

moins que le fond. Lorsque les rivières sont torrentielles à fond de gravier, il paraîtrait d'après l'écoulement des plus grandes eaux des crues les graviers du fond cesseraient de marcher, et il s'établirait un état d'équilibre tel, que, dans toute l'étendue de son cours, la rivière se trouverait partagée en biefs plus ou moins profonds, séparés par des bancs de gravier, que les crues suivantes déplaceraient fort peu, et dont elles diminueraient rarement le nombre. On appelle en général *racles* ou *moûlles* ces biefs successifs où la vitesse de l'eau est ordinairement très-faible, et l'on nomme *maîtres, barres, treuils, haute-fonds*, les exhaussements du fond sur lesquels la profondeur est faible et où la vitesse est, au contraire, considérable. Les crues s'élevaient moins haut et durent plus longtemps, toutes choses égales d'ailleurs, dans les parties inférieures d'un cours d'eau que vers sa source.

— *Étiage.* L'étiage est la hauteur que conservent les eaux à l'époque où elles sont le plus basses; cette époque, en France, a lieu de juin en septembre.

Vitesse. Le mouvement des molécules liquides d'un cours d'eau est produit par la pente de sa superficie; cette pente se peut donc croître, toutes choses égales d'ailleurs, sans que la vitesse croisse en même temps. Toutefois, si l'on fait d'abord abstraction des résistances du lit, on comprend que, dans le récipient n° 1 pas lieu, et que la vitesse doit augmenter sans qu'il y ait accroissement de pente, comme cela arrive quand un corps descend sans frottement le long d'un plan incliné.

Cependant l'observation et quelques expériences semblent prouver que, jusque dans les cours d'eau dont la pente est très-forte, l'accélération des molécules liquides devient insensible, au bout d'un temps assez court, dans les parties du lit dont la section et le débit sont constants, et que la vitesse moyenne de la masse liquide y devient bientôt uniforme. On en a conclu : 1° que la somme des résistances de tout genre qui s'opposent à l'accroissement de la vitesse moyenne, acquise au bout d'un certain temps, est égale à la composante du poids des molécules parallèle à la pente; 2° que cette vitesse moyenne ne pouvait croître, en général, sans que la pente de superficie augmentât en même temps et réciproquement. Pour déterminer la vitesse de superficie d'un ruisseau ou d'un cours d'eau, on emploie divers moyens. Dubuat se servait d'une petite roue à palettes, très-mobilité sur son axe, qu'il disposait au-dessus du courant, de manière que l'eau vint choquer les palettes à l'instant où elles-ci passaient au-dessous de l'arbre. La résistance à la rotation de la roue étant sensiblement nulle, la vitesse de l'eau est égale à celle des aubes, au centre de la surface frappée par le courant, vitesse que l'on déduit facilement du nombre de tours. Un moyen plus usuel consiste dans l'emploi de flotteurs. On cherche, à l'aide de quelques flotteurs en bois d'une densité à peu près égale à celle de l'eau, le filet du plus fort courant. La situation de ce filet reconnue, on fait placer deux repères fixes à une certaine distance l'un de l'autre, on lâche un flotteur en amont et à une certaine distance du premier repère; à l'aide d'un montre à secondes, on remarque l'instant précis où le flotteur passe au droit du premier repère, puis celui où, emporté par le courant, il atteint le second repère d'aval; la vitesse V est alors le quotient de la longueur développée de l'axe du cours d'eau compris entre les repères et le second repère, divisée par le nombre de secondes écoulées entre les deux passages. Pour mesurer la vitesse d'un cours d'eau en un point quelconque de sa profondeur, on fait usage des divers appareils qui donnent cette vitesse avec plus ou moins d'exactitude. Ces appareils sont :

1° *Le tube de Pitot*, ainsi appelé du nom de son inventeur, qui consiste en un simple tube recourbé, ouvert par les deux bouts, dont la plus grande branche est placée verticalement pendant que l'autre est directement exposée à l'action du courant liquide dont on veut mesurer la vitesse en un point quelconque. Le liquide entre par l'ouverture de la branche horizontale et s'éleve dans le tube vertical à une certaine hauteur au-dessus du niveau de l'eau du cours d'eau. La hauteur h du liquide dans le tube vertical au-dessus du niveau extérieur étant mesurée sur le tube, on en conclut pour la vitesse du courant

$$V = \sqrt{2gh}$$

formule dans laquelle V est la vitesse cherchée, g l'accélération de vitesse due à la pesanteur, et h un coefficient numérique dont les expériences de Dubuat semblent fixer la valeur à 1,19. Pour rendre l'instrument plus sensible, Dubuat a donné à la branche horizontale la forme d'un entonnoir; avec un tube ainsi construit, il a trouvé que le coefficient M est égal à 1,50, et par suite que la vitesse était

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{M}}$$

2° *Le moulinet de Woltmann*, qui se compose d'un arbre tournant sur des appuis fixes et portant deux ou quatre bras, au bout desquels sont des ailettes plates ou hélicoïdales. L'arbre engrené à volonté avec un système de roues dentées qui communiquent avec un compteur sur lequel on lit le nombre de tours dans un temps déterminé. Pour mesurer la vitesse d'un courant, l'instrument, dont les dimensions sont assez petites, est plongé dans le courant, au point où on veut connaître la vitesse, et disposé de manière que l'arbre soit parallèle au fil de l'eau et dans le même sens. On le maintient dans cette position à un piquet fixe, le long duquel on peut le faire glisser, si l'on veut mesurer la vitesse en différents points de la profondeur du cours d'eau. Les ailettes, ayant leurs plans obliques à l'axe, reçoivent du courant une force dont la composante perpendiculaire oblige l'appareil à tourner. Un système d'embrayage permet de mettre le compteur en marche à l'instant où l'on veut, ce que l'on fait lorsque, tous les préparatifs étant terminés, on peut suivre des yeux l'aiguille d'un montre à secondes. Lorsqu'un certain nombre de secondes s'est écoulé, on arrête le compteur, on retire l'instrument de l'eau et on constate le nombre de tours N qu'il a faits dans le temps qu'on a mesuré. De cette donnée on déduit la vitesse du courant

$$V = N \left(\beta + \sqrt{\beta^2 + \frac{\delta}{N}} \right)$$

β, δ, α désignent trois coefficients qui ne varient pas pour un moulinet donné, et qui se déterminent au moyen d'un certain nombre d'expériences, dans lesquelles on connaît V et N. Ces expériences peuvent se faire, par exemple, en déplaçant l'instrument avec une vitesse connue dans une eau tranquille. On peut aussi exposer l'appareil à l'action de courants dont la vitesse en certains points aurait été déterminée préalablement à l'aide de flotteurs.

3° *L'anémomètre* de M. Combes, qui est un moulinet analogue à celui de Woltmann.

4° *Le vélocimètre* de MM. Overduyn et Drouin; le principe de cet instrument repose sur la contraction de la veine liquide, dont l'effet, constaté il y a un siècle, par Daniel Bernoulli, a été appliqué par Venturi, au moyen du tube à double cône qui porte le nom de ce savant. C'est la pression négative ou plutôt l'aspiration à laquelle elle donne lieu dans la

horizontales sont en cuivre, et l'une d'elles est toujours dirigée dans le fil du courant, en sens opposé, pendant que l'autre peut recevoir des ailettes de diverses formes. Ces ailettes sont orientées dans le courant, de manière qu'il se produise sur leur entrée une non-pression. L'appareil étant placé dans le courant, l'eau s'élève dans le tube d'amont à une hauteur h au-dessus du niveau extérieur, tandis que le niveau H dans le tube d'aval marque une dépression, c'est-à-dire se maintient au-dessous du niveau extérieur. Si M' et M'' sont deux coefficients dépendant de la construction de l'appareil, et que l'on détermine une fois pour toutes, la valeur de la vitesse est exprimée par la relation

$$V = \sqrt{\frac{2g(h+H)}{M'+M''}}$$

Des robinets placés sur les branches permettent d'empêcher le liquide d'en sortir, et de lire à loisir sur la graduation la distance h + H.

5° *Le pendule hydrométrique*, qui consiste dans une boule d'ivoire ou de métal creux, soutenue par un fil dont l'extrémité est attachée au centre d'un quart de cercle gradué. Le fil est vertical lorsque la boule n'est sollicitée que par son poids; mais si une force horizontale vient à agir, le fil s'incline de manière à prendre la direction de la résultante des forces verticale et horizontale. Soient P le poids de la boule, Q l'action d'un courant horizontal dans lequel la boule est plongée, et c un coefficient constant, on a pour la vitesse

$$V = \sqrt{\frac{P}{c} \tan \alpha}$$

α étant l'angle que le fil fait avec la verticale lorsque la boule est en équilibre dans le courant.

6° *Le tachymètre de Brinings*, qui est fondé sur le même principe que le pendule hydrométrique, se compose d'une petite plaque exposée directement à l'action d'un courant qui produit sur elle une force représentée par cV²; cette force se transmet à l'extrémité d'une romaine par une tige horizontale qui fait corps avec la petite plaque, traverse la pièce verticale qui sert de support à la romaine, et se termine dans une corde fixée après le fléau de cette dernière. La force cV² est équilibrée au moyen d'un poids mobile sur le fléau. Si l'on nomme x la distance de ce poids P à la verticale du point d'appui de la romaine, α la distance de ce même poids à la verticale de la corde, on aura pour la vitesse

$$V = \sqrt{\frac{Px}{ac}}$$

c'est-à-dire que la vitesse sera proportionnelle à la racine carrée de x.

7° *Le moulinet de Woltmann*, qui se compose d'un arbre tournant sur des appuis fixes et portant deux ou quatre bras, au bout desquels sont des ailettes plates ou hélicoïdales. L'arbre engrené à volonté avec un système de roues dentées qui communiquent avec un compteur sur lequel on lit le nombre de tours dans un temps déterminé. Pour mesurer la vitesse d'un courant, l'instrument, dont les dimensions sont assez petites, est plongé dans le courant, au point où on veut connaître la vitesse, et disposé de manière que l'arbre soit parallèle au fil de l'eau et dans le même sens. On le maintient dans cette position à un piquet fixe, le long duquel on peut le faire glisser, si l'on veut mesurer la vitesse en différents points de la profondeur du cours d'eau. Les ailettes, ayant leurs plans obliques à l'axe, reçoivent du courant une force dont la composante perpendiculaire oblige l'appareil à tourner. Un système d'embrayage permet de mettre le compteur en marche à l'instant où l'on veut, ce que l'on fait lorsque, tous les préparatifs étant terminés, on peut suivre des yeux l'aiguille d'un montre à secondes. Lorsqu'un certain nombre de secondes s'est écoulé, on arrête le compteur, on retire l'instrument de l'eau et on constate le nombre de tours N qu'il a faits dans le temps qu'on a mesuré. De cette donnée on déduit la vitesse du courant

$$V = N \left(\beta + \sqrt{\beta^2 + \frac{\delta}{N}} \right)$$

β, δ, α désignent trois coefficients qui ne varient pas pour un moulinet donné, et qui se déterminent au moyen d'un certain nombre d'expériences, dans lesquelles on connaît V et N. Ces expériences peuvent se faire, par exemple, en déplaçant l'instrument avec une vitesse connue dans une eau tranquille. On peut aussi exposer l'appareil à l'action de courants dont la vitesse en certains points aurait été déterminée préalablement à l'aide de flotteurs.

8° *L'anémomètre* de M. Combes, qui est un moulinet analogue à celui de Woltmann.

9° *Le vélocimètre* de MM. Overduyn et Drouin; le principe de cet instrument repose sur la contraction de la veine liquide, dont l'effet, constaté il y a un siècle, par Daniel Bernoulli, a été appliqué par Venturi, au moyen du tube à double cône qui porte le nom de ce savant. C'est la pression négative ou plutôt l'aspiration à laquelle elle donne lieu dans la

section rétrécie, à l'intersection des deux coudes dont le tube de Venturi est formé, que M. Overduyn, professeur à l'Académie royale de Delft, a utilisé pour créer le vélocimètre. Pour déterminer la vitesse d'un courant dans un fleuve ou une rivière, il suffit de plonger le tube dans l'eau; la pression indiquée fait connaître la vitesse du liquide. Depuis longtemps l'expérience a fait connaître que les vitesses aux différents points d'une même section d'un cours d'eau ne sont pas les mêmes. La vitesse maximum V a lieu à la surface, vers le point qui répond à la plus grande profondeur; la vitesse minimum W a lieu en un point situé au fond sur la même verticale que V. On appelle vitesse moyenne celle qui, multipliée par l'axe de la section, donne le débit ou la dépense d'un cours d'eau, c'est-à-dire le volume qui traverse la section pendant l'unité de temps; soit U cette vitesse, on a

$$U = \frac{Q}{S}$$

Q étant le débit par seconde, S la section du cours d'eau. Dubuat a proposé la relation empirique suivante pour lier ensemble les vitesses de superficie, de fond et moyenne :

$$U = \frac{1}{2}(V+W)$$

D'un autre côté, Prony a cherché le rapport entre U et V, et l'a trouvé variable avec V; les expériences de divers hydrauliciens l'ont conduit à poser

$$U = V \times \frac{V+2,37}{V+3,15}$$

Le rapport de U ne s'écartant pas beaucoup de 0,80 en attribuant diverses valeurs à V, beaucoup d'hydrauliciens se contentent de la relation simple

$$U = 0,80 V$$

Ces formules ne tenant aucun compte de toutes les circonstances par lesquelles un cours d'eau peut être affecté, on a cherché par la forme que par la grandeur des sections, il ne faut pas les considérer comme générales; d'ailleurs les expériences de Dubuat, qui ont contribué à l'établissement de ces formules, ont été faites dans des canaux en bois de petites dimensions qui ne pouvaient guère être assimilés aux cours d'eau naturels. M. Defontaine, ancien inspecteur général des ponts et chaussées, a observé les vitesses du Rhin en divers points, tous situés sur une même verticale, et à chaque section S, s'oppose à l'accélération de la vitesse moyenne U, comme proportionnelle : 1° à la masse $\frac{\rho}{2}$ du poids ρ du mètre cube de liquide; 2° au développement ϵ de la partie du contour de cette section ϵ qui est en contact avec le liquide et qu'on appelle le périmètre mouillé; 3° à une fraction α de la vitesse moyenne U; 4° à une autre fraction β du carré U² de cette vitesse, laissant à l'expérience le soin de déterminer des valeurs numériques de α et de β qui corrigent ce que l'hypothèse pouvait avoir de faux et d'incomplet. Il en résulte que si la section s et le périmètre mouillé c sont constants sur toute la longueur L d'un cours d'eau, la résistance ou le frottement exercé sur le mouvement du flotteur étant une translation rectiligne et uniforme, toutes les forces qui le sollicitent doivent se faire équilibre. Les pressions hydrostatiques et la pesanteur ne donnant en somme qu'un couple de forces verticales, il faut que les pressions spécialement dues aux vitesses des filets, ou mieux que les pressions vives motrices et résistantes aient une somme nulle, sans qu'il résulte totale ne pourrait pas s'annuler. Il faut pour cela que les filets supérieurs, qui sont les plus rapides, exercent une pression vive dans le sens de la translation du flotteur, et par conséquent qu'ils aient une vitesse supérieure à la vitesse moyenne de ce lit; et, au contraire, que les filets inférieurs. De ces considérations, sur lesquelles repose l'emploi du flotteur occupant toute la profondeur des cours d'eau, on conclut que l'axe autour duquel les moments des pressions vives supérieures et des pressions vives inférieures se feront équilibre sera aussi celui de la direction des filets dont la vitesse est moyenne; la position de cet axe par rapport au niveau de l'eau sera donnée par le rapport qui existe entre le bras de levier supérieur et la longueur du flotteur. La science arrive à déterminer la loi théorique des vitesses dans une section dont la ligne de fond est supposée horizontale et de largeur indéterminée. On peut aussi la représenter pour la vitesse moyenne par la formule suivante :

$$U = V \left(\frac{\pi}{4L} \frac{m}{m+1} y_1 \frac{m+1}{m} \right)$$

dans laquelle V est la vitesse à la surface, π le poids du mètre cube d'eau, et la pente totale entre deux sections transversales séparées par une distance L, m un exposant numérique égal à 1 suivant Navier et à 2 suivant M. Darcy, ϵ une constante pour un même cours d'eau, représentant le coefficient de viscosité, qui est, pour le cas d'une largeur indéfinie, proportionnel au carré de la profondeur H, ou égal à $\frac{1}{3,2}$ d'après l'hypothèse de

M. Sonnet; y, la profondeur du filet qui possède la vitesse moyenne et égale à

$$H \left(\frac{m}{2m+1} \right)^{\frac{m+1}{m}}$$

En donnant à m, dans cette valeur de y, des valeurs comprises entre 1 et l'infini, le rapport de y à H s'écarte peu de 0,55, c'est-à-dire que le filet possédant la vitesse moyenne se trouve environ aux 0,55 de la profondeur totale, à partir de la surface libre. On parvient de même à déterminer la loi théorique des vitesses de superficie, et à en déduire la vitesse minimum W a lieu en un point situé au fond sur la même verticale que V. On appelle vitesse moyenne celle qui, multipliée par l'axe de la section, donne le débit ou la dépense d'un cours d'eau, c'est-à-dire le volume qui traverse la section pendant l'unité de temps; soit U cette vitesse, on a

$$U = \frac{Q}{S}$$

dans laquelle on suppose que l'axe des x passe par le milieu du lit, et que V, α et β sont des constantes; il faut d'ailleurs que l'on ait

$$\frac{\pi}{L} - 2\alpha' - \beta' = 0,$$

et α' et β' étant les coefficients de viscosité dans le cas de la section rectangulaire proportionnelle, α au carré de la demi-largeur, et β' au carré de la profondeur. Pour déterminer les coefficients α et β , on cherche la vitesse W au fond en fonction de la profondeur; on a

$$W = V - \alpha x^2 - \beta y^2,$$

d'où il résulte

$$W = V - \alpha H^2;$$

et par approximation

$$U = -0,07185 + 56,86 \sqrt{\epsilon} p.$$

Si l'on adopte les coefficients d'Eytelwein, on a

$$U = -0,0332 + \sqrt{2736 \epsilon} p + 0,0011,$$

et, avec une exactitude qui suffit aux calculs de la pratique,

$$Q = S \left[\sqrt{2736 \epsilon} p - 0,0332 \right],$$

En reprenant la formule de Tadini, on obtient une expression plus simple de la vitesse moyenne; on a

$$U = 50 \sqrt{\epsilon} p.$$

— *Résistance du lit.* Quoique le frottement de la paroi, rapporté en chaque point à l'unité de surface, doit être une fonction du liquide immédiatement en contact, on a trouvé plus commode de le rapporter à la vitesse moyenne. On a regardé la somme des résistances R, qui, à chaque section S, s'oppose à l'accélération de la vitesse moyenne U, comme proportionnelle : 1° à la masse $\frac{\rho}{2}$ du poids ρ du mètre cube de liquide; 2° au développement ϵ de la partie du contour de cette section ϵ qui est en contact avec le liquide et qu'on appelle le périmètre mouillé; 3° à une fraction α de la vitesse moyenne U; 4° à une autre fraction β du carré U² de cette vitesse, laissant à l'expérience le soin de déterminer des valeurs numériques de α et de β qui corrigent ce que l'hypothèse pouvait avoir de faux et d'incomplet. Il en résulte que si la section s et le périmètre mouillé c sont constants sur toute la longueur L d'un cours d'eau, la résistance ou le frottement exercé sur le mouvement du flotteur étant une translation rectiligne et uniforme, toutes les forces qui le sollicitent doivent se faire équilibre. Les pressions hydrostatiques et la pesanteur ne donnant en somme qu'un couple de forces verticales, il faut que les pressions spécialement dues aux vitesses des filets, ou mieux que les pressions vives motrices et résistantes aient une somme nulle, sans qu'il résulte totale ne pourrait pas s'annuler. Il faut pour cela que les filets supérieurs, qui sont les plus rapides, exercent une pression vive dans le sens de la translation du flotteur, et par conséquent qu'ils aient une vitesse supérieure à la vitesse moyenne de ce lit; et, au contraire, que les filets inférieurs. De ces considérations, sur lesquelles repose l'emploi du flotteur occupant toute la profondeur des cours d'eau, on conclut que l'axe autour duquel les moments des pressions vives supérieures et des pressions vives inférieures se feront équilibre sera aussi celui de la direction des filets dont la vitesse est moyenne; la position de cet axe par rapport au niveau de l'eau sera donnée par le rapport qui existe entre le bras de levier supérieur et la longueur du flotteur. La science arrive à déterminer la loi théorique des vitesses dans une section dont la ligne de fond est supposée horizontale et de largeur indéterminée. On peut aussi la représenter pour la vitesse moyenne par la formule suivante :

$$R = \frac{\rho}{2} c L (\alpha U + \beta U^2).$$

Suivant M. Prony,

$$\alpha = 0,000436 \text{ et } \beta = 0,003034;$$

d'où

$$\frac{\alpha}{g} = 0,0000445 \text{ et } \frac{\beta}{g} = 0,0003931.$$

Suivant Eytelwein,

$$\frac{\alpha}{g} = 0,0000243 \text{ et } \frac{\beta}{g} = 0,0003554.$$

M. de Saint-Venant a proposé l'expression monôme R = αU^m , dans laquelle il fait l'exposant m égal à $\frac{1}{2}$, et le coefficient $\alpha = 0,000401$.

Tadini et plusieurs ingénieurs italiens adoptent la valeur plus simple

$$R = 0,0004 U^2.$$

D'après les expériences de M. Darcy, la résistance R pourrait être représentée par le monôme αU^m , où α étant une quantité constante pour un même cours d'eau, mais variable avec la forme et la dimension du lit; cette quantité α paraît être celle (0,0004) des ingénieurs italiens.

— *Relation entre la pente, la vitesse moyenne et les dimensions de la section.* Nous supposons, pour plus de généralité, un courant qui coule d'un mouvement uniforme dans un lit dont la section ne soit pas constante et de forme géométrique. Soient alors : Q la dépense du cours d'eau en une seconde, exprimée en mètres cubes; l la longueur que ce volume occupe dans le cours d'eau; i l'inclinaison du fond, qui est ici sensiblement parallèle à la surface; h la différence de niveau des sections amont et aval, passant par les extrémités de l; L la longueur totale du

cours d'eau; H la différence de niveau de ses extrémités; p la pente par mètre courant; U la vitesse moyenne acquise, c'est-à-dire celle qui, multipliée par la section s, reproduirait le volume Q; on a

$$Q = sU = \epsilon l, \quad p = \frac{H}{L} = \sin i = \frac{H}{L};$$

la force qui tend à faire couler le volume Q est la composante de son poids parallèle à la surface; on a donc pour l'équation du mouvement

$$\frac{H}{L} = \frac{\rho}{2} c l (\alpha U + \beta U^2)$$

ou

$$h = \frac{\rho}{2} c l \left(U + \frac{\beta}{\alpha} U^2 \right) l,$$

h = $\frac{\rho}{2} c l \left(U + \frac{\beta}{\alpha} U^2 \right) l$.

On a nommé *rayon moyen* le quotient $\frac{s}{\epsilon}$ de la section divisée par le périmètre mouillé. Si l'on remplace les coefficients α et β par les valeurs données par Prony, que l'on fasse $\frac{\rho}{2} = p$ et $\frac{L}{L} = p$, comme l'indiquent

les équations ci-dessus, on a pour la vitesse moyenne U

$$U = -0,07185 + \sqrt{2736 \epsilon} p + 0,0011,$$

et par approximation

$$U = -0,07185 + 56,86 \sqrt{\epsilon} p.$$

Si l'on adopte les coefficients d'Eytelwein, on a

$$U = -0,0332 + \sqrt{2736 \epsilon} p + 0,0011,$$

et, avec une exactitude qui suffit aux calculs de la pratique,

$$Q = S \left[\sqrt{2736 \epsilon} p - 0,0332 \right],$$

En reprenant la formule de Tadini, on obtient une expression plus simple de la vitesse moyenne; on a

$$U = 50 \sqrt{\epsilon} p.$$

— *Résistance du lit.* Quoique le frottement de la paroi, rapporté en chaque point à l'unité de surface, doit être une fonction du liquide immédiatement en contact, on a trouvé plus commode de le rapporter à la vitesse moyenne. On a regardé la somme des résistances R, qui, à chaque section S, s'oppose à l'accélération de la vitesse moyenne U, comme proportionnelle : 1° à la masse $\frac{\rho}{2}$ du poids ρ du mètre cube de liquide; 2° au développement ϵ de la partie du contour de cette section ϵ qui est en contact avec le liquide et qu'on appelle le périmètre mouillé; 3° à une fraction α de la vitesse moyenne U; 4° à une autre fraction β du carré U² de cette vitesse, laissant à l'expérience le soin de déterminer des valeurs numériques de α et de β qui corrigent ce que l'hypothèse pouvait avoir de faux et d'incomplet. Il en résulte que si la section s et le périmètre mouillé c sont constants sur toute la longueur L d'un cours d'eau, la résistance ou le frottement exercé sur le mouvement du flotteur étant une translation rectiligne et uniforme, toutes les forces qui le sollicitent doivent se faire équilibre. Les pressions hydrostatiques et la pesanteur ne donnant en somme qu'un couple de forces verticales, il faut que les pressions spécialement dues aux vitesses des filets, ou mieux que les pressions vives motrices et résistantes aient une somme nulle, sans qu'il résulte totale ne pourrait pas s'annuler. Il faut pour cela que les filets supérieurs, qui sont les plus rapides, exercent une pression vive dans le sens de la translation du flotteur, et par conséquent qu'ils aient une vitesse supérieure à la vitesse moyenne de ce lit; et, au contraire, que les filets inférieurs. De ces considérations, sur lesquelles repose l'emploi du flotteur occupant toute la profondeur des cours d'eau, on conclut que l'axe autour duquel les moments des pressions vives supérieures et des pressions vives inférieures se feront équilibre sera aussi celui de la direction des filets dont la vitesse est moyenne; la position de cet axe par rapport au niveau de l'eau sera donnée par le rapport qui existe entre le bras de levier supérieur et la longueur du flotteur. La science arrive à déterminer la loi théorique des vitesses dans une section dont la ligne de fond est supposée horizontale et de largeur indéterminée. On peut aussi la représenter pour la vitesse moyenne par la formule suivante :

$$R = \frac{\rho}{2} c L (\alpha U + \beta U^2).$$

Suivant M. Prony,

$$\alpha = 0,000436 \text{ et } \beta = 0,003034;$$

d'où

$$\frac{\alpha}{g} = 0,0000445 \text{ et } \frac{\beta}{g} = 0,0003931.$$

Suivant Eytelwein,

$$\frac{\alpha}{g} = 0,0000243 \text{ et } \frac{\beta}{g} = 0,0003554.$$

M. de Saint-Venant a proposé l'expression monôme R = αU^m , dans laquelle il fait l'exposant m égal à $\frac{1}{2}$, et le coefficient $\alpha = 0,000401$.

Tadini et plusieurs ingénieurs italiens adoptent la valeur plus simple

$$R = 0,0004 U^2.$$

D'après les expériences de M. Darcy, la résistance R pourrait être représentée par le monôme αU^m , où α étant une quantité constante pour un même cours d'eau, mais variable avec la forme et la dimension du lit; cette quantité α paraît être celle (0,0004) des ingénieurs italiens.

— *Relation entre la pente, la vitesse moyenne et les dimensions de la section.* Nous supposons, pour plus de généralité, un courant qui coule d'un mouvement uniforme dans un lit dont la section ne soit pas constante et de forme géométrique. Soient alors : Q la dépense du cours d'eau en une seconde, exprimée en mètres cubes; l la longueur que ce volume occupe dans le cours d'eau; i l'inclinaison du fond, qui est ici sensiblement parallèle à la surface; h la différence de niveau des sections amont et aval, passant par les extrémités de l; L la longueur totale du

on représente l'équation du mouvement permanent, qui permet de résoudre avec plus ou moins d'approximation une foule de questions importantes relatives aux cours d'eau. Cette équation montre que la pression varie suivant la loi hydrostatique d'un point à un autre, situé dans la même section, de telle sorte qu'il y a un seul et même niveau piézométrique pour tous les points appartenant à une section donnée. Lorsque le volume débité reste seul constant et que les sections varient d'un point à l'autre, les vitesses et par conséquent les pentes varient en même temps. Pour déterminer ces dernières quantités, on partage le cours d'eau par un grand nombre de sections verticales comprenant entre elles des biefs successifs. Considérant isolément l'un de ces biefs, dans lequel on suppose que la vitesse n'est plus celle qui avait lieu dans le bief précédent, on admet que la pente absolue y est la somme algébrique de deux pentes; l'une égale à celle que le courant devrait avoir pour que la vitesse ne s'accélérait pas, l'autre qui doit être telle qu'elle produise l'accélération ou la diminution de vitesse observée. On prend enfin pour la mesure de cet effet dernière la différence des hauteurs théoriques dues aux vitesses d'écoulement qui ont lieu aux sections extrêmes du bief. Soient donc s_m, s_n les sections en amont et en aval du bief; c_m, c_n leurs périmètres mouillés; l_{mn} la longueur développée de l'axe hydraulique comprise entre les sections; U_m, U_n les vitesses moyennes au passage de ces sections; h_m, h_n les hauteurs théoriques dues à ces vitesses; h_{mn} la pente absolue de l'axe l_{mn} ; ou a

$$h_{mn} = \frac{1}{2} l_{mn} \left(\frac{c_m}{s_m} U_m + \frac{\beta}{g} U_m^2 \right) + \frac{c_n}{s_n} \left(\frac{c_n}{g} U_n + \frac{\beta}{g} U_n^2 \right) + (h_n - h_m).$$

Le dernier terme devient négatif lorsque h_m est plus grand que $$

