduit le pignon, les dents ne sont jamais en prise qu'*après la ligne des centres* OO′, dans le sens du mouvement; tandis que le contraire aurait lieu si le pignon O′ conduisait la roue O, soit à droite, soit à gauche. Dans la *fig.* 14, il y avait poussée avant comme après la ligne des centres, attendu que la petite roue était elle-même armée de dents saillantes en dehors du cercle primitif $\alpha'\beta'$.

851. (*Fig.* 18.) Crémaillère *mue par une roue dentée*. Si, dans l'engrenage précédent, on suppose que la roue O′ acquière un rayon infini, le cercle primitif $\alpha'\beta'$ se changera en une droite tangente à la circonférence $\alpha\beta$ de la roue O; et la rotation de celle-ci imprimera un mouvement rectiligne à la pièce droite XY, nommée *crémaillère*, laquelle est maintenue dans cette direction par des *coulisses* ou des *guides*. Ici, sans s'occuper du rapport des vitesses angulaires dont une est zéro, il faudra partager la circonférence $\alpha\beta$ en un certain nombre de parties égales AA′, A′A″,...: puis, reporter la longueur rectifiée d'une de ces divisions suivant aa', $a'a''$....

Le profil AZ de la dent de la roue devra être une *développante* de cercle engendrée par le roulement de la droite $\alpha'\beta'$ sur la circonférence $\alpha\beta$; car cette droite est ce que devient ici le cercle V′ de la *fig.* 17, lequel avait pour diamètre le rayon du cercle O′ qui est infini dans le cas actuel. Par la même raison, les flancs de la crémaillère seront des droites ag, bh,..., perpendiculaires à $\alpha'\beta'$, et on les prolongera jusqu'à une droite ghg', parallèle à $\alpha'\beta'$, et menée à une distance Og, égale au moins à OZ : ou plutôt, ces droites ag, bh,..., ne servent qu'à former les entailles nécessaires pour le libre passage des dents, car ici *les flancs* de la crémaillère se réduisent à *un point unique*. En effet, la tangente $\alpha'\beta'$ étant normale (n° **479**) à toutes les développantes AZ, A′Z′, A″Z″,..., c'est constamment aux points a, a', a'',.... que seront placés les contacts de ces profils avec les flancs ag, $a'g'$, $a''g''$,.... D'ailleurs la roue O n'aurait pas besoin de creux, à parler rigoureusement, puisque les faces ab, $a'b'$,..., se trouvent tangentes à la circonférence $\alpha\beta$; mais, comme il faut éviter les frottements, on entaillera la roue suivant le contour AGH′B′, jusqu'à une profondeur d'un centimètre environ. Ici, on aura l'avantage que les dents ne seront en prise qu'*après la ligne des centres*.

852. (*Fig.* 19.) On peut aussi armer la crémaillère de dents saillantes azb, $a'z'b'$,..., qui conduiront des flancs AF, A′F′ taillés dans l'intérieur de la roue suivant ses rayons; et puisque c'est le cercle V décrit sur AO comme diamètre qui, en roulant sur la circonférence $\alpha\beta$, produirait l'épicycloïde rectiligne AF, c'est aussi (n° **827**) ce même cercle V qu'il faudra faire rouler sur la droite $\alpha'\beta'$ pour obtenir l'enveloppe az : cette dernière courbe sera donc une *cycloïde* ordinaire qui se construira comme au n° **478**. Pour fixer l'étendue précise du flanc AF qui sera touché par l'arc az, on opérera comme dans l'épure 14 dont celle-ci n'est qu'un cas particulier, en transportant le point z en M sur la circonférence V, au moyen d'une parallèle à $\alpha'\beta'$ (n° **840**); puis, on décrira du centre O l'arc de cercle MEF. Enfin, on prolongera le flanc AF jusqu'à la circonférence GH′G′ décrite avec un rayon OG déterminé par la parallèle MGz; car cette limite rigoureuse deviendra suffisante dans la pratique, attendu qu'il faudra échanfriner les dents de la crémaillère, pour éviter les arcs-boutements que produiraient les dents qui se trouveront en prise avant la ligne des centres (n° **877**).

853. Une autre combinaison qui serait encore admissible, consisterait à supprimer les dents de la roue en ne lui laissant que des flancs, tandis que la crémaillère n'aurait point de flancs et porterait elle seule des dents *cycloïdales;* mais il nous paraît bien superflu de tracer ici une figure nouvelle pour ce cas particulier.

854. (*Fig.* 20.) Engrenage a flancs, *intérieur*. Lorsque le plus petit cercle O′$\alpha'\beta'$ doit être placé dans l'intérieur du grand O$\alpha\beta$, la meilleure disposition consiste à mettre les flancs af, be, $a'f'$,..., sur la petite roue, et à faire porter les dents AZB, A′Z′B′,..., par la plus grande. Le profil AZ est alors une épicycloïde *intérieure* (n° **474**) décrite par le cercle V′ qui roule en dedans de la circonférence $\alpha\beta$; et l'étendue précise du flanc af s'obtiendra encore en décrivant du centre O l'arc Zm, puis au centre O′ l'arc mf. Quant à la profondeur de l'entaille, elle devra s'étendre jusqu'à la circonférence ghg' dont le rayon sera déterminé par le cercle mZ. La roue *menante* devra être celle qui porte les dents, par les motifs déjà expliqués au n° **850**, afin que la poussée ne s'exerce qu'après la ligne des centres.

855. (*Fig.* 21.) Si, au contraire, on voulait faire porter les dents par la petite roue O′$\alpha'\beta'$, et placer les flancs sur la grande roue $\alpha\beta$ dont le centre est fictivement représenté par O (car il tombe réellement hors des limites de la *fig.* 21), il faudrait, pour tracer le profil az, décrire un cercle VSA dont le rayon VA serait la moitié de OA, et faire rouler ce cercle V sur la circonférence $\alpha'\beta'$ qu'il enveloppe, ce qui fournirait une épicycloïde du genre de celle que nous avons considérée au n° **477**. Quant au flanc FAG, il devrait d'abord s'étendre de A en G jusqu'à la circonférence GH′G′ décrite avec le rayon OO′ + O′z, afin de laisser un libre passage à la dent azb; et ensuite on devrait le prolonger vers le centre de A en F, pour recevoir la poussée du profil $\acute{a}z$. En effet, si, d'après la règle générale du n° **833**, on veut trouver quel est le point de l'enveloppée AO qui viendra en contact avec le point z de l'enveloppe az, il faudra transporter le point z en M sur la circonférence V, au moyen d'un arc zM décrit du centre O′; puis ramener le point M en F par un arc