de Newton, en raison du carré de la distance. Supposons la lune transportée à la surface de la terre, cette valeur F, augmentée, inversement au carré de la distance, deviendra $F \times 60^2$, c'est-à-dire 3,600 fois plus grande, c'est-à-dire identique à celle de la pesanteur.

Ainsi, plus de doute : ce n'est pas à deux forces différentes, c'est à une force unique que nous avons affaire ; entre les mouvements célestes et les mouvements de nos projectiles, le mouvement lunaire sert, en quelque sorte, d'intermédiaire ; c'est la pesanteur qui trace aux astres leurs ellipses, comme à nos projectiles leurs paraboles ; l'astronomie devient une sorte de problème d'artillerie ; il n'y a pas de corps lancé par nous dans l'air qui ne commence une orbite autour de la terre, orbite bientôt interrompue, parce que la force projectile est trop petite, et que la pesanteur plus puissante réunit bientôt ces corps à la grande masse ; il leur arrive ce qui arriverait à la lune, si la force d'impulsion était incessamment diminuée par quelque résistance. Cette pesanteur terrestre, jusqu'alors conçue comme rigoureusement inaltérable, nous voyons qu'elle n'a pas un caractère absolu ; elle est relative à la position des corps dans le monde ; elle est susceptible de varier suivant cette position. Les variations qu'elle présente à la surface de notre globe sont trop délicates à constater pour que la physique eût pu en découvrir la loi sans le secours de la mécanique céleste. « Il fallait, dit Laplace, un astre voisin de nous, comme la lune, pour rendre cette loi très-sensible, et pour nous convaincre que la pesanteur sur la terre n'est qu'un cas particulier d'une force répandue dans tout l'univers. »

Pour caractériser d'une manière complète la force qui précipite les graves et fait circuler les planètes, il nous reste à dire que cette force est essentiellement universelle, réciproque et moléculaire. Jusqu'ici, nous n'avons envisagé l'*attraction* que comme l'action du soleil sur les planètes, de la terre sur la lune et sur les corps terrestres, des planètes à satellites sur ces planètes secondaires. Devons-nous étendre cette propriété attractive à la lune, aux autres satellites et aux planètes qui ne sont pas accompagnées de satellites ? Nous y sommes conduits d'abord par l'analogie ; la sphéricité commune à tous ces corps semble indiquer que leurs molécules sont réunis autour de leurs centres par une force, qui, à distances égales, les sollicite également vers ces points. Mais l'universalité et la réciprocité de l'*attraction* résultent d'une loi générale du mouvemement, posée par Newton, la loi de l'égalité constante et nécessaire entre la réaction et l'action. Le fer attire l'aimant comme il est attiré par lui. Les planètes et les comètes, qui sont attirées par le soleil, réagissent sur cet astre et l'attirent à leur tour en raison de leurs masses et inversement au carré des distances. Par le même principe, les satellites attirent les planètes et le soleil suivant la même loi. Cette réciprocité de gravitation, entre une planète et le soleil, ne saurait altérer le mouvement elliptique de la planète ; on peut, en effet, faire abstraction du mouvement du soleil ; alors la planète sera sollicitée vers lui par une force réciproque au carré des distances et proportionnelle à la somme de leurs masses. L'ellipticité du mouvement planétaire ne serait pas non plus altérée dans le cas où le système de la planète et du soleil serait emporté d'un mouvement commun dans l'espace. Par la même raison, le mouvement elliptique d'un satellite n'est point troublé par le mouvement de translation de sa planète, et il ne le serait point par l'action du soleil, si cette action était exactement la même sur la planète et sur le satellite. Quant à la gravitation des planètes les unes vers les autres, elle se manifeste dans les perturbations qu'elle fait éprouver aux mouvements planétaires, perturbations dont elle donne l'explication exacte, et qui par là même en démontrent mathématiquement l'existence.

La mutualité de l'*attraction* et la proportionnalité bien constatée entre l'intensité de cette force et la masse du corps qui l'exerce montre clairement qu'elle est propre à chaque molécule, et que toutes y participent indépendamment les unes des autres et avec une égale énergie, sauf la diversité des distances. « Si le soleil, dit Laplace, n'agissait que sur le centre de la terre, sans attirer chacune de ses parties, il en résulterait dans l'Océan des oscillations incomparablement plus grandes et très-différentes de celles qu'on y observe ; la pesanteur de la terre vers le soleil est donc le résultat des pesanteurs de toutes ses molécules. » Ainsi la gravitation moléculaire est seule réelle, et celle des masses n'en peut être que le résultat mathématique ; ainsi l'*attraction newtonienne*, considérée dans son plus haut degré de généralité, doit être énoncée ainsi : *Toutes les molécules de la matière s'attirent mutuellement, en raison directe des masses, et réciproquement au carré des distances.*

Mais comment, dans l'*attraction* des corps célestes, une force unique résulte-t-elle d'une infinité d'actions élémentaires ? Newton a établi, sur cette composition des *attractions* moléculaires de deux astres en une seule résultante, divers théorèmes qui reposent sur la forme presque exactement sphérique de tous les astres. Il a montré qu'en supposant une enveloppe sphérique dont toutes les molécules agissent par des *attractions* en raison inverse du carré des distances sur une molécule située en dehors à une distance quelconque, l'*attraction* totale qui résulte de toutes les *attractions* particulières est la même, par rapport à la molécule attirée, que si toutes les molécules attirantes se trouvaient réunies au centre de l'enveloppe sphérique qu'elles composent. Car, si l'on imagine qu'elles aillent toutes se placer dans ce point, les *attractions* de celles qui étaient plus voisines de la molécule attirée que le centre, diminuent nécessairement par suite de l'augmentation de distance, tandis que les *attractions* de celles qui étaient plus éloignées de la molécule attirée que le centre augmentent en vertu d'une distance plus petite ; il s'établit ainsi une compensation entre les *attractions* qui décroissent et celles qui prennent de l'accroissement, de manière que la somme des forces conserve sa valeur primitive. Maintenant, une sphère pouvant être considérée comme un assemblage d'enveloppes sphériques superposées, à chacune desquelles s'applique le même raisonnement, il en résulte que l'*attraction* totale de cette sphère sur une molécule extérieure est exactement la même que si la masse entière de cette sphère était condensée à son centre. Si l'on substitue à la molécule extérieure une autre sphère, les deux sphères s'attireront mutuellement en raison directe de leurs masses, et en raison inverse des carrés des distances entre leurs centres. Le théorème dont nous venons de donner une idée est très-remarquable, en ce qu'il donne la précieuse faculté de considérer les corps célestes comme de simples points pesants, dans l'étude de leurs mouvements de translation.

II. — Exposition sommaire des phénomènes qui se déduisent comme conséquences de l'attraction universelle. L'*attraction universelle* explique non-seulement les trois lois générales de Képler, mais encore les diverses anomalies par lesquelles les mouvements des planètes et des satellites s'écartent de ces lois, en un mot, tous les faits généraux et particuliers de la géométrie céleste. « La gravitation mutuelle des différents astres, dit à cet égard Auguste Comte, doit nécessairement altérer la parfaite régularité de leur mouvement principal, déterminé conformément aux lois de Képler, par la seule pesanteur de chacun d'eux vers le foyer de son orbite. Parmi ces divers dérangements, les plus considérables furent directement observés, dès l'origine de l'astronomie mathématique, dans l'école d'Alexandrie ; d'autres ont été aperçus plus tard de la même manière, à mesure que l'exploration du ciel est devenue plus précise ; enfin, les moindres n'ont pu être découverts que par l'emploi des moyens d'observation les plus perfectionnés de l'astronomie moderne. Tous sont maintenant expliqués, avec une admirable exactitude, par la théorie générale de la gravitation, qui a même devancé quelquefois l'inspection immédiate à l'égard des moins prononcés. Cet important résultat de l'ensemble des grands travaux mathématiques exécutés dans le siècle dernier, par les successeurs de Newton, constitue une des vérifications les plus décisives de la théorie newtonienne, surtout en ce qu'il met hors de doute l'universelle réciprocité de la gravitation entre tous les corps qui composent notre système solaire. »

Les inégalités du mouvement lunaire s'expliquent par le trouble qu'y apporte l'*attraction* exercée par le soleil sur la lune. Cette *attraction* varie suivant la position de la lune, qui se trouve tantôt plus près, tantôt plus loin du soleil. Dans les conjonctions, la lune se trouve entre la terre et le soleil. Elle est donc alors plus près de cet astre. Il l'attire par conséquent davantage, et augmente un peu sa distance à la terre. Au contraire, dans les oppositions, c'est la terre qui est plus attirée par le soleil et qui s'éloigne de la lune, d'où résulte, par rapport à nous, un effet semblable. Dans les quadratures, l'action du soleil, décomposée suivant le rayon vecteur lunaire tend à le diminuer ; mais le calcul fait voir que cet effort est moindre que l'augmentation qui a lieu dans les syzygies (conjonctions et oppositions), de sorte que, par l'effet moyen de ces variations, la lune se trouve soutenue à une plus grande distance de la terre qu'elle ne le serait sans l'action du soleil. Cette action étant variable dans les différents points de l'orbe de la lune, il doit en résulter dans le mouvement de cet astre des inégalités périodiques qui se reproduisent suivant les mêmes lois à chaque révolution ; mais leur intensité doit être différente suivant les diverses distances du soleil à la terre ; elle doit augmenter, par exemple, quand la terre est périhélie et diminuer quand elle est aphélie ; de là résulte une autre sorte d'inégalités qui servent de corrections aux précédentes, et qui, dépendant de la position de la terre dans son orbite, s'achèvent et se reproduisent chaque année. Le mouvement des nœuds de l'orbe lunaire et le changement de son inclinaison sur l'écliptique sont encore des conséquences nécessaires de l'action du soleil. Lorsque la lune, en tournant autour de la terre s'approche du plan de l'écliptique, le soleil l'attire vers ce plan et tend à l'y abaisser. Par l'effet de cette *attraction*, la lune perce l'écliptique un peu plus tôt et y arrive plus directement ; de là le mouvement rétrograde des nœuds et le changement d'inclinaison de l'orbite.

Des actions analogues s'exercent entre tous les corps planétaires et produisent leurs inégalités. Les mouvements de leurs nœuds, de leurs périhélies, et les changements d'inclinaison de leurs orbites sont dus à ces *attractions* réciproques : la loi de la gravitation universelle suffit pour les expliquer et les mesurer. S'il fallait considérer simultanément toutes ces causes de perturbations, la complication des calculs deviendrait énorme, et les difficultés seraient insurmontables. Les géomètres ont dû se réduire à analyser séparément le mouvement de chaque astre autour de celui qui en est le foyer, en ne considérant à la fois qu'un seul astre modificateur. C'est ce qui constitue en général le problème *des trois corps*, quoique cette dénomination n'ait d'abord été employée que pour la théorie de la lune. Du reste, la constitution du système solaire favorise cette simplification nécessaire des recherches mathématiques. Les astres qui composent ce système ont tous, comparativement au soleil, des masses extrêmement faibles, ce qui est la condition première de la petitesse habituelle des perturbations ; de plus, ils sont peu nombreux, isolés dans l'espace, à des distances considérables, et fort inégaux en masse ; de sorte que, dans presque tous les cas, et surtout dans les plus importants, le mouvement principal n'est sensiblement modifié que par l'action d'un seul corps. Auguste Comte fait remarquer avec raison que si les astres de notre monde eussent été plus multipliés, presque égaux en masse, très-rapprochés et beaucoup moins différents de l'astre central, quand même les inclinaisons et les excentricités de leurs orbites eussent continué à être fort petites, les perturbations seraient évidemment devenues beaucoup plus considérables et surtout bien plus variées, puisqu'un grand nombre de corps auraient presque également concouru à chacune d'elles. Dans de telles conditions, la mécanique céleste aurait probablement présenté une complication inextricable, n'étant plus réductible au seul problème des trois corps.

Les effets des *attractions* mutuelles des planètes sont surtout remarquables dans les mouvements de Jupiter et de Saturne. Ces deux planètes, les plus grosses de notre système, s'attirent avec beaucoup de force, causent mutuellement dans leurs orbites de grandes inégalités, dont les périodes embrassent plusieurs siècles, et dont cependant l'analyse moderne a dévoilé les lois.

Une des nombreuses et admirables conséquences de la théorie de *l'attraction universelle*, c'est le moyen qu'elle nous a donné de connaître les masses des planètes et l'intensité de la pesanteur à leur surface. Les perturbations qu'un astre fait éprouver au mouvement principal d'un autre dépendent de deux éléments : la distance et la masse de l'astre perturbateur. Ce dernier élément, qui est constant, est une inconnue qu'il est possible de déterminer par la connaissance du premier et des perturbations produites. Le tableau suivant, extrait de l'*Exposition du système du monde*, de Laplace, offre les valeurs les plus exactes des masses des planètes principales, celle du soleil étant prise pour unité.

Mercure	$\frac{1}{2025810}$
Vénus	$\frac{1}{356632}$
La Terre	$\frac{1}{337086}$
Mars	$\frac{1}{2546320}$
Jupiter	$\frac{1}{1067,09}$
Saturne	$\frac{1}{3534,08}$
Uranus	$\frac{1}{19504}$

Les volumes étant donnés par les diamètres apparents, en les comparant aux masses, on en conclut les densités des différentes planètes et les lois de la pesanteur à leur surface. « L'intervalle immense qui nous sépare de ces grands corps, dit Laplace, semblait devoir dérober pour toujours à l'esprit humain la connaissance des effets de la pesanteur à leur surface. Mais l'enchaînement des vérités conduit à des résultats qui paraissaient inaccessibles, quand le principe dont ils dépendent était inconnu. C'est ainsi que la mesure de l'intensité de la pesanteur à la surface du soleil et des planètes est devenue possible par la découverte de l'*attraction universelle*. »

La théorie de l'*attraction universelle* nous donne le moyen non-seulement d'évaluer les masses relatives des astres, mais encore de rapporter toutes ces masses à nos unités de poids habituels, par la détermination directe du véritable poids total de la terre. On conçoit, en effet, d'après la loi fondamentale de la gravitation, qu'une masse considérable, une montagne, par exemple, envisagée comme condensée en son centre de gravité, peut, quand le fil à plomb s'en trouve très-rapproché, le faire dévier vers elle d'une quantité presque insensible, sans doute, mais cependant susceptible d'être mesurée. Cette déviation, exactement appréciée, donne le rapport de la petite *attraction* de la montagne à l'*attraction* terrestre, rapport dont il est facile de déduire la masse de notre globe, lorsque l'on connaît la masse de la montagne ; or, ce dernier élément peut être connu, parce qu'on peut mesurer les dimensions de la montagne, et évaluer d'une manière assez exacte la densité des matériaux qui entrent dans sa composition.

L'*attraction universelle*, qui explique les mouvements célestes, explique également la forme arrondie des planètes. C'est elle qui, se combinant avec la force centrifuge du mouvement de rotation, a renflé leur équateur et aplati leurs pôles. C'est elle encore qui, par une conséquence de cet aplatissement, produit le balancement de ces corps autour de leur centre de gravité. Prenons la terre pour exemple : si elle était exactement sphérique, les particules de matière situées de part et d'autre de son centre seraient également attirées par le soleil, et il n'en résulterait autour de ce centre aucun mouvement ; mais le renflement de l'équateur trouble cette égalité. Les particules qui le composent peuvent être considérées comme autant de petites lunes adhérentes entre elles et au globe terrestre. Chacune d'elles doit éprouver des inégalités analogues à celles de la lune véritable, c'est-à-dire que ses nœuds doivent rétrograder sur l'écliptique par l'action du soleil. Or, ces particules, par suite de l'état solide qui les enchaîne au globe terrestre, ne peuvent avoir de mouvement sans le partager avec lui ; elles tendent donc à l'entraîner avec elles en rétrogradant ; et quoique leur mouvement, transmis à une si grande masse, soit considérablement affaibli, cependant il n'est pas tout à fait insensible ; la masse entière y cède peu à peu ; ainsi l'action du soleil détermine un mouvement rétrograde de l'intersection de l'équateur avec l'écliptique, c'est-à-dire des équinoxes.

La lune, agissant sur la terre comme le soleil, doit occasionner des mouvements analogues ; mais comme sa position autour de la terre change sans cesse, les effets qui en résultent sont également variables. Aussi l'action de la lune ne se borne pas, comme celle du soleil, à produire un mouvement dans les équinoxes ; elle fait varier l'obliquité de l'écliptique et produit la nutation de l'axe terrestre ; ces inégalités, dont elle est la cause propre, ont des périodes qui dépendent de ses mouvements. La valeur moyenne de la *précession* étant le résultat des actions réunies du soleil et de la lune, tandis que la *nutation* est produite par la lune seule, ces phénomènes sont très-propres à faire connaître le rapport des masses de ces astres ; aussi en a-t-on fait usage, sinon pour découvrir ce rapport, du moins pour vérifier la valeur que d'autres phénomènes lui assignent. L'aplatissement polaire de la terre a pu également être déterminé par la précession et la nutation de l'axe terrestre, dont il est la condition.

De tous les effets de l'*attraction* des corps célestes, le plus voisin de nous et le plus sensible est le phénomène du flux et du reflux de la mer. La théorie de Newton présente ici un intérêt particulier, en ce qu'elle établit une transition naturelle et évidente de la physique du ciel à celle de la terre, par l'explication astronomique d'un grand phénomène terrestre. L'inégale gravitation des diverses parties de l'océan vers le soleil et la lune, tel est le principe des marées. Les molécules liquides qui se trouvent, sur le sphéroïde terrestre, du côté du soleil, sont plus attirées par lui que le centre de la terre ; leur poids en est donc un peu diminué, comme l'est celui de la lune dans ses conjonctions. Il faut donc qu'une plus grande masse de liquide s'accumule de ce côté pour compenser la diminution de la pesanteur. La même chose arrive, par une cause différente, aux molécules d'eau situées sur l'hémisphère opposé ; elles sont moins attirées que le centre de la terre ; ce centre s'en éloigne, et leur poids diminue, comme celui de la lune dans les oppositions. Ainsi l'océan forme, sur la surface terrestre, deux élévations, deux protubérances opposées, situées sur la ligne droite qui joint le centre de la terre à celui du soleil. Cet effet diminue nécessairement à mesure qu'on s'écarte de cette ligne dans un sens quelconque, et devient nul dans les parties de la mer qui se trouvent à 90° du soleil ; le niveau doit même baisser dans ces parties pour fournir à l'exhaussement du reste. On voit comment l'action du soleil sur des molécules liquides, c'est-à-dire libres, tend, à raison de son inégale énergie, selon la diversité des lieux, à modifier un peu la surface naturelle de l'océan, en lui faisant prendre la forme d'un sphéroïde allongé vers cet astre. L'action de la lune produit des phénomènes analogues ; elle soulève aussi les eaux de l'océan ; la hauteur totale des marées dépend donc de l'action combinée de ces deux astres. Les variations régulières et périodiques qu'elles présentent tiennent à la rotation quotidienne de notre globe, aux phases mensuelles de la lune, aux changements naturels qu'éprouve, pendant le cours de l'année ou du mois, la distance de la terre à la lune ou au soleil. Aux deux syzygies, l'action du soleil et celle de la lune coïncident exactement ; la marée totale atteint alors son *maximum*, égal à la somme des deux marées lunaire et solaire. Dans les deux quadratures, au contraire, le moindre niveau produit par l'un des astres accompagne nécessairement le plus haut niveau produit par l'autre ; en sorte que l'on doit alors observer le *minimum* d'effet, égal à la différence des marées simples. La différence des périodes des marées lunaires et solaires a permis de reconnaître séparément les effets particuliers des deux astres, ce qui a donné la mesure de leur action. Celle de la lune sur les marées est de deux fois et demie à trois fois plus grande que celle du soleil, parce que la petitesse de ce satellite est plus que compensée par sa proximité. On a conclu de là le rapport des masses de la lune et du soleil. Ce rapport s'accorde avec celui que l'on peut déduire des autres phénomènes sur lesquels la masse de la lune exerce une influence sensible.

III. — Historique de l'attraction ou gravitation universelle. Le principe de l'*attraction*, dans le sens newtonien, a été d'abord entrevu par Copernic. La gravité, dit-il, n'est autre chose qu'une *tendance naturelle*, donnée par le Créateur à toutes les parties qui les porte à se réunir et à former des globes. Tout porte à croire que c'est cette force qui a donné à la lune et aux planètes une forme sphérique, et qui leur permet de conserver cette forme.

Bacon attribue la gravité à une *attraction* de la masse terrestre, *attraction* qu'il rapproche volontiers de la force magnétique. On ne peut faire, dit-il, que deux suppositions sur la gravité : il faut admettre ou que les graves tendent naturellement vers le centre de la terre, en vertu de leur texture ou constitution, ou qu'ils sont *attirés*, entraînés par la masse corporelle du globe terrestre, qui est comme l'*assemblée*, le *rendez-vous* de leurs *analogues* ou *congénères*, et qu'ils se portent vers elle en vertu de cette analogie ou affinité. Il ajoute que si la dernière cause est la véritable, la force et la vitesse avec lesquelles les graves se portent vers la terre doit être *en raison inverse de leur distance* à cette planète, ou *en raison directe de leur proximité, ce qui est précisément la loi de l'attraction magnétique*. Il propose une expérience décisive pour résoudre la question. « Prenez, dit-il, deux horloges, dont l'une ait pour moteur un poids de plomb, par exemple, et l'autre un ressort ; ayez soin de les éprouver et de les régler de manière que l'une n'aille pas plus vite que l'autre ; placez ensuite l'horloge à poids sur le faîte de quelque édifice fort élevé, et laissez l'autre en bas ; puis observez exactement si l'horloge placée en haut ne marche pas plus lentement qu'à son ordinaire, ce qui annoncerait que la force du poids serait diminuée. Tentez la même expérience dans les mines les plus profondes, afin de savoir si une horloge de cette espèce n'y marche pas plus vite qu'à l'ordinaire, par l'augmentation de la force du poids qui lui sert de moteur. Si l'on trouve que cette force diminue sur les lieux élevés et augmente dans les souterrains, il faudra regarder comme la véritable cause de la pesanteur l'*attraction* exercée par la masse corporelle de la terre. » Le même philosophe distingue, parmi les *vertus*, celles qui n'agissent que dans le seul cas d'un contact immédiat et manifeste ; celles qui agissent à distance, mais à des distances très-petites, et celles qui agissent à de très-grandes distances. Le choc des corps nous présente, dit-il, un exemple de la première espèce ; il faut que l'un des corps touche l'autre pour le déplacer. L'*attraction* exercée par l'ambre jaune et le jais sur les pailles et autres corps légers, la vertu magnétique par laquelle le fer et l'aimant se portent l'un vers l'autre sont des exemples de la seconde espèce. Enfin nous avons des exemples de vertus exerçant leur action à de grandes distances, dans la force magnétique de la terre, qui dirige l'aiguille aimantée, dans celle qui a pour cause une certaine *affinité entre le globe terrestre et les corps pesants*, ou *entre le globe de la lune et les eaux de la mer*.

Képler conçut le premier l'idée d'une synthèse des mouvements et des forces célestes et terrestres. Son génie analogique s'efforça de faire rentrer l'une dans l'autre la gravité, la force qui fait circuler les astres, et l'*attraction* magnétique. La gravité, dit-il, est une affection corporelle et mutuelle entre les corps, par laquelle ils tendent à s'unir. Deux corps isolés se porteraient l'un vers l'autre comme deux *aimants*, en parcourant, pour se joindre, des espaces réciproques à leurs masses. Si la terre et la lune n'étaient pas retenues à la distance qui les sépare par une force animale ou par quelque autre force équivalente, elles tomberaient l'une sur l'autre. Si la terre cessait d'attirer les eaux de l'océan, elles se porteraient sur la lune, en vertu de la force attractive de cet astre. Cette force, qui s'étend jusqu'à la terre, y produit les phénomènes du flux et du reflux de la mer. Le corps du soleil est magnétique ; il agit comme un *aimant* sur les planètes. De même qu'il y a dans l'aimant une vertu attractive qui se répand à la ronde, suivant les rayons d'une sphère d'une certaine étendue, ainsi il émane du soleil une force magnétique qui se répand tout autour. Gilbert a dit que la terre est un gros aimant ; nous avons tout lieu de croire qu'il en est de même de tous les astres. La terre est le *pôle* de la lune, comme le soleil est le pôle des planètes. On voit que la première idée de l'*attraction universelle* fut conçue sur le type de la force magnétique, et que cette conception erronée, dont Newton a fait justice par le calcul, a sa source dans le développement donné par le physicien anglais Gilbert à l'étude du magnétisme, et dans l'assimilation très-heureuse et très-exacte faite par ce physicien de la terre à un aimant.

Après Képler, Descartes essaya également d'embrasser dans un système unique tous les mouvements de la nature. Mais, pour lui, il n'y eut plus d'action à distance, plus de tendance, d'activité spontanée de la matière, plus d'*attractions* d'aucune espèce, ni céleste, ni terrestre, ni magnétique, ni électrique ; circulation des planètes dans le ciel et pesanteur des corps sur la terre furent expliquées par le mouvement en anneau de grands amas de matière subtile, entraînant la matière grossière et massive des planètes et des satellites. « Tout de même, dit l'auteur des *Principes de la philosophie*, que dans les détours des rivières où l'eau se replie en elle-même et tournoyant ainsi fait des cercles, si quelques fétus flottent parmi cette eau, on peut voir qu'elle les emporte et les fait mouvoir en rond avec soi ; et même, parmi ces fétus, on peut remarquer qu'il y en a souvent quelques-uns qui tournent aussi autour de leur propre centre ; et que ceux qui sont plus proches du centre du tourbillon qui les contient, achèvent leur tour plus tôt que ceux qui en sont plus éloignés ; et, enfin, que, bien que ces tourbillons d'eau affectent toujours de tourner en rond, ils ne décrivent presque jamais des cercles entièrement parfaits, et s'étendent quelquefois plus en long et quelquefois plus en large, de façon que toutes les parties de la circonférence qu'ils décrivent ne sont pas également distantes du centre ; ainsi, on peut aisément imaginer que toutes les mêmes choses arrivent aux planètes, et il ne faut que cela seul pour expliquer tous leurs phénomènes. » C'est la force centrifuge considérable de la matière subtile ou céleste qui détermine la pesanteur de la matière grossière ou terrestre. « La matière subtile a plus de force à s'éloigner du centre autour duquel elle tourne, que n'ont aucunes des parties de la terre, ce qui fait qu'elle est légère à leur égard ; et il faut remarquer que la force dont la matière subtile tend à s'éloigner du centre de la terre ne peut avoir son effet, si ce n'est que celles de ses parties qui s'en éloignent montent en la place de quelques parties terrestres, qui descendent en même temps en la leur. Chacun des corps qu'on nomme pesants n'est pas poussé vers le centre de la terre par toute la matière du ciel qui l'environne, mais seulement par les parties de cette matière qui montent en sa place lorsqu'il descend, et qui, par conséquent, sont toutes ensemble justement aussi grosses que lui. »

Descartes construisait le monde avec une matière inerte, indéfiniment divisible, mue par masses dès l'origine, et dans laquelle la même quantité de mouvement se conservait ; il n'avait pas besoin de donner à cette matière, sous le nom d'*attractions*, des espèces d'appétitions, une sorte de vie. Cette physique mécanique, qui rompait avec la tradition, satisfaisait les savants, parce qu'elle niait les propriétés occultes, et les philosophes spiritualistes, parce qu'elle dépouillait la matière au profit de l'esprit ; elle régna longtemps sur le continent. Malheureusement, les mouvements des comètes, dirigés dans tous les sens, ne s'accordaient pas mieux avec les tourbillons de Descartes qu'avec les cieux solides et tout l'appareil des cercles imaginés par les anciens astronomes ; la mécanique céleste du philosophe français fut ruinée, comme l'avait été la géométrie céleste de Ptolémée, par ces astres indisciplinables.

La patrie de Bacon et de Gilbert, l'Angleterre, était restée fidèle à la physique vitaliste, à l'idée d'*attraction*. Hook faillit enlever à Newton la gloire de la plus admirable et de la plus féconde des découvertes. Dans son *Essai pour prouver le mouvement de la terre*, il reconnaît : 1° que tous les corps célestes ont non-seulement une *attraction* vers leurs propres centres, mais qu'ils s'attirent mutuellement l'un l'autre dans leur sphère d'activité ; 2° que tous les corps qui ont un mouvement simple et direct continuent à se mouvoir en ligne droite, si quelque force, dont l'action est constante, ne les contraint pas de décrire un cercle, une ellipse ou quelque autre courbe plus compliquée ; 3° que l'*attraction* est d'autant plus puissante que les corps attirants sont plus près l'un de l'autre. Mais Hook n'était pas mathématicien ; il ne put trouver la loi, ni par là même fournir la démonstration de la force qu'il supposait.

Il était réservé à Newton de nous faire connaître le véritable système du monde, et de s'élever jusqu'à la loi générale dont les lois des mouvements célestes et les lois de la chute des corps ne sont que des expressions particulières. « La nature, dit Laplace, en le douant d'un profond génie, prit encore soin de le placer dans les circonstances les plus favorables. Descartes avait changé la face des sciences mathématiques par l'application féconde de l'algèbre à la théorie des courbes et des fonctions variables. Fermat avait posé les fondements de l'analyse infinitésimale par ses belles méthodes des *maxima* et des tangentes. Wallis, Wren et Huyghens venaient de trouver les lois de la communication du mouvement. Les découvertes de Galilée sur la chute des graves, et celles de Huyghens sur les développées et la force centrifuge, conduisaient à la théorie du mouvement dans les courbes. Képler avait déterminé celles que décrivent les planètes, et il avait entrevu la gravitation universelle. Enfin, Hook avait très-bien vu que les mouvements planétaires sont le résultat d'une force primitive de projection combinée avec la force attractive du soleil. La mécanique céleste n'attendait ainsi pour éclore qu'un homme de génie, qui, rapprochant et généralisant ces découvertes, sût en tirer la loi de la pesanteur. C'est ce que Newton exécuta dans son ouvrage des *Principes mathématiques de philosophie naturelle.* »

Les premières idées qui donnèrent naissance aux recherches de Newton sur le système du monde lui vinrent en 1666. Étant à la campagne, où il avait cherché un refuge contre la peste de Londres, il vit un jour tomber une pomme. Il réfléchit sur ce fait si familier, et se demanda si, en supposant le point de départ plus élevé, par exemple à la distance de la lune, cette pomme serait tombée de même ; il n'hésita pas à étendre jusque-là la puissance qui fait tomber les graves. Si cela est, se dit-il, cette puissance doit nécessairement influer sur les mouvements de la lune ; peut-être sert-elle à maintenir cet astre dans son orbite. Et, quoique la force de la gravité ne soit pas sensiblement affaiblie par un petit changement de distance, tel que nous pouvons l'observer sur la terre, il est très-possible qu'à la distance où se trouve la lune, cette force soit fort diminuée. Pour estimer quelle pouvait être la quantité de cette diminution, Newton songea que, si la lune était retenue dans son orbite par la force de la gravité, il n'y avait pas à douter que les planètes principales ne tournassent autour du soleil en vertu de la même puissance. De la troisième loi de Képler il déduisit que la force centrale qui les retenait dans leurs orbites devait diminuer en raison inverse du carré de la distance. Il supposa donc que le pouvoir de la pesenteur s'étendait du centre de la terre jusqu'à la lune, en diminuant dans le même rapport ; puis il calcula si cette force serait suffisante pour retenir la lune dans son orbite. Comme il faisait ces calculs en se basant sur une mesure fautive du méridien, il parvint à un résultat différent de celui qu'il attendait ; et soupçonnant que des forces inconnues se joignaient à la pesanteur de la lune, il abandonna ses idées. Quelques années après, une lettre du docteur Hook lui fit rechercher la nature de la courbe décrite par les projectiles autour du centre de la terre. Picard venait de mesurer en France un degré du méridien ; Newton reconnut, au moyen de cette mesure, que la lune était retenue dans son orbite par le seul pouvoir de la gravité supposée réciproque au carré des distances. D'après cette loi, il trouva que la ligne décrite par les corps dans leur chute est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers. Considérant ensuite que Képler avait reconnu, par l'observation, que les orbes des planètes sont pareillement des ellipses, au foyer desquelles le centre du soleil est placé, il eut la satisfaction de voir que sa solution s'appliquait aux plus grands objets de la nature. Ces détails, que nous tenons de Pemberton, contemporain et ami de Newton, nous montrent la marche suivie par ce grand géomètre. Parvenu au principe général de l'*attraction* proportionnelle aux masses et réciproque au carré des distances, il en vit découler tous les phénomènes du système du monde. Il montra que deux sphères formées de couches concentriques et de densités variables, suivant des lois quelconques, s'attirent mutuellement comme si leurs masses étaient réunies à leurs centres, et qu'ainsi les corps du système solaire agissent, à très-peu près, comme autant de centres attractifs les uns sur les autres, et même sur les corps placés à leur surface. Il prouva que le mouvement de rotation de la terre a dû l'aplatir à ses pôles, et il détermina les lois de la variation des degrés des méridiens et de la pesanteur à sa surface. Il vit que les *attractions* du soleil et de la lune font naître et entretiennent dans l'océan les oscillations qu'on y observe sous le nom de *flux* et *reflux de la mer*. Il reconnut que plusieurs inégalités de la lune et le mouvement rétrograde de ses nœuds sont dus à l'action du soleil, et que les actions combinées du soleil et de la lune produisent la précession des équinoxes. Quant à la question des perturbations planétaires, Newton l'aborda sans la résoudre. Ses successeurs, Euler, d'Alembert, Clairaut, Lagrange et Laplace, plus heureux, complétèrent son œuvre en faisant rentrer dans les lois mêmes de l'*attraction universelle* des faits qui semblaient la contredire. De nos jours, enfin, on a pu voir la mécanique céleste, c'est-à-dire la science du calcul des *attractions* célestes, devenir, entre les mains de M. Leverrier, un instrument de découvertes, et, devançant l'observation, lui marquer le point du ciel où elle devait diriger son télescope. Au point précis dont la détermination était due au calcul, on trouva la planète qui pouvait seule expliquer les perturbations d'Uranus, et qui fut nommée d'abord Le Verrier, puis Neptune.

— Mécan. Lorsqu'on étudie les actions mutuelles des astres, soumis à la loi de Newton, on est naturellement porté à les considérer comme des points matériels : la petitesse de leurs dimensions et l'immensité des distances qui les séparent les uns des autres, paraissent, en effet, légitimer complétement une pareille réduction, quelques formes que l'on puisse leur supposer.

Il était toutefois important de soumettre cette hypothèse à une analyse rigoureuse.

Les géomètres se sont surtout préoccupés des deux cas simples et remarquables que présente notre monde planétaire : celui de corps sphériques composés de couches concentriques homogènes, et celui de corps terminés par des surfaces ellipsoïdales, divisés en couches homogènes par d'autres surfaces ellipsoïdales semblables. Ce sont les deux cas que semblent devoir offrir les planètes, selon que la rotation diurne en est lente ou rapide.

Nous renverrons, pour les détails compliqués que présente la question dans le second cas, à l'article Ellipsoïde, mais nous traiterons ici complétement de celui des corps sphériques, qui présente un intérêt plus général.

L'attraction mutuelle de deux masses élémentaires μ et μ' séparées par une distance ρ, est, suivant la loi de Newton,

$$\frac{f\mu\mu'}{\rho^2}$$

f désignant une constante. Cela posé, considérons une couche homogène, ayant pour densité δ, comprise entre deux sphères de rayons r et $r+dr$, et un point matériel de masse m placé à la distance l du centre de la couche sphérique : décomposons la couche sphérique en éléments annulaires, par une série de surfaces coniques ayant pour sommet commun le centre de la couche, pour axe, la ligne menée du centre de cette couche au point matériel considéré, et telles que le demi-angle au sommet croisse de $d\varphi$ en passant de l'une à l'autre ; enfin, décomposons chacun des anneaux par une série de plans passant par leur axe commun et distants entre eux d'un angle $d\theta$.

Le volume d'un des éléments sera

$$r^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\theta\, dr,$$

sa masse sera donc

$$\delta r^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\theta\, dr ;$$

le carré de la distance moyenne de cet élément au point attiré sera

$$l^2+r^2-2lr\cos\varphi,$$

par conséquent, la force attractive sera représentée par

$$f\frac{m\delta r^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\theta\, dr}{l^2+r^2-2lr\cos\varphi},$$

et la composante de cette force suivant la ligne des centres sera

$$f\frac{m\delta r^2\, d\varphi\, d\theta\, dr}{l^2+r^2-2\ r\cos\varphi}\cdot\frac{l-r\cos\varphi}{\sqrt{l^2+r^2-2lr\cos\varphi}}\sin\varphi.$$

Quant à sa composante perpendiculaire à la ligne des centres, nous ne nous en occuperons pas, parce qu'il est clair qu'elle sera détruite par une autre égale et de sens contraire, de sorte que la résultante générale des actions de la couche sphérique sur le point matériel considéré ne pourra être dirigée que suivant la ligne des centres.

Cette résultante générale est, d'après ce qui précède, représentée par l'intégrale double

$$\iint f\frac{m\delta r^2\, d\varphi\, d\theta\, dr\,(l-r\cos\varphi)}{(l^2+r^2-2lr\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}\sin\varphi$$

où φ et θ sont les seules variables, et doivent croître : la première, φ, de o à π ; et la seconde, θ, de o à 2π.

Cette intégrale se réduit immédiatement à

$$f2\pi m\delta r^2 dr\int_0^\pi \frac{l-r\cos\varphi}{(l^2+r^2-2lr\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}\sin\varphi\, d\varphi.$$

Pour effectuer l'intégration restante, on pourra prendre pour variable indépendante la distance du point matériel à l'élément de la couche : cette distance est donnée par l'équation

$$\rho^2 = l^2+r^2-2lr\cos\varphi$$

d'où

$$\rho\, d\rho = lr\sin\varphi\, d\varphi$$

et

$$l-r\cos\varphi = \frac{\rho^2+l^2-r^2}{2l}$$

La substitution fait prendre à l'intégrale la forme

$$f\frac{\pi m\delta r dr}{l^2}\int\frac{\rho^2+l^2-r^2}{\rho^2}d\rho$$

et l'intégration donne

$$f\frac{\pi m\delta r dr}{l^2}\left[\rho-\frac{l^2-r^2}{\rho}\right]$$

Cela posé, lorsque le point attiré est intérieur à la couche, les limites de l'intégrale sont

$$\rho' = r-l \quad \text{et} \quad \rho'' = r+l,$$

l'intégrale se réduit donc alors à

$$f\frac{\pi m\delta r dr}{l^2}\left[2l-(l^2-r^2)\left(\frac{1}{r+l}-\frac{1}{r-l}\right)\right]$$

ou zéro.

Ainsi, *une couche sphérique homogène n'exerce aucune attraction sur un point matériel placé dans son intérieur ;* il en est, par conséquent, de même d'une suite de couches concentriques séparément homogènes. Par exemple, un point matériel, placé au fond d'un puits de mine, n'éprouverait d'*attraction* que de la part des couches plus rapprochées du centre de la terre, si toutefois on suppose notre planète composée de couches présentant une même densité à la même profondeur.

Supposons maintenant le point matériel en dehors de la couche élémentaire que nous