qui va couper les axes des roues en deux points que je désignerai par O_2 et o_2; dans ce plan auxiliaire ils décrivent deux cercles avec les rayons O_2A', o_2A', et ils opèrent comme si ces deux circonférences devaient rouler l'une sur l'autre, ce qui n'est pas très-éloigné de la vérité, du moins pour le court intervalle pendant lequel s'exerce la poussée d'une même dent.

Ainsi, après avoir rabattu le plan auxiliaire avec les deux circonférences qu'il renferme, on rapportera sur celles-ci les divisions égales marquées sur les cercles primitifs, et l'on construira les profils d'une dent de chaque roue, comme pour un engrenage cylindrique (n° **838**). Ensuite, comme on termine ici les *couronnes* des deux roues d'angle par les surfaces coniques que décriraient les droites $A'O_2$ et $A'o_2$ en tournant autour des axes respectifs, les profils construits ci-dessus remplaceront les panneaux développés sur la *fig.* 6; de sorte qu'il suffira d'appliquer ces profils sur la couronne même, pour pouvoir exécuter les diverses faces des dents et des creux, ainsi que nous l'avons dit au n° **896**.

NOTES DE M. E. MARTELET.

NOTE SUR LES CHANGEMENTS DE PLAN DE PROJECTION ET SUR LES MOUVEMENTS DE ROTATION.

Changement de plans de projection.

I^er^ PROBLÈME. — *Changement de plan de projection par rapport à un point.*

Nous prendrons pour ce premier problème une figure en relief (*fig.* 1), afin de mieux faire comprendre l'épure qui est en regard (*fig.* 2). Soit donc un système ordinaire de plans de projection V et H, se coupant suivant la ligne de terre LT; nous remplaçons le plan vertical V par un autre plan vertical V', coupant le plan horizontal H suivant la ligne de terre L'T', et le plan V suivant la verticale II'. Nous avons projeté un point M de l'espace en M_v et M_h sur les deux premiers plans, et nous demandons quelle sera la projection $M_{v'}$ de ce même point sur le nouveau plan vertical.

On sait: 1° que les deux projections d'un point doivent se trouver sur une même perpendiculaire à la ligne de terre; 2° que la distance d'un point au plan horizontal se mesure par la distance de sa projection verticale à la ligne de terre; par conséquent, en abaissant de M_h la perpendiculaire $M_h m'$ sur L'T', en prolongeant cette droite d'une longueur $m'M_{v'}$ égale à mM_v, on aura en $M_{v'}$ la nouvelle projection verticale du point M.

Fig. 1.

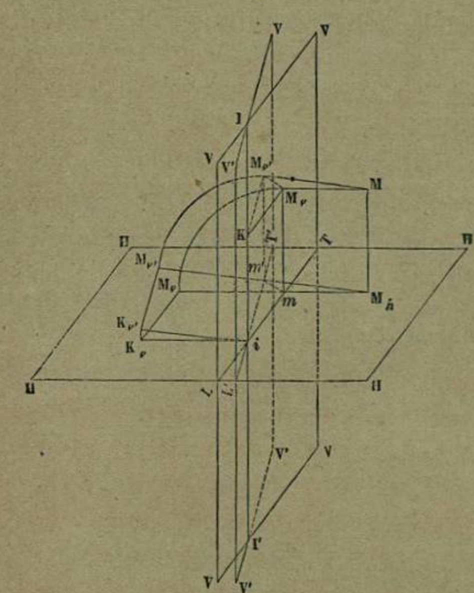
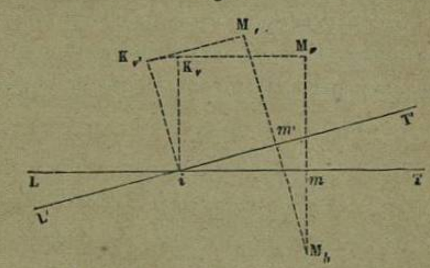


Fig. 2.



$$mM_v = iK = m'M_{v'} = iK_v = iK_{v'}.$$

Les mêmes considérations devant être employées quand on remplace le plan horizontal H par un autre plan H′ perpendiculaire au plan vertical V suivant la nouvelle ligne de terre L′T′, nous nous bornons à énoncer la construction : *Abaissez de* M_v *une perpendiculaire* $M_v m'$ *à* L′T′, *et prolongez-la d'une longueur* $m' M_{h'}$ *égale à* $m M_h$ (*fig.* 3 et 4).

On remarquera que dans le relief (*fig.* 1) nous avons considéré le plan horizontal comme fixe, et nous avons rabattu chaque plan vertical sur le plan horizontal, tandis que nous avons fait le contraire dans le relief (*fig.* 3).

Fig. 3.

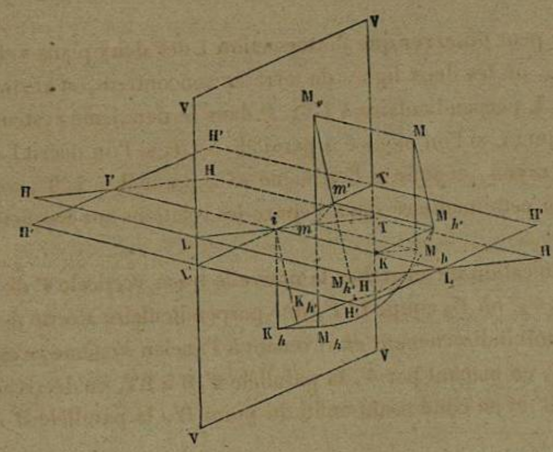
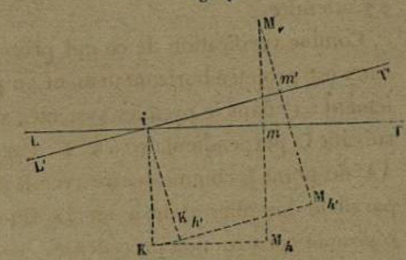


Fig. 4.

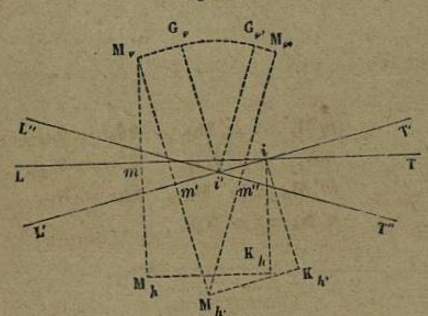


$$m M_h = iK = m' M_{h'} = iK_h = iK_{h'}.$$

Supposons enfin qu'on veuille changer les deux plans de projection par rapport au point M ; c'est-à-dire remplacer les deux plans V et H par un autre système de plans V′ et H′ rectangulaires entre eux (*fig.* 5).

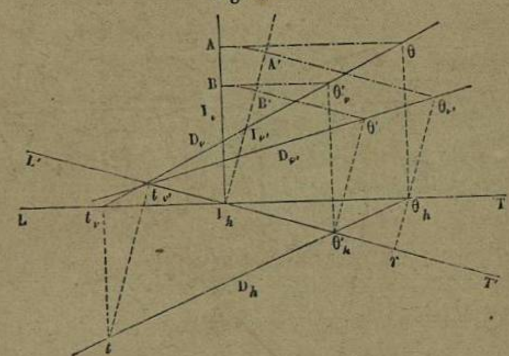
On changera d'abord le plan horizontal H en un autre plan H′ perpendiculaire au plan V suivant la ligne L′T′, et on aura les projections $M_{h'} M_v$; on changera ensuite le plan V en un autre plan V′ perpendiculaire à H′ suivant la ligne de terre L″T″, et on aura les projections $M_{v'} M_{h'}$.

Fig. 5.



$$m M_h = iK_h = iK_{h'} = m' M_{h'},$$
$$m' M_v = i' G_v = i' G_{v'} = m'' M_{v'}.$$

Fig. 6.



II^e Problème. — *Changement de plans de projection par rapport à une droite.*

Soit D_v, D_h (*fig.* 6), les deux projections d'une droite D, changeons le plan vertical suivant a nouvelle ligne de terre L′T′. La projection horizontale D_h et la trace horizontale t de la droite D resteront

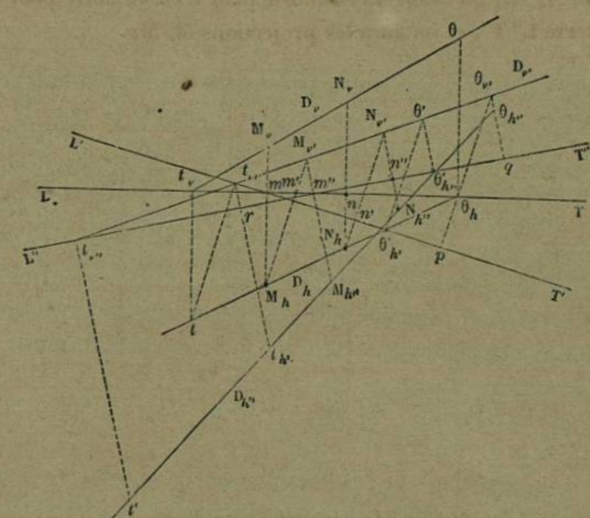
les mêmes ; la nouvelle projection verticale $t_{v'}$ de la trace t s'obtiendra en abaissant en $t_{v'}$ une perpendiculaire à L′T′ ; il suffira donc de chercher la nouvelle projection verticale d'un autre point de la droite D. Prenons, par exemple, la trace verticale θ de la droite D, ce point a pour projection horizontale θ_h : en menant par θ_h une perpendiculaire $\theta_{h'}$ à L′T′, en portant la distance $\theta_h \theta$ de r en $\theta_{v'}$, on aura la nouvelle projection verticale $\theta_{v'}$ du point θ, et en joignant $t_{v'}$, $\theta_{v'}$ on déterminera la nouvelle projection verticale $D_{v'}$ de la droite D. On reconnaît, d'après la position des projections θ_h $\theta_{v'}$ eu égard à la nouvelle ligne de terre L′T′, que le point θ est derrière le plan V′, ainsi qu'on devait s'y attendre.

Comme vérification de ce qui précède, on peut observer que l'intersection I des deux plans verticaux est projetée horizontalement au point I_h, où les deux lignes de terre se rencontrent, et verticalement : 1° dans le premier système, suivant I_v perpendiculaire à LT ; 2° dans le deuxième système, suivant $I_{v'}$ perpendiculaire à L′T′. Par conséquent, si l'on mène θ A parallèle à LT, si l'on décrit l'arc AA′ du point I_h comme centre avec I_h A pour rayon, et enfin si l'on mène A′ $\theta_{v'}$ parallèle à L′T′, cette parallèle doit aller aboutir en $\theta_{v'}$. On écrit de cette manière dans l'épure les relations sur lesquelles repose la construction précédente.

On peut se proposer comme seconde vérification de chercher la nouvelle trace verticale θ' de la droite D, soit directement en élevant du point θ'_h, où D_h coupe L′T′, une perpendiculaire à cette dernière ligne, jusqu'à la rencontre en θ' de $D_{v'}$; soit indirectement en revenant à l'ancien système, c'est-à-dire en abaissant $\theta'_h \theta'_v$ perpendiculaire à LT, en menant par θ'_v la parallèle θ'_vB à LT, en décrivant de I_h comme centre avec le rayon I_hB l'arc BB′ et en conduisant enfin du point B′, la parallèle B′A′ à L′T′ qui devra donner le point θ'.

Il est bien évident qu'on aurait pu, au lieu des traces de la droite, prendre deux points quelconques, mais on comprend aisément qu'il est plus avantageux d'employer les traces, en ce qu'elles servent en même temps à déterminer la droite et à reconnaître la position qu'elle occupe dans les quadrants formés par les plans de projection des deux systèmes. Toutefois, pour plus de généralité, nous allons employer deux points quelconques dans le problème suivant : Soit donnée (*fig.* 7) une

Fig. 7.



$$m M_v = m' M_{v'}, \qquad \theta\theta_h = \theta_{v'} p,$$
$$n N_v = n' N_{v'}, \qquad \theta'' q = \theta_h p,$$
$$m' M_h = m'' M_{h''}, \qquad r t_{h''} = t t_{v'},$$
$$n' N_h = n'' N_{h''}.$$

droite D par ses projections $D_v D_h$, rapportées à un système de plans V et H se coupant rectangulairement suivant LT, on veut construire les projections de la même droite par rapport à un autre système de plans V′ et H″ se coupant rectangulairement suivant la ligne L″T″, en faisant usage de deux points quelconques M et N pris à volonté sur cette droite (*fig.* 7). En considérant attentivement l'épure, on reconnaîtra que nous avons d'abord remplacé le plan vertical V par un autre V′ coupant le plan H suivant la ligne de terre L′T′; que nous avons ensuite abaissé des projections M_h et N_h les perpendiculaires $M_h M_{v'}$, $N_h N_{v'}$ sur L′T′; que nous avons enfin reporté $m M_v$ de m' en $M_{v'}$, $n N_v$ de n' en $N_{v'}$, et qu'en joignant $M_{v'} N_{v'}$ nous avons obtenu la nouvelle projection $D_{v'}$ qui a dû couper L′T′ au pied $t_{v'}$ de la perpendiculaire $t t_{v'}$ menée de la trace t sur la nouvelle ligne de terre. L'ancienne trace verticale θ de la droite D a fourni une nouvelle vérification, la distance $\theta\theta_h$ devant être égale à $\theta_{v'}\theta_h p$. Quant à la nouvelle trace verticale θ', on l'a obtenue en élevant par $\theta'_{h'}$ une perpendiculaire $\theta'_{h'}\theta'$ à L′T′.

Pour la seconde partie de l'épure, on reconnaîtra de même que nous avons substitué au plan horizontal qui avait déjà servi aux deux premiers systèmes, un plan H″ perpendiculaire à V′, suivant la nouvelle ligne de terre L″T″, et qu'alors en menant de $M_{v'}$ et de $N_{v'}$ les perpendiculaires $M_{v'} M_{h''}$, $N_{v'} N_{h''}$, à L″T″, en reportant $M' M_h$ de m'' en $M_{h''}$, $n' N_h$ de n'' en $n'' N_{h''}$ et en joignant $M_{h''}$ et $N_{h''}$, nous avons obtenu la projection $D_{h''}$ de la droite D sur le plan H″. Comme vérification des constructions précédentes, si l'on mène $\theta_{v'} q$ perpendiculairement à L″T″, on coupera $D_{h''}$ en $\theta_{h''}$, nouvelle projection horizontale de θ, et on devra trouver $\theta_{h''} q = \theta_h p$, de façon que les projections du point θ auront été successivement

$$\begin{cases} 1^\circ\ \theta,\ \theta_h, & \text{(le point } \theta \text{ étant lui-même sa projection verticale dans le premier système.)} \\ 2^\circ\ \theta_{v'},\ \theta_h, & \\ 3^\circ\ \theta_{v'},\ \theta_{h''}. & \end{cases}$$

Si l'on mène également $t_{v'} t_{h''}$ perpendiculairement à L″T″, on coupera $D_{h''}$ en un point $t_{h''}$, nouvelle projection horizontale du point t, tel que $r t_{h''} = t t_{v'}$, de manière que les projections du point t auront été successivement

$$\begin{cases} 1^\circ\ t,\ t_v, & \text{(le point } t \text{ étant lui-même sa projection horizontale dans le premier système.)} \\ 2^\circ\ t,\ t_{v'}, & \\ 3^\circ\ t_{h''},\ t_{v'}. & \end{cases}$$

Les deux nouvelles traces de D sont $\theta'\theta'_{h''}$ et $t' t_{v''}$. Nous disons à cette occasion que les projections D_v et $D_{h''}$, ainsi que les traces θ' et t' de la droite D, sont *simultanées* par rapport à la ligne de terre L″T″ qui caractérise le nouveau système de plans de projection *simultanés* V′ et H″, dont le second ne peut plus être désigné sous le nom de plan horizontal, puisqu'il a cessé d'être parallèle à l'horizon.

On voit aisément le parti qu'on peut tirer de ces changements de plan de projection pour rendre l'un ou l'autre d'entre eux parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée dans l'espace, ou même pour rendre l'un d'eux parallèle et l'autre perpendiculaire à cette droite : ce qui, dans certains cas, peut simplifier la solution d'un problème, pourvu toutefois que les constructions préliminaires à exécuter en vue de ce résultat ne soient pas aussi compliquées que celles qui conduiraient directement à la solution, en conservant les plans primitifs.

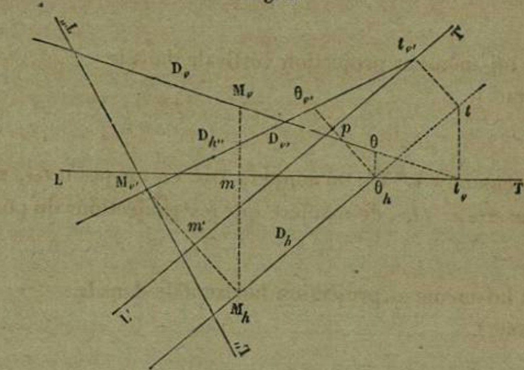
Soient données, pour dernier exemple, les projections D_v, D_h, et les traces t, θ, d'une droite D (*fig.* 8), rapportée à un plan vertical V et à un plan horizontal H dont la ligne de terre est LT, nous demandons les projections $D_{v'}$ et $D_{h''}$ de cette même droite D par rapport à un système de plans simultanés V′ et H″, dont l'un, V′, est vertical et parallèle à D, à une distance δ en arrière de cette droite, et dont l'autre, H″, simultané de V′, est perpendiculaire à D en un point donné $M_h M_v$.

Puisque le plan V′ doit être vertical et parallèle à D, il est parallèle au plan projetant qui a fourni

D_h; et, par conséquent, la nouvelle ligne de terre L′T′ doit être tracée parallèlement à D_h au-dessus de D_h à la distance δ; la nouvelle projection $M_{v'}$ du point M sera sur la perpendiculaire abaissée de M_h sur L′T′ à une hauteur $m' M_{v'} = m M_v$; la trace horizontale t de la droite D se projettera verticalement en $t_{v'}$ sur L′T′, et la ligne $M_{v'} t_{v'}$ sera la nouvelle projection verticale $D_{v'}$ de la droite D. Si l'on mène du point θ_h la perpendiculaire $\theta_h p \theta_{v'}$, à L′T′, on aura $\theta_h p = \delta$ et $\theta_{v'} p = \theta\theta_h$.

Le plan H″ étant à la fois perpendiculaire au plan V′ et à la droite D, d'après l'énoncé, sa trace sur le plan V′, c'est-à-dire la nouvelle ligne de terre L″T″, devra être perpendiculaire en direction à la droite D, et par conséquent à $D_{v'}$ parallèle à D. Comme de plus le plan H″ perpendiculaire à V′ doit passer par le point M, la trace L″T″ du plan H″ sur V′ doit passer par $M_{v'}$, projection du point M sur V′. Enfin, la trace de la droite D sur le plan H″ devant se trouver, ainsi que tous les autres points de cette droite, à la distance δ du plan V′, il en résulte qu'en reportant δ de $M_{v'}$ en $D_{h''}$, on aura à la fois au point $D_{h''}$ la trace et la projection de la ligne D de l'espace sur le plan H″. On peut remarquer en passant que le changement de plan vertical donne immédiatement la véritable grandeur d'une portion déterminée de la droite D, par exemple la grandeur de la partie de cette droite comprise entre ses deux traces primitives t et θ; mais mieux vaut, en pareil cas, rabattre immédiatement l'un des plans projetants sur les plans de projection primitifs (*fig.* 8).

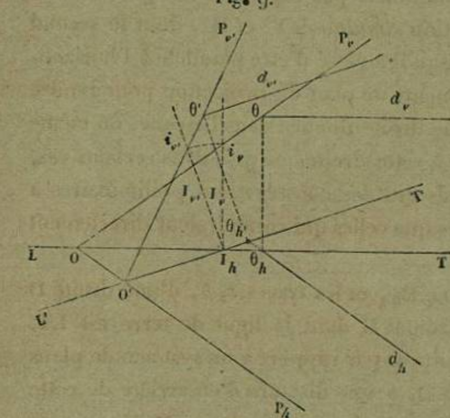
Fig. 8.



$$m M_v = m' M_{v'}, \qquad \theta_h p = \delta,$$
$$\theta_{v'} p = \theta\theta_h,$$
$$M_{v'} D_{h''} = \delta.$$

III^e Problème. — *Changement de plan de projection par rapport à un plan.*

Fig. 9.



Soient P_v, P_h (*fig.* 9) les traces d'un plan P rapporté au système des plans V et H se coupant suivant LT, nous changeons le plan V en un autre plan vertical V′ coupant le plan H suivant L′T′.

Les deux plans verticaux V et V′ se coupent suivant une verticale I, qui a pour projection horizontale le point I_h où les deux lignes de terre se rencontrent, et pour projection verticale I_v dans le premier système et I_v dans le second.

Si donc on reporte, par un arc de cercle décrit du point I_h comme centre, la longueur $I_h i_v$ de I_h en $i_{v'}$, on aura un point $i_{v'}$ de la trace verticale nouvelle $P_{v'}$; en joignant $O' i_{v'}$, cette ligne $P_{v'}$ sera la trace verticale du plan P dans le nouveau système.

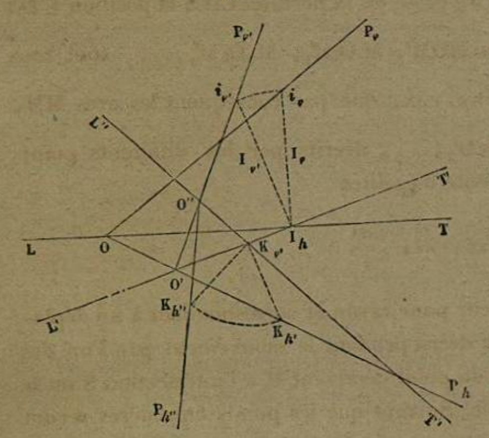
Il peut arriver que le point O′ ne se trouve pas renfermé dans les limites de l'épure; on prendra, dans ce cas, une horizontale d du plan P, les projections de d seront d_h parallèle à P_h et d_v parallèle à la ligne de terre. On cherchera la trace verticale θ de cette droite, et en élevant à L′T′ par $\theta'_{h'}$ une perpendiculaire $\theta'_{h'}\theta'$ égale à $\theta_h\theta$, on aura en θ' un nouveau point de $P_{v'}$; en joignant ce nouveau point à $i_{v'}$, la trace $P_{v'}$ sera déterminée.

On emploie le même procédé pour un changement du plan H en H′, il faut alors prendre la droite d parallèle au plan V.

Soient P_v, P_h les traces d'un plan P rapportées à un système de plans V et H se coupant suivant LT, on demande les traces $P_{v'}$, $P_{h'}$ du plan P par rapport à un autre système V′, H′ de plans rectangulaires entre eux et se coupant suivant L″T″ (*fig.* 10), le plan V′ étant perpendiculaire à H.

Considérons d'abord la ligne de terre L′T′ intersection du plan V′ et du plan horizontal H; par le point I_h, intersection de LT et L′T′, menons I_v et I_v respectivement perpendiculaires à ces deux lignes de terre, portons $I_h i_v$ de I_h en $i_{v'}$, joignons $i_{v'}$ avec le point de rencontre O′ de P_h et de L′T′, nous aurons la nouvelle trace verticale $P_{v'}$ du plan P. Prenons pour plan simultané de V′ un plan H′ qui lui soit perpendiculaire suivant la nouvelle ligne de terre L″T″, et nous répéterons le même genre de construction, c'est-à-dire que du point $K_{v'}$, où les deux dernières lignes de terre L′T′, L″T″ se croisent, nous leur mènerons perpendiculairement les deux droites $K_{v'}K_{h'}$ et $K_{v'}K_{h''}$, nous prendrons $K_{v'}K_{h''} = K_{v'}K_{h'}$ et nous joindrons $O''K_{h''}$, ce qui nous donnera la trace horizontale $P_{h''}$, et finalement les deux traces $P_{v'}$, $P_{h''}$ du plan P se coupant en O″ sur la ligne de terre L″T″.

Fig. 10.



Nous bornerons là ce que nous voulions dire sur ces exercices, avec lesquels il peut être bon de se familiariser dès le commencement de la Géométrie descriptive, surtout pour les personnes qui ne se proposent pas de pousser leurs études en ce genre beaucoup au delà *des préliminaires*. Autrement, on rencontre assez fréquemment, dans les applications, des occasions d'employer *les changements de plans de projections* pour attendre que ces occasions se présentent, et l'on s'en servira alors d'autant plus utilement, que le choix à faire sera motivé, en pareil cas, par la nature du problème à résoudre. C'est ce que font journellement les constructeurs, sans considérer pour cela comme une méthode de recherche ce qui n'est en réalité qu'une transformation de coordonnées.

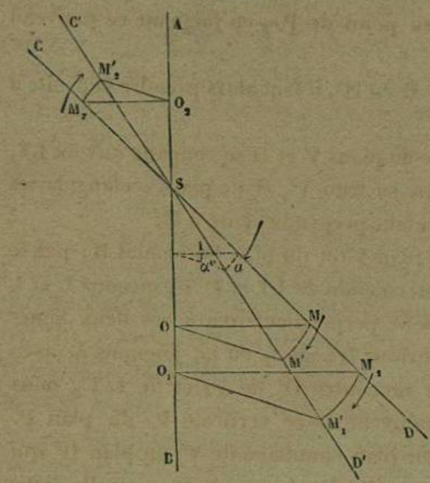
Il en est de même de ce qu'on est convenu, depuis quelque temps, d'appeler la *méthode des mouvements de rotation*, et qui n'est tout simplement qu'un changement de disposition des données relativement aux plans auxquels on les rapporte. Nous allons entrer dans quelques détails sur ce sujet.

Mouvements de rotation.

Étant données deux droites indéfinies AB et CD (*fig.* 1) qui se coupent en S; si l'on imagine que l'une d'elles, AB, restant fixe, l'autre, CD, tourne autour d'elle en la coupant toujours au même point S et en faisant constamment avec elle le même angle ASC, la droite mobile engendrera dans sa rotation, comme chacun sait, un cône de révolution, et les divers points M, M_1, M_2 de cette droite décriront

sur le cône des circonférences dont les plans seront perpendiculaires à la droite fixe, qui deviendra l'axe du cône. Les rayons de ces circonférences seront les perpendiculaires $M_1O_1, \ldots$, abaissées de chaque point $M_1, \ldots$, sur l'axe, et les centres seront les pieds $O, O_1, \ldots$, de ces mêmes perpendiculaires.

Fig. 1.



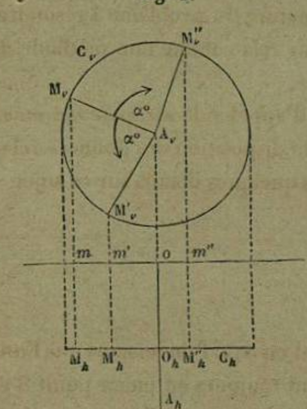
Il est évident que ces circonférences se projetteront, 1° en vraie grandeur sur un plan quelconque perpendiculaire à l'axe, et 2° suivant des droites sur un plan quelconque parallèle à l'axe. Ces droites seront d'ailleurs perpendiculaires à la projection même de l'axe sur ce dernier plan. On peut en outre observer que la droite ayant passé de la position CD à la position C′D′, les angles $\widehat{MOM'}$, $\widehat{M_1O_1M'_1}$, $\widehat{M_2O_2M'_2}, \ldots$, sont tous égaux entre eux, que par conséquent les arcs $\widehat{MM'}$, $\widehat{M_1M'_1}$, $\widehat{M_2M'_2}, \ldots$, décrits par les différents points $M, M_1, M_2, \ldots$, sont semblables, et qu'enfin on a la suite d'égalités

$$\frac{MM'}{OM} = \frac{M_1M'_1}{MO_1} = \frac{M_2M'_2}{OM_2} =, \ldots, \quad \frac{a}{1},$$

a étant la longueur de l'arc décrit avec l'unité de longueur pour rayon et correspondant à un déplacement angulaire $\alpha°$ de ce rayon. La longueur de l'arc décrit pendant le mouvement par l'un des points M sera d'autant plus grande, que la distance MS du point décrivant M à l'intersection S ou la distance MO de ce point M à l'axe sera plus considérable. Suivant que les points considérés seront comme M et M_1 d'un même côté, par rapport au point S, ou comme M et M_2 de côtés différents, les arcs décrits seront dirigés dans le même sens ou en sens contraire. Enfin la longueur de chaque arc est égale au rayon de cet arc multiplié par a.

Ces préliminaires établis, il est facile de voir comment on peut faire tourner un point, une droite ou un plan d'une quantité déterminée autour d'un axe donné, et retrouver, soit les projections du point, soit celles de la droite, soit les traces ou les génératrices du plan après la rotation.

Fig. 2.



Il est inutile de faire remarquer que si l'axe n'était pas perpendiculaire à l'un ou à l'autre des plans de projection, on devrait d'abord le mettre dans cette position à l'aide des changements de plan; sans quoi l'application des notions précédentes présenterait dans la pratique une complication aussi fâcheuse qu'inutile.

I^er^ PROBLÈME. — *Faire tourner un point* M *d'une quantité angulaire* $\alpha°$ *autour d'un axe* A_vA_h, *perpendiculaire au plan vertical* (*fig.* 2) *ou au plan horizontal* (*fig.* 3).

Dans le premier cas (*fig.* 2), le point M en tournant engendre une circonférence C qui a son centre O sur l'axe A, dont le plan est perpendiculaire à cet axe A, et par conséquent parallèle au plan vertical; cette circonférence se projettera donc verticalement suivant C_v, dont le centre est A_v et le rayon A_vM_v, et horizontalement suivant C_h parallèle à la ligne de terre; la nouvelle projection verticale du point M sera en M'_v ou en M''_v suivant que le déplacement angulaire α^o doit se produire dans un sens ou dans l'autre par rapport à l'axe, la projection horizontale M'_h ou M''_h située nécessairement sur C_h s'obtiendra par une ligne de rappel abaissée de M'_v ou de M''_v.

Dans le second cas (*fig.* 3), le point M a décrit une circonférence horizontale projetée horizontalement en vraie grandeur sur C_h, et verticalement suivant C_v parallèle à la ligne de terre. Le reste du tracé s'achève comme il a été dit ci-dessus; il y a encore deux solutions si le sens du mouvement nest pas donné d'avance.

Si le point M est placé dans l'un des plans de projection, l'une des deux projections de la circonférence C doit alors se confondre avec la ligne de terre.

II^e Problème. — *Faire tourner une droite* D *d'un angle donné* α^o *autour d'un axe* A.

Supposons d'abord (*fig.* 4) l'axe perpendiculaire au plan vertical, sa projection verticale A_v est un

Fig. 3.

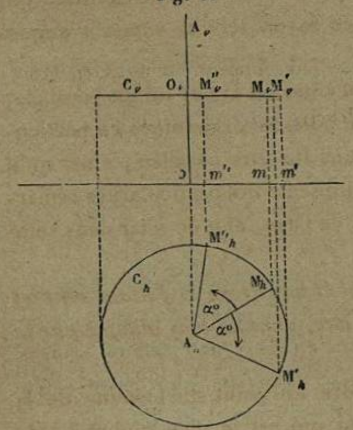
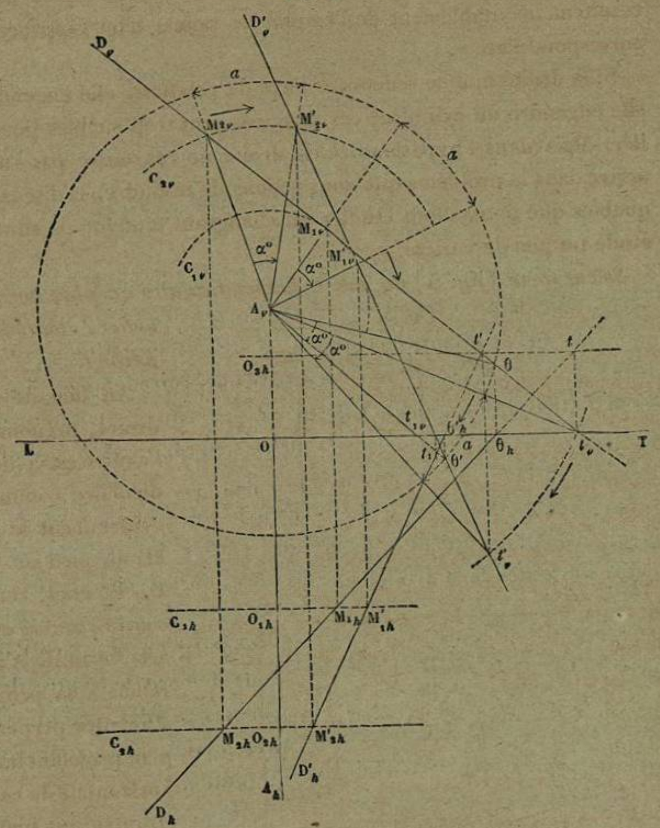


Fig. 4.



point et sa projection horizontale A_h une perpendiculaire à la ligne de terre. Prenons sur la droite D deux points M_1 et M_2 et faisons pour chacun d'eux ce que nous avons fait tout à l'heure (*fig.* 2) pour le point M, en supposant que la rotation ait lieu dans le sens indiqué par la flèche, afin de faire cesser toute incertitude.

Décrivons du point A_v comme centre, avec les distances de ce point aux deux points M_{1v} et M_{2v} pour rayons, les deux circonférences C_{1v}, C_{2v}, qui seront projetées horizontalement suivant C_{1h} et C_{2h}; prenons de M_{1v} en M'_{1v} un arc correspondant à la grandeur de l'angle α, faisons de même de

M_{2v} en M'_{2v}, et en joignant ces deux nouveaux points M'_{1v} et M'_{2v} nous aurons la projection verticale D'_v de la droite D dans sa nouvelle position D', en mettant les deux points M'_1 et M'_2 en projection horizontale M'_{1h}, M'_{2h}, et joignant, nous aurons la projection D'_h.

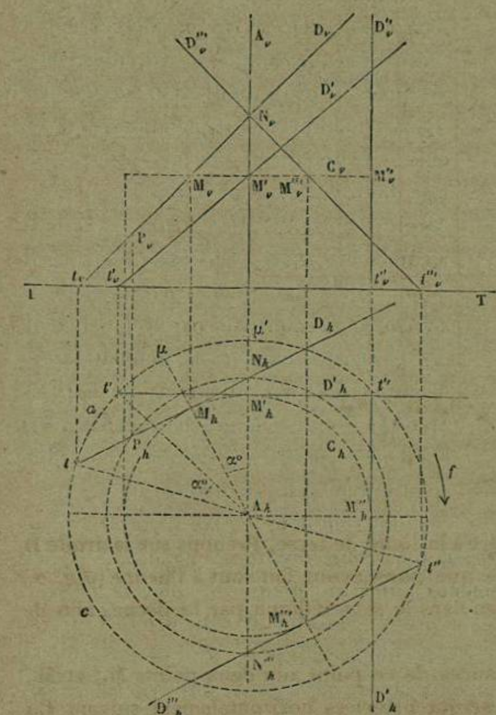
Nous avons, comme vérification, déterminé la nouvelle position θ', θ'_h de la trace verticale θ, θ_h; on devra chercher comme exercice ce que devient la trace horizontale t, t_v, et on remarquera que la droite rencontrait d'abord le plan vertical au-dessus du plan horizontal en θ et le plan horizontal en arrière du plan vertical en t; tandis qu'après son déplacement elle rencontre le plan vertical en θ' au-dessous du plan horizontal et ce dernier en t, en avant du plan vertical.

Afin de simplifier les constructions, il est commode d'employer toujours la même circonférence pour mesurer l'arc correspondant au déplacement angulaire α^o de chacun des rayons, que l'on a soin de prolonger dans ce cas jusqu'à cette circonférence. Nous avons adopté de préférence ici la circonférence du plus grand rayon $A_v\theta$, afin d'échapper le plus possible aux chances d'inexactitude qui résultent inévitablement de l'emploi de points trop rapprochés; ce rayon sera le rayon 1 auquel correspond l'arc a.

Si la droite mobile rencontre l'axe de rotation, elle engendre un cône, et si elle lui est parallèle, elle engendre un cylindre; ces deux cas sont trop simples pour que nous les examinions en particulier. Mais dans l'hypothèse où la droite ne rencontre pas l'axe sans lui être parallèle, ainsi qu'il arrive dans le problème que nous venons de résoudre, la discussion présente des particularités remarquables que nous allons étudier en changeant toutefois la situation de l'axe, afin de jeter dans cette étude un peu de variété.

Soient donc (*fig.* 5) *un axe* A *perpendiculaire au plan horizontal et une droite* D *faisant un tour entier autour de cet axe, dans le sens indiqué par la flèche f.*

Fig. 5.



Au lieu de prendre un point quelconque de la droite, prenons celui qui est le plus rapproché de l'axe, c'est-à-dire celui qui correspond à la perpendiculaire commune aux deux droites A et D. C'est évidemment le point M projeté horizontalement en M_h au pied de la perpendiculaire abaissée de A_h sur D_h. En effet, cette perpendiculaire commune ou *plus courte distance* est horizontale comme perpendiculaire à la verticale A; elle est donc, à cause de cela, parallèle à sa propre projection horizontale; elle est d'ailleurs perpendiculaire à D, conséquemment au plan projetant horizontal de D et par suite à D_h, trace horizontale de ce plan, donc enfin sa projection horizontale est bien A_hM_h. Il suit de là que *les projections horizontales de la droite* D, *dans ses positions successives, seront toutes tangentes à la circonférence* C_h *qui a pour rayon* A_hM_h. Il est d'ailleurs évident que les traces horizontales de toutes les positions de la droite D seront situées sur la circonférence c décrite du point A_h comme centre avec la distance A_ht pour rayon; il est facile d'après cela d'avoir les projections de la droite pour un déplacement angulaire donné α^o sans passer par les constructions