il partagea ses États entre ses deux fils les plus aînés : Huascar eut l'ancien empire des Incas, et Athaullpa le royaume de Quito. La guerre éclata bientôt entre les deux frères, et Huascar, vaincu, fut emprisonné dans sa propre capitale (1531). La domination d'Athaullpa n'eut qu'une durée éphémère. Les Espagnols avaient déjà été attirés par leur soif de l'or vers les rives du Pacifique. En 1532, François Pizarre débarqua à Tumbez, aujourd'hui Guayaquil, et entreprit audacieusement la conquête de l'immense empire des Incas, avec la poignée d'aventuriers (250 en tout) qui l'avaient suivi. Une marche rapide le porta à Caxamalla, où se trouvait l'empereur, qu'une basse trahison mit entre ses mains. Athaullpa offrit pour sa rançon une chambre pleine d'or. Pizarre feignit d'accepter; mais quand l'or fut arrivé, il s'en empara et fit tuer l'empereur après un jugement dérisoire. Huascar avait été assassiné dans sa prison par l'ordre de son frère, et les vastes domaines sur lesquels avait régné Huagna Capac devinrent une proie facile pour les envahisseurs. Ils furent, après la conquête, érigés en vice-royauté, dont le royaume de Quito devint une présidence, et durant deux cent soixante-quinze ans le territoire qui forme actuellement la république de l'Equateur, ne faisant que peu de progrès intellectuels ou moraux, fournit, et c'était là ce qui touchait le plus la mère patrie, une large moisson de métaux précieux ; pendant une certaine partie de cette période, la présidence de Quito fut même la plus riche et la plus productive des colonies relevant de la couronne d'Espagne ; mais la paix profonde dont elle jouissait, mise à de rudes épreuves, se lassa enfin, et, dans beaucoup de districts mineurs, ils massacrèrent les propriétaires et comblèrent les mines. Quant aux colons, leur longanimité relativement à l'oppression de l'Espagne dura plus longtemps ; ce ne fut qu'en 1809 que le cri de liberté fut poussé à Quito et fut suivi d'un soulèvement général. Battus dans cinq ou six rencontres, les patriotes durent reprendre leurs fers. En 1820, un nouveau mouvement éclata à Guayaquil ; mais cette fois c'était un héros, Bolivar, qui le dirigeait. En juillet 1821, l'Equateur, la Nouvelle-Grenade se constituaient en confédération sous le nom de Colombie, et, pendant trois ans, luttèrent contre les forces de l'Espagne. La bataille d'Ayacacho (décembre 1824) mit fin à la domination espagnole dans cette partie de l'Amérique du Sud. En 1828-1829, le Pérou attaqua les Etats de la Colombie avec une armée de 8,000 hommes, qui furent battus par une armée colombienne de moitié moins forte. En 1831, l'Equateur, suivant l'exemple du Venezuela, se sépara de la confédération colombienne pour se former en république indépendante.

Depuis cette époque, l'histoire de l'Equateur ne présente qu'une série ininterrompue de révolutions et de réactions, ainsi que de guerres avec les Etats voisins, principalement avec le Pérou. L'homme qui joua le principal rôle dans ces événements fut le général Flores, qui, jusqu'en 1845, réussit à se maintenir, soit comme président, soit comme général en chef de l'armée, mais qui ne put jamais jouir tranquillement de son autorité. En 1834 éclata un mouvement dirigé par Vicente Rocafuerte. Le président Flores fut battu à Guayaquil, mais il reprit ensuite l'avantage et fit son adversaire prisonnier à Quito. En mai 1835, cependant, les deux antagonistes conclurent un traité de paix et de reconciliation, et une Assemblée constituante, ouverte le 9 août suivant par Flores, donna une constitution à la république. Rocafuerte fut élu président, et, sous son intelligente administration, le calme et la prospérité ne tardèrent pas à renaître. Ce repos faillit être compromis cependant par la lutte qui éclata, en 1837, entre le Chili et le Pérou. Flores succéda comme président à Rocafuerte. L'acte le plus important de son administration fut le décret du 27 mars 1839, qui ouvrit les ports de la république au commerce et aux navires de l'Espagne, et que suivit, en 1841, un traité formel de paix et d'amitié entre les deux pays. Enfin, le 31 mars 1843, fut proclamée la constitution actuellement en vigueur. Dans l'intervalle, Flores avait été élu président pour la troisième fois (31 janvier 1843) ; mais, chef du parti conservateur, il tomba en conflit avec les libéraux, et, à la suite d'une révolution dirigée par Rocafuerte, il consentit, en 1845, à quitter le territoire de la république avec le titre de général en chef et un traitement de 20,000 pesos (80,000 fr. environ). Rocafuerte ne recueillit pas les fruits de la révolution qu'il avait faite, et ce fut un homme de couleur, Vicente Roca, que l'on éleva à la présidence. Les principaux événements qui signalèrent son administration furent une guerre avec la Nouvelle-Grenade, guerre terminée au bout de quelques jours par le traité de Santa-Rosa-de-Carchi (29 mai 1846), et la conclusion d'un traité de commerce avec la Belgique, ainsi que d'une convention avec l'Angleterre pour l'abolition de l'esclavage. Diverses tentatives faites par Flores pour rentrer dans l'Equateur et s'y emparer du pouvoir n'obtinrent aucun résultat. A l'expiration de la présidence de Roca (octobre 1849), les partis n'ayant pu se mettre d'accord, le pouvoir exécutif fut confié provisoirement au vice-président, Manuel Ascasubi. Le pays fut en proie à une agitation continuelle jusqu'en décembre 1850, époque à laquelle le congrès éleva à la présidence Diego Noboa, candidat du parti clérical. Le nouveau chef du pouvoir exécutif se hâta de rappeler les jésuites et d'accueillir les conservateurs qui s'étaient enfuis de la Nouvelle-Grenade. Cet Etat ayant aussitôt fait des menaces de guerre, Noboa envoya des troupes à la frontière ; mais le général José-Maria Urbino, qui les commandait, profita de son autorité pour renverser le président. Déposé, en juillet 1861, par une junte à Guayaquil, Noboa fut emprisonné, puis expulsé du territoire de la république. Urbino fut placé, avec les titres de président et de dictateur, à la tête du gouvernement, et établit sa résidence à Guayaquil. Dès lors, jusqu'en 1860, le pouvoir appartint au parti ultra-démocratique. Flores utilisa le mécontentement que cette révolution avait fait naître parmi les conservateurs. Après avoir fait en secret ses préparatifs d'abord dans l'Amérique centrale, puis dans le Pérou, dont le gouvernement favorisait ses projets, il parut, le 14 mars 1852, à la tête d'une escadre dans le golfe de Guayaquil, dans le but apparent de rétablir Noboa comme légitime président ; mais il fut traîné par son équipage et forcé de se retirer au Pérou. Sa tentative n'eut d'autre résultat que de fortifier l'autorité d'Urbino et d'accroître les prétentions de la démocratie. Urbino eut pour successeur à la présidence, en 1856, le général Francisco Robles. Un des actes les plus importants de son gouvernement, surtout au point de vue commercial, fut la loi du 6 décembre 1856, qui ordonna l'application du système décimal français aux monnaies, poids et mesures de la république. Ce système a commencé d'être mis en vigueur le 15 octobre 1858 ; mais les luttes des partis à l'intérieur et les démêlés avec les Etats voisins n'en continuèrent pas moins. Un conflit avec le Pérou eut pour résultat le blocus des ports de l'Equateur à dater du 3 novembre 1858. Le général Guillermo Franco, chargé de la défense de Guayaquil, conclut, le 21 août 1859, avec le chef de l'escadre péruvienne, une convention par suite de laquelle le blocus fut levé ; mais le président refusa de ratifier cette convention, se démit de la présidence et partit pour le Chili. Les ultra-démocrates de Guayaquil confièrent alors le pouvoir au général Franco, qui l'accepta, avec le titre de *jefe supremo* (chef suprême), et qui nomma un ministère. Mais les conservateurs du district de Quito élurent un gouvernement provisoire particulier, sous la présidence du professeur de chimie Gabriel Garcia Moreno. Le général Flores, dont l'âge ne pouvait diminuer l'activité, ne manqua pas de mettre à profit le désaccord qui existait entre les différents partis. Appelé par les conservateurs, il se hâta d'arriver, réorganisa l'armée, battit, le 8 août 1860, le général Franco, à Babahoyo, et entra dans Guayaquil le 14 septembre suivant. Maître alors des deux villes les plus importantes, le parti conservateur put recueillir en paix les fruits de sa victoire. On élut une assemblée nationale qui, à l'unanimité, choisit pour président le docteur Moreno, tandis que Flores était nommé au poste important de gouverneur de Guayaquil (janvier 1861). Depuis cette époque, la république a joui à l'intérieur d'une tranquillité à laquelle elle n'était pas habituée depuis longtemps, et les différends qu'elle a eus à diverses reprises avec les Etats voisins se sont presque tous terminés plus heureusement qu'on ne pouvait le croire au début. Moreno, homme remarquable à la fois par son caractère, son éducation et ses connaissances, jouissait d'une grande influence parmi les membres du parti conservateur ainsi que dans le clergé. Dès son arrivée au pouvoir, il s'occupa avec une grande énergie d'effectuer dans le pays les réformes matérielles que sa situation réclamait, et pour lesquelles tout était encore à faire. Ce fut ainsi qu'on lui dut la construction de routes allant des régions montagneuses de la contrée à la côte, l'établissement d'un nouveau port dans le Pailon, entre les embouchures du Mina et de l'Esmeraldas, l'établissement d'une ligne télégraphique entre Quito et Guayaquil, la création d'un hôtel des monnaies, la fondation d'un hôpital à Quito. Cependant, à la publication faite, en 1861, au Pérou, d'une correspondance particulière qu'avait eue Moreno, quelques années auparavant, avec un ancien diplomate français, et où il disait que l'intérêt de la république était de se placer sous le protectorat de la France, la méfiance commença à s'éveiller contre le président et aboutit à une agitation telle, que, le 15 août 1863, Mosquera, dictateur révolutionnaire de la Nouvelle-Grenade, crut pouvoir inviter les habitants de l'Equateur à renverser leur gouvernement et à s'unir à lui pour rétablir l'ancienne république centrale de Colombie. Le 29 septembre, il fit présenter aux plénipotentiaires de l'Equateur un traité de paix et de confédération, que Moreno refusa de signer le 19 octobre suivant. Mosquera lança alors une proclamation dans laquelle il déclarait qu'il voulait affranchir « les frères démocrates de l'Equateur du joug théocratique du professeur Moreno. » En réponse à cette proclamation, Moreno déclara, le 20 novembre, la guerre à Mosquera, qui s'était déjà avancé vers les frontières, et qui, le 6 décembre suivant, battait à Cuaspud, sur le territoire de la Nouvelle-Grenade, les Equatoriens, commandés par le vieux Flores. La république semblait perdue et songeait déjà à se donner au Pérou, lorsque Mosquera, rappelé par une insurrection qui venait d'éclater dans la Nouvelle-Grenade, consentit, le 30 décembre, à signer un traité de paix, par lequel il renonçait à employer la violence pour arriver à l'exécution de ses plans. Cependant Moreno, sentant que ces événements lui avaient fait perdre une grande partie de son prestige, voulut résigner le pouvoir ; mais, en mars 1864, le congrès décida, à une grande majorité, qu'il devait le conserver. Le président n'en avait pas moins baissé beaucoup dans l'opinion publique, et le peu qui lui restait de son ancienne popularité s'affaiblit encore à la suite du concordat qu'il conclut avec le pape, et dans lequel on l'accusa d'avoir sacrifié les droits de l'Etat aux intérêts de l'Eglise. Aussi les derniers mois de son administration furent loin d'être tranquilles. Il eut successivement à réprimer des émeutes à Guayaquil et à Quito, un soulèvement dans la province de Manabi, et, en août 1864, une insurrection encore plus formidable, dirigée par l'ex-président Urbino, qui réussit à rallier à lui plusieurs provinces. Pour sauver le pays de l'anarchie et de la guerre civile, Moreno se décida à assumer l'autorité dictatoriale (30 août), et de recourir à de sévères mesures de répression, dont la première fut l'exécution du général Maldonado, qui avait tenté de l'assassiner. Les révolutionnaires furent battus, et aux élections présidentielles, en mai 1865, ce fut un candidat du parti conservateur, Jeronimo Carrion, qui réunit la majorité des suffrages ; Moreno était nommé, à la même époque, gouverneur de Guayaquil. Le pays devint plus tranquille, mais on exécuta plusieurs révolutionnaires, dont les biens furent confisqués et vendus publiquement. Les différends survenus avec l'Espagne, la république de l'Equateur s'unit, en 1866, au Chili et au Pérou, pour repousser cette puissance, et, à cette occasion, un traité postal fut conclu avec le Chili, qui depuis plusieurs années avait cessé toutes relations diplomatiques avec l'Equateur. Après la défaite de la flotte espagnole à Callao, on craignit un instant une attaque sur Guayaquil, mais cette prépossession ne se réalisa pas, et un calme relatif continua à régner jusqu'à la fin du mandat présidentiel de Jeronimo Carrion, qui eut pour successeur, en 1869, l'ex-président Garcia Moreno. Peu de temps après, le général Veintemilla se souleva contre ce dernier et marcha sur Guayaquil, avec l'artillerie qu'il avait sous ses ordres. Il se fût probablement emparé de cette ville, s'il n'avait été tué pendant l'attaque. Guayaquil n'en eut pas moins beaucoup à souffrir de la canonnade, et, depuis lors, le commerce et l'industrie ne se sont pas encore relevés du dommage que leur a causé cette tentative avortée de révolution. Le président actuel ne paraît pas, en dépit de ses rares capacités administratives, posséder l'énergie nécessaire pour assurer le repos et la prospérité matérielle du pays.

Parmi les ouvrages à consulter sur la république de l'Equateur, nous citerons : Juan de Velasco, *Histoire du royaume de Quito* (édition française, Paris, 1840, 2 vol.) ; Gaetano Oscolati, *Esplorazione delle regione equatoriali* (Milan, 1850) ; F. Walpole, *Four years in the Pacific* (Londres, 1849) ; *Travels in the Pacifique*, Londres, 1850) ; Manuel Villavicencio, *Geografia de la republica del Ecuador* (New-York, 1858) ; Schmarda, *Voyage autour du monde* (Brunswick, 1861, t. III) ; Gentzecker, *Dix-huit mois dans l'Amérique du Sud* (Leipzig, 1863, 3 vol.).

ÉQUATION s. f. (é-koua-si-on — du lat. *æquare*, rendre égal). Algebr. Formule d'une ou de plusieurs relations entre des grandeurs qui dépendent les unes des autres : Equation *du premier, du second, du troisième degré, d'un degré quelconque. Poser, résoudre une* ÉQUATION. ‖ *Membre d'une équation*, Chacune des expressions qui doivent être rendues égales et qui sont séparées par le signe de l'égalité (=). ‖ *Terme d'une équation*, Quantité isolée dans l'équation, ou Ensemble de quantités réduites à une quantité unique par un facteur ou par un diviseur commun. ‖ *Résolution d'une équation*, Suite d'opérations qui amènent les quantités inconnues à être évaluées en fonctions explicites des quantités connues. ‖ *Racine d'une équation*, Chacune des valeurs de l'inconnue en fonction des quantités connues, quand l'équation est au moins du deuxième degré. ‖ *Discussion des équations*, Examen théorique et général des équations d'un même degré, pour dégager les valeurs théoriques de leurs racines et les conditions de l'égalité. ‖ *Théorie générale des équations*, Ensemble des connaissances acquises relativement aux racines des équations de tous les degrés. ‖ *Résolution générale des équations*, Méthode de solution unique pour toutes les équations de tous les degrés.

— Astron. Quantité dont il faut augmenter ou diminuer la position d'un corps céleste calculée dans l'hypothèse d'un mouvement moyen, pour arriver à la position que lui donne son mouvement vrai. ‖ *Equation du temps*, Temps variable qu'il faut chaque jour ajouter à l'époque du midi moyen, ou en retrancher, pour avoir le midi vrai. ‖ *Pendule à équation*, Mécanisme qui donne à la fois le temps vrai et le temps moyen. ‖ *Equation du centre*, Différence réelle entre le mouvement vrai ou variable d'une planète et le mouvement moyen ou uniforme qu'on lui suppose. ‖ *Equation séculaire*, Quantité dont il faut augmenter ou diminuer la position d'une planète, après plusieurs siècles, à cause de l'inégalité de la durée des révolutions. ‖ *Méthode des équations de condition*, Méthode suivie pour déterminer et corriger les erreurs des tables. ‖ *Equation personnelle*, Temps qui s'écoule entre le fait de l'observation et l'enregistrement de ce fait, et dont il doit être tenu compte dans les calculs.

— Chim. Formule d'égalité dont le premier membre contient les formules de divers corps mis en présence, et le second les formules des corps qui résultent des réactions survenues.

— Fig. Egalité de rapports ou d'intensité-concordance absolue : *La vérité, c'est l'*ÉQUATION *entre l'entendement et la chose.* (St Thomas.) *Pour qu'un Etat parvienne à son plus haut point de grandeur relative, il faut qu'il y ait* ÉQUATION *entre sa population et son territoire.* (Rivarol.) *Toute parole est nécessairement en* ÉQUATION *avec la pensée dont elle est le jet et l'expression.* (Lacordaire.) *La pensée n'est que l'*ÉQUATION *entre le péché et le repentir.* (Le P. Ventura.) *La soumission est une* ÉQUATION *librement établie entre une volonté et une règle.* (Le P. Félix.)

— **Encycl.** Algèbr. Une *équation* est la formule d'une loi ou relation entre des grandeurs qui dépendent les unes des autres.

Pour approcher par tâtonnements de la valeur de cette inconnue, on pourrait lui attribuer une première valeur *a*, choisie arbitrairement : la substitution de cette valeur à *x* dans les deux membres de l'*équation*, fournirait ordinairement des résultats inégaux, sans quoi on serait tombé, par hasard, sur une bonne valeur de l'inconnue ; quoi qu'il en soit, cette première opération fournirait déjà des indications utiles, puisque, par l'étendue de la différence des valeurs qu'auraient prises les deux membres, on pourrait préjuger la distance de la valeur *a* à une bonne valeur de *x*.

Substituant ensuite à *x* une autre valeur plus grande, par exemple $a+h$, comme, en général, les deux membres de l'*équation* auront varié de quantités inégales, leur différence aura diminué ou augmenté ; dans le premier cas, il y aura lieu de supposer qu'on s'est approché d'une bonne valeur de *x*, et, dans l'autre, qu'on s'en est éloigné.

Une troisième substitution, habituellement, fera prendre aux deux membres de l'*équation* des valeurs moins différentes que précédemment, et, en continuant de la sorte, ordinairement on parviendra à une valeur de *x* dont la substitution ne laisse plus subsister entre les deux membres qu'une différence très-petite relativement à la valeur de chacun d'eux.

A partir de là, en continuant de faire varier *x* chaque fois dans le sens indiqué par les substitutions précédentes, on finira habituellement par dépasser le but, c'est-à-dire qu'en cherchant toujours à rapprocher davantage les deux membres l'un de l'autre, on arrivera à un point où celui des deux membres qui était le plus grand sera devenu le plus petit.

On pourra toujours alors affirmer que les deux derniers nombres substitués comprennent une bonne valeur de *x*, et de nouvelles substitutions intercalaires permettront ensuite d'approcher autant qu'on le voudra de cette bonne valeur.

Cette méthode instinctive de résolution, à laquelle on n'a recours qu'après avoir épuisé tous les procédés plus parfaits que l'algèbre est précisément destinée à fournir, cette méthode nous fournira du moins le principe de la démonstration que nous avions en vue.

En effet, on peut en traduire l'esprit en ces termes : *x* variant d'une manière continue de zéro à l'infini, les deux membres de l'*équation* variant aussi d'une manière continue ; tantôt ils s'éloignent et tantôt ils se rapprochent ; mais, sauf les cas particuliers, ils deviennent quelquefois égaux et ne le deviennent que de temps en temps ; *x* passe alors par une de ses bonnes valeurs.

Une *équation* à une inconnue détermine donc habituellement cette inconnue.

Mais il ne faudrait évidemment pas conclure de ce qui vient d'être dit, que toute *équation* contiendrait en apparence une inconnue déterminée nécessairement.

En effet, il pourra arriver que, de quelque manière qu'on fasse varier *x*, les deux membres de l'*équation* restent toujours égaux ou toujours équidistants.

Dans le premier cas, l'*équation* ne renfermera effectivement aucune condition ; ce ne sera qu'une identité ou expression d'un fait vrai. Telle serait l'*équation*

$$\frac{x^3}{x}+3=x+3.$$

Dans le second cas, l'*équation* contiendra une contradiction manifeste, telle que, par exemple,

$$2x+3=2x+5.$$

Au reste, il importe de remarquer que, dans ces deux cas exceptionnels, l'*équation* ne détermine plus l'inconnue, parce qu'elle ne la contient pas effectivement.

Le cas où l'inconnue subsiste dans l'*équation*, quelques réductions qu'on tente, et où les deux membres, tantôt se rapprochant, tantôt s'écartant l'un de l'autre, ne parviennent, toutefois, jamais à l'égalité, ce cas reste à part. L'*équation* alors correspond, il est vrai, à un problème actuellement impossible, mais non plus à une question niaise ou absurde ; le même problème, habituellement, aurait pu être soluble avec d'autres données.

Les trois circonstances exceptionnelles que nous venons d'indiquer sont désignées sous les noms d'*indétermination*, d'*incompatibilité* et d'*impossibilité*.

Dans les deux premiers cas, on ne peut rien tirer de l'*équation*, puisque l'inconnue n'y entre pas ; dans le troisième, on résout encore l'*équation*, quoique impossible, soit pour se rendre compte des motifs de l'impossibilité, soit même, ce qui a une bien plus grande importance, pour interpréter la solution négative ou imaginaire obtenue, c'est-à-dire pour l'appliquer, après l'avoir modifiée, à la solution d'un problème analogue au problème proposé.

Considérons maintenant deux *équations* à deux inconnues *x* et *y* : si l'on attribue à *x* une valeur arbitraire, chacune des *équations*, considérée isolément, déterminerait pour *y* des valeurs correspondantes ; ces valeurs de *y* seraient, en général, différentes ; mais si *x* varie d'une manière continue, on conçoit que les valeurs de *y*, qui varieront aussi d'une manière continue, tantôt s'éloigneront et tantôt se rapprocheront, et, en général, deviendront égales de temps en temps.

Deux *équations* déterminent donc habituellement deux inconnues.

Mais il est clair qu'il pourra arriver que les valeurs de l'une de ces deux inconnues ne deviennent jamais égales, quelque valeur qu'on attribue à l'autre, ou qu'elles restent toujours égales ou toujours équidistantes. On retrouverait alors, pour un système de deux *équations* à deux inconnues, les trois cas exceptionnels d'impossibilité, d'indétermination et d'incompatibilité.

— Résolution des équations. La résolution des *équations* a eu d'abord pour objet la recherche des valeurs des inconnues qui pouvaient y satisfaire. Ces valeurs ne pouvaient être que réelles et positives. Plus tard, lorsqu'au lieu de données exclusivement numériques on a admis dans les énoncés des problèmes des données littérales, on est arrivé, pour les inconnues, à des expressions formulées pouvant, selon les cas, représenter des grandeurs absolues ou ne conserver de solutions véritables que la forme algébrique, sans possibilité d'une réalisation arithmétique. Pour donner un sens précis au problème de la résolution des *équations* algébriques, il est indispensable d'écarter complétement la recherche directe des racines des *équations* numériques ; il est même nécessaire d'élever la question jusqu'à ne considérer que l'*équation* la plus générale de chaque degré, parce qu'une *équation* littérale particulière pourrait n'avoir, pour aucun système de valeurs des coefficents, le plus grand nombre de solutions que comporte son degré.

Cela posé, pour résoudre l'*équation* générale de degré *m*, on doit entendre chercher les formules qui donneraient les solutions de cette *équation* dans le cas où elles existeraient toutes. On reconnaît aisément qu'une *équation* de degré *m* peut avoir *m* solutions arithmétiques et ne peut pas en avoir davantage (v. RACINE). Il résulte de là que la résolution de l'*équation* générale du degré *m* doit fournir les *m* formules qui peuvent convenir à l'inconnue.

La résolution algébrique n'a pu encore être obtenue que pour les *équations* les plus simples, c'est-à-dire pour les *équations* des quatre premiers degrés.

— *Premier degré.* L'*équation* du premier degré se ramène à la forme

$$ax+b=0\,;$$

elle donne

$$x=-\frac{b}{a}\,;$$

elle devient indéterminée lorsque *b* et *a* s'évanouissent en même temps ; elle est impossible et donne pour *x* une valeur infinie lorsque *a* est nul.

— *Second degré.* L'*équation* du second degré est de la forme

$$ax^2+bx+c=0$$

ou

$$x^2+px+q=0.$$

Si elle a deux solutions $x=a$, $x=b$, elle doit pouvoir se mettre sous la forme

$$(x-a)(x-b)=0$$

ou

$$x^2-(a+b)x+ab=0.$$

On voit donc, *a* et *b* représentant des nombres essentiellement positifs, que, pour qu'une *équation* du second degré ait deux solutions, il faut qu'étant ordonnée par rapport aux puissances décroissantes de *x*, et le terme en x^2 étant précédé du signe +, son second terme soit précédé du signe — et son troisième terme du signe +. On voit en même temps que le coefficient du premier terme étant 1, celui du second est la somme des deux solutions, tandis que le terme tout connu en est le produit. Une *équation* du second degré capable de deux solutions aura donc la forme

$$x^2-px+q=0,$$

et la résolution de cette *équation* consistera dans la recherche de deux nombres dont la somme fasse *p* et le produit *q*.

Mais il faut remarquer qu'il ne suffirait pas qu'une *équation* du second degré eût la forme

$$x^2-px+q=0$$

pour qu'on pût affirmer qu'elle aura deux solutions. En effet, l'*équation*

$$x^2-5x+10000=0,$$

par exemple, n'aurait évidemment aucune solution, car on ne saurait partager 5 en deux parties dont le produit soit 10,000. Il faudra, pour que l'*équation* ait effectivement ses deux solutions, que *p* et *q* remplissent l'un à l'égard de l'autre une certaine condition d'inégalité. Cette condition se présentant d'elle-même dans la résolution, nous la supposerons d'avance remplie, et nous allons chercher les formules qui donneraient les deux solutions de l'*équation*

$$x^2-px+q=0,$$

dans le cas où elles existeraient.

La méthode consiste à mettre l'*équation* sous une forme telle, que le second membre étant un nombre, le premier soit un carré en *x*, de manière à pouvoir ensuite, sauf à prendre les précautions convenables, extraire les racines carrées des deux membres, pour abaisser au premier le degré de l'*équation*.

L'*équation* proposée étant

$$x^2-px+q=0,$$

pour que le premier membre fût un carré, il faudrait que *q* fût égal à $\frac{p^2}{4}$; car, dans tout carré $x^2-2hx+h^2$, le troisième terme est le carré de la moitié du coefficient du second.

Ce qui manque au premier membre de l'*équation*, pour être carré, est donc ce qui manque à *q* pour faire $\frac{p^2}{4}$, c'est-à-dire $\frac{p^2}{4}-q$: on ajoutera donc $\frac{p^2}{4}-q$ aux deux membres de l'*équation*, ce qui donnera

$$x^2-px+\frac{p^2}{4}=\frac{p^2}{4}-q.$$

Maintenant, il suffit de traduire l'*équation* pour en avoir immédiatement les solutions : comme le premier membre $x^2-px+\frac{p^2}{4}$ est le carré algébrique soit de $x-\frac{p}{2}$, soit de $\frac{p}{2}-x$, l'*équation* signifie que le carré de la différence absolue de *x* à $\frac{p}{2}$ doit être $\frac{p^2}{4}-q$, c'est-à-dire que *x* doit surpasser $\frac{p}{2}$, ou en être surpassé, d'une quantité qui, élevée au carré, donne $\frac{p^2}{4}-q$, ou d'une quantité égale à la racine carrée de $\frac{p^2}{4}-q$. *x* devra donc être égal à $\frac{p}{2}$ plus ou moins la racine carrée de $\frac{p^2}{4}-q$:

$$x=\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}.$$

Telles sont les formules qui donneraient les solutions de l'*équation*

$$x^2-px+q=0,$$

dans le cas où elles existeraient.

Pour pouvoir appliquer ces formules à une *équation* quelconque du second degré, numérique ou littérale, il suffit de les traduire : elles signifient que l'inconnue d'une *équation* du second degré est la moitié du coefficient de son second terme, changé de signe, plus ou moins la racine carrée du carré de cette moitié augmenté du terme tout connu de l'*équation*, changé aussi de signe. Si donc l'*équation* se présente sous la forme

$$x^2+(A-B)x+C-D=0,$$

les valeurs de *x* seront

$$x=\frac{B-A}{2}\pm\sqrt{\frac{(B-A)^2}{4}+D-C}.$$

Pour que ces valeurs soient réelles, il faut que la quantité placée sous le radical soit positive : dans le cas contraire, les racines sont dites *imaginaires*.

$\frac{(B-A)^2}{4}-(C-D)$ peut être positif dans des conditions différentes, ou bien parce que C — D étant négatif, D — C sera positif et qu'alors $\frac{(B-A)^2}{4}+D-C$ sera positif, quelles que soient les valeurs absolues de B — A et de D — C ; ou bien parce que C — D étant positif serait moindre que $\frac{(B-A)^2}{4}$. Si nous supposons d'abord C — D négatif,

$$\frac{(B-A)^2}{4}+D-C$$

sera plus grand que $\frac{(B-A)^2}{4}$; la racine carrée de $\frac{(B-A)^2}{4}+D-C$ sera donc plus grande que $\frac{B-A}{2}$, en valeur absolue, et par conséquent ce sera le radical qui donnera son signe à la valeur de *x*. Les deux racines, dans ce cas, seront donc de signes contraires. Si nous supposons maintenant C — D positif, mais moindre que $\frac{(B-A)^2}{4}$, $\frac{(B-A)^2}{4}-(C-D)$ sera moindre que $\frac{(B-A)^2}{4}$, sa racine sera moindre que $\frac{B-A}{2}$, en valeur absolue, et, par conséquent, ce sera alors le terme $\frac{B-A}{2}$ qui donnera son signe. Les deux racines seront donc alors de même signe et du signe contraire à celui de $\frac{A-B}{2}$, c'est-à-dire que si A — B est positif, les deux racines seront négatives, et que si A — B est négatif les deux racines seront positives.

L'équation du second degré se présente habituellement sous la forme

$$Ax^2+Bx+C=0.$$

On en tire

$$x=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}.$$

Ces deux valeurs prennent des formes singulières lorsque A s'évanouit : l'une d'elles devient infinie, et l'autre paraît indéterminée, mais sa vraie valeur est $-\frac{C}{B}$.

— *Troisième degré.* L'*équation* générale du troisième degré

$$x^3+Px^2+Qx+R=0$$

se ramène à une forme plus simple

$$x^3+px+q=0,$$

en y remplaçant *x* par $x-\frac{P}{3}$, ce qui augmente ses trois racines de $\frac{P}{3}$.

Commençons par déterminer la condition de réalité des trois racines : la fonction x^3+px+q prend une valeur infinie négative pour $x=-\infty$, et une valeur infinie positive pour $x=+\infty$; si donc elle croît continuellement avec *x*, elle ne passera qu'une seule fois par la valeur zéro ; si elle croît d'abord jusqu'à une valeur maximum moindre que zéro, pour décroître jusqu'à une valeur minimum, positive aussi, et croître ensuite jusqu'à $+\infty$, elle ne passera encore qu'une fois par zéro ; mais si, après avoir crû jusqu'à une valeur maximum positive, elle décroît ensuite jusqu'à une valeur minimum négative, comme elle croîtra ensuite jusqu'à $+\infty$, elle aura passé trois fois par zéro, la première entre $-\infty$ et sa valeur maximum positive, la seconde entre sa valeur maximum positive et sa valeur minimum négative, la troisième enfin entre sa valeur minimum négative et $+\infty$. Or, la dérivée de x^3+px+q est $3x^2+p$. Cette dérivée, positive pour $x=-\infty$ et pour $x=+\infty$, resterait toujours positive si *p* était positif ; la fonction dans ce cas croîtrait toujours ; elle ne passerait qu'une fois par zéro ; l'*équation* n'aurait donc alors qu'une racine réelle. Ainsi, avant tout, pour que l'*équation* ait ses trois racines réelles, il faudra que *p* soit négatif.

En supposant *p* négatif, la dérivée $3x^2+p$, positive pour $x=-\infty$, s'annulera pour

$$x=-\sqrt{-\frac{p}{3}},$$

deviendra négative entre

$$x=-\sqrt{-\frac{p}{3}}\quad\text{et}\quad x=+\sqrt{-\frac{p}{3}}$$

s'annulera de nouveau pour $x=+\sqrt{-\frac{p}{3}}$ et redeviendra positive de

$$x=+\sqrt{-\frac{p}{3}}\quad\text{à}\quad x=+\infty.$$

La fonction prendra donc sa valeur maximum pour $x=-\sqrt{-\frac{p}{3}}$, et sa valeur minimum pour $x=+\sqrt{-\frac{p}{3}}$. Les conditions cherchées seraient donc que la substitution de $-\sqrt{-\frac{p}{3}}$ à *x* dans x^3+px+q donnât un résultat positif, et celle de $+\sqrt{-\frac{p}{3}}$ un résultat négatif ; mais ces deux conditions se réduisent à une seule, parce que le maximum est nécessairement plus grand que le minimum. Il en résulte, en effet, qu'il suffit que le maximum et le minimum soient de signes contraires pour que le maximum soit nécessairement positif et le minimum nécessairement négatif.

La condition à exprimer est donc que

$$+\frac{p}{3}\sqrt{-\frac{p}{3}}-p\sqrt{-\frac{p}{3}}+q$$

et

$$-\frac{p}{3}\sqrt{-\frac{p}{3}}+p\sqrt{-\frac{p}{3}}+q$$

ou

$$-\frac{2p}{3}\sqrt{-\frac{p}{3}}+q\quad\text{et}\quad+\frac{2p}{3}\sqrt{-\frac{p}{3}}+q$$

soient de signes contraires, ce qui exige que leur produit

$$\frac{4p^3}{27}+q^2$$

soit négatif. Les conditions de réalité sont donc en définitive

$$p<0\quad\text{et}\quad 4p^3+27q^2<0\,;$$

mais la première rentre évidemment dans la seconde.

La résolution, par radicaux, de l'*équation* du troisième degré ne réussit qu'imparfaitement, et il en est à plus forte raison de même pour l'*équation* du quatrième degré. Au reste, ces *équations* sont les dernières qui soient résolubles de cette manière.

Pour résoudre l'*équation*

$$x^3+px+q=0,$$

on remplace *x* par $y+z$, ce qui donne une *équation* indéterminée que l'on décompose ensuite en deux, en introduisant entre *y* et *z* une relation propre à simplifier les calculs ultérieurs.

La substitution donne

$$y^3+3y^2z+3yz^2+z^3+p(y+z)+q=0$$

ou

$$y^3+z^3+q+(3yz+p)(y+z)=0$$

en posant

$$y^3+z^3=-q\,;$$

comme $y+z$ ne peut être nul, puisque c'est la valeur de *x*, l'*équation* se réduit à

$$3yz+p=0.$$

Ainsi, les deux *équations* à résoudre sont

$$y^3+z^3=-q\quad\text{et}\quad yz=-\frac{p}{3}.$$

En élevant les deux membres de la seconde au cube, on introduira des solutions étrangères ; mais il sera facile de les séparer ensuite. On résout donc les deux *équations*

$$y^3+z^3=-q\quad\text{et}\quad y^3z^3=-\frac{p^3}{27}$$

qui donnent immédiatement

$$y^3=-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$$

et

$$z^3=-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}},$$

d'où

$$y=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}$$

et

$$z=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}.$$

y et z, ainsi déterminées, auraient chacune trois valeurs : si A est l'une des valeurs de y les deux autres seront $A\alpha$ et $A\alpha^2$, α et α^2 désignant les deux racines cubiques imaginaires de l'unité ; de même, les trois valeurs de z peuvent être représentées par B, $B\alpha$ et $B\alpha^2$. $y+z$ aurait donc neuf valeurs distinctes ; mais trois seulement d'entre elles fourniront des racines de l'*équation* proposée. Pour distinguer des autres les couples de valeurs de y et de z dont la somme fournira de bonnes valeurs de x, il suffit d'observer que ces valeurs conjointes doivent satisfaire à l'*équation*

$$yz = -\frac{p}{3},$$

et qu'en élevant cette *équation* au cube on a introduit dans les résultats, pour valeurs de x, à la fois les racines des trois *équations* distinctes

$$x^3 + px + q = 0$$
$$x^3 + p\alpha x + q = 0$$
$$x^3 + p\alpha^2 x + q = 0.$$

En supposant donc que A et B aient été choisis de manière à fournir pour produit $-\frac{p}{3}$, les trois bonnes valeurs de x seront

$$x = A + B$$
$$x = A\alpha + B\alpha^2$$
$$x = A\alpha^2 + B\alpha;$$

car les autres combinaisons donneraient au produit ou $-\frac{p\alpha}{3}$, ou $-\frac{p\alpha^2}{3}$.

Lorsque $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}$ est positif, y^3 et z^3 étant réels, il existe pour chacune des inconnues y et z une valeur réelle, et le produit de ces valeurs ne pouvant être ni $-\frac{p\alpha}{3}$ ni $-\frac{p\alpha^2}{3}$ est nécessairement $-\frac{p}{3}$. Dans ce cas donc, le choix des valeurs de y et de z, dont on doit faire la somme pour avoir x, est très-facile ; mais ce cas est précisément celui où l'*équation* n'a qu'une racine réelle. Dans le cas, au contraire, où $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}$ est négatif, les valeurs de x sont réelles, mais celles de y et de z sont embarrassées de parties imaginaires qui disparaîtraient bien dans les sommes des valeurs convenablement associées de ces deux inconnues, mais qu'on ne peut isoler par les procédés de l'algèbre élémentaire ; c'est le cas irréductible. On le résout par la méthode des fonctions circulaires. V. TRISECTION DE L'ANGLE.

— *Quatrième degré.* L'*équation* du quatrième degré, débarrassée de son second terme, est

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0.$$

On peut, pour la résoudre, chercher à en décomposer le premier membre en deux facteurs du second degré

$$x^2 + mx + n \quad \text{et} \quad x^2 + m'x + n';$$

le problème de cette décomposition ne dépend que de la résolution d'une *équation* du troisième degré. En effet, les valeurs de m changées de signes sont les sommes deux à deux des racines de l'*équation* proposée elle-même ; or, la somme totale des quatre racines étant nulle, les sommes partielles des racines prises deux à deux seront égales deux à deux et de signes contraires ; en sorte que l'*équation* en m, qui admettra pour racines ces six sommes partielles, sera bien du sixième degré, mais pourra s'abaisser au troisième, parce qu'elle ne contiendra que les puissances paires de l'inconnue. Du reste, quand on aura m, n s'obtiendra ensuite par une *équation* du premier degré.

Les conditions que doivent remplir m, n, m' et n' sont celles de l'identité du produit

$$(x^2 + mx + n)(x^2 + m'x + n')$$

et du premier membre de l'*équation* proposée.

Cette identité s'exprime par les *équations* $m + m' = 0$, $mm' + n + n' = p$, $mn' + m'n = q$ et $nn' = r$, qui, en remplaçant dans les dernières m' par $-m$, se réduisent à

$$n + n' = p + m^2, \quad nn' = r \quad \text{et} \quad m(n'-n) = q.$$

Les valeurs de n et de n' tirées des deux premières seraient les racines de l'*équation*

$$N^2 - (p + m^2)N + r = 0,$$

dont la différence $n' - n$ s'exprime par le double du radical ou par

$$\sqrt{(p + m^2)^2 - 4r};$$

en substituant à $n' - n$ cette valeur dans

$$m(n' - n) = q,$$

il reste, pour déterminer m l'*équation*,

$$m\sqrt{(p + m^2)^2 - 4r} = q$$

ou

$$m^6 + 2pm^4 + (p^2 - 4r)m^2 - q^2 = 0,$$

qui remplit bien les conditions prévues. Les valeurs de m pourraient donc être exprimées algébriquement ; celles correspondantes de n résulteraient d'ailleurs aisément des *équations* posées plus haut, en sorte que celles de x elles-mêmes pourraient être formulées en fonction des coefficients de l'*équation* proposée ; mais ces formules ne présentent aucune utilité, la résolution arithmétique de l'*équation* pouvant se faire plus aisément que par leur emploi.

— *Cinquième degré.* Non-seulement les méthodes élémentaires ne réussissent plus sur les *équations* des degrés supérieurs au quatrième, mais il a même été démontré que l'*équation* du cinquième degré n'était pas résoluble par radicaux, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de combinaison de radicaux du cinquième, du troisième et du second degré, portant sur des fonctions rationnelles des coefficients, qui puisse représenter une racine de l'*équation* du cinquième degré. La résolution de cette *équation* peut se ramener à la quintisection d'une fonction elliptique ; toutefois, on n'est pas encore parvenu, pour la résoudre, à des formules pratiques. V. ELLIPTIQUE.

— *Résolution arithmétique.* La résolution algébrique des *équations* de degrés supérieurs présentant des difficultés insurmontables, les géomètres ont dû tourner leurs efforts vers le calcul approximatif des racines des *équations* numériques, et l'on peut dire que le but aujourd'hui est atteint, quoique les méthodes, sans doute, puissent par la suite recevoir d'heureuses modifications. V. RACINE.

— ABAISSEMENT DES ÉQUATIONS. La résolution algébrique des *équations* générales, c'est-à-dire dont tous les coefficients sont indépendants, est arrêtée, comme nous l'avons dit, au cinquième degré ; mais il existe dans tous les degrés, en nombre infini, des *équations* particulières que l'on peut résoudre algébriquement en profitant de relations aperçues entre leurs coefficients.

Outre les *équations* binômes que l'on sait résoudre toutes, les *équations* trinômes rentrant dans le type

$$Ax^{2m} + Bx^m + C = 0,$$

qui se ramènent à des *équations* binômes, les *équations* de la forme

$$x^{3m} + px^m + q = 0,$$

que l'on pourrait encore résoudre de la même manière, il existe une infinité d'*équations* complètes que l'on peut résoudre en les abaissant, c'est-à-dire en les décomposant en *équations* plus simples. On peut essayer d'abaisser une *équation* sans rien savoir à l'avance de ses racines : on cherchera, par exemple, si elle a des racines commensurables (v. RACINE) ou si elle a des diviseurs du second degré à coefficients commensurables (v. DIVISEUR), etc. ; mais, en général, l'abaissement ne s'obtient que par la connaissance préalable d'une relation particulière entre quelques racines de l'*équation*, relation suggérée soit par l'étude de l'énoncé du problème concret dont l'*équation* proposée doit fournir les solutions, soit par l'inspection des coefficients. Du reste, on peut toujours abaisser une *équation* entre les racines de laquelle on connaît une relation qui ne peut pas se déduire des relations générales qui lient les racines de toute *équation* à ses coefficients.

En effet, supposons que l'on sache, par exemple, que trois racines d'une *équation* $f(x) = 0$ satisfont à la relation

$$\varphi(x', x'', x''') = 0;$$

en formant de la proposée une *équation* transformée par la relation

$$\varphi(y, x'', x''') = 0,$$

c'est-à-dire l'*équation* dont les racines seraient formées de celles de la proposée, prises deux à deux, de la même manière que x' est formée des deux racines particulières x'' et x''', comme cette *équation* en y aurait au moins une racine commune avec l'*équation* proposée, les deux *équations* dans lesquelles on aurait représenté l'inconnue par la même lettre auraient un facteur commun. En déterminant ce facteur commun, on aurait le moyen de décomposer l'*équation* proposée en deux autres. Il est à remarquer que l'abaissement effectué serait d'autant plus avantageux qu'il y aurait un plus grand nombre de groupes de racines de l'*équation* proposée satisfaisant à l'*équation* φ, tant que ce nombre n'atteindrait pas la moitié du degré de l'*équation* proposée ; au contraire, la méthode deviendrait illusoire si toutes les racines de l'*équation* pouvaient avec d'autres occuper successivement une même place dans l'*équation* φ, puisque alors le plus grand commun diviseur entre le premier membre de l'*équation* proposée et celui de la transformée serait identiquement le premier membre de la proposée ; mais, dans ce cas exceptionnel, la nature de la relation connue suggérerait d'elle-même d'autres méthodes d'abaissement naturellement plus efficaces que la méthode générale ne l'est habituellement, puisque les connaissances préalables, acquises sur l'*équation* à résoudre, seraient plus étendues. Les *équations* réciproques, c'est-à-dire dont toutes les racines prises deux à deux convenablement donnent un produit constant, sont dans ce cas, et on en abaisse le degré de moitié (v. RÉCIPROQUE) ; il en serait de même des *équations* dont les racines prises deux à deux donneraient une somme constante : on abaisse les *équations* réciproques en prenant pour inconnue la somme de deux racines réciproques ; on abaisserait de même les *équations* dont nous parlons en prenant pour inconnue le produit de deux racines formant la somme donnée. Le cas où l'on saurait que l'*équation* proposée a des racines égales échapperait aussi complétement à la méthode générale ; c'est cependant l'un des premiers qui aient été traités, du vivant même de Descartes.

— TRANSFORMATION DES ÉQUATIONS. On entend par : Transformer une *équation*, la changer en une autre dont les racines aient avec celles de la proposée une relation connue. Chacune des racines de l'*équation* transformée peut dépendre soit d'une seule racine de la proposée, soit de deux, ou de trois, etc. La méthode pour traiter la question est toujours la même ; mais les difficultés de calcul se compliquent d'autant plus que le nombre des racines de la proposée qui doivent concourir à former une racine de la transformée est plus considérable.

Supposons d'abord que chaque racine de la transformée ne doive dépendre que d'une seule racine de la proposée. Soit $f(x) = 0$ l'*équation* proposée ; désignons par y l'inconnue de l'*équation* transformée, et soit $y = \varphi(x)$ la relation connue qui doit servir à la transformation. Si l'on pouvait résoudre l'*équation* $f(x) = 0$, on obtiendrait successivement toutes les valeurs de y, c'est-à-dire toutes les racines de l'*équation* transformée, en remplaçant successivement, dans l'*équation* $y = \varphi(x)$, x par les racines de l'*équation* proposée ; mais, puisque y se forme de x, réciproquement x se forme de y, et si l'*équation* $y = \varphi(x)$ peut se résoudre par rapport à x et donne $x = \psi(y)$, il est clair que y devra satisfaire à l'*équation*

$$f[\psi(y)] = 0$$

qui sera l'*équation* cherchée. Ainsi, pour augmenter les racines d'une *équation* d'une quantité h, on remplacera dans cette *équation* x par $y - h$; pour les multiplier par k, on remplacera x par $\frac{y}{k}$; pour en former les carrés, on remplacera x par $\sqrt{y}$, etc.

Supposons maintenant qu'une racine de l'*équation* transformée doive dépendre de deux racines de l'*équation* proposée, et soit $y = \varphi(x', x'')$ la relation de transformation. Si $a, b, c, \ldots, k, l$ désignent les m racines de l'*équation* proposée, l'*équation* cherchée est

$$[y - \varphi(a, b)]\,[y - \varphi(a, c)]\,[y - \varphi(a, d)] \ldots$$
$$[y - \varphi(b, a)] \ldots = 0.$$

C'est cette *équation* qu'il faut former sans connaître les valeurs de $a, b, c, \ldots, k, l$. On l'obtiendra, compliquée il est vrai de solutions étrangères, au moyen de deux opérations successives, en formant d'abord l'*équation*

$$[y - \varphi(x, a)]\,[y - \varphi(x, b)] \ldots [y - \varphi(x, l)] = 0,$$

que nous désignerons par

$$\psi(y, x) = 0$$

et formant ensuite l'*équation*

$$\psi(y, a)\psi(y, b) \ldots \psi(y, l) = 0.$$

Cette *équation* contiendra toutes les valeurs cherchées de y et en plus les valeurs

$$\varphi(a, a),\ \varphi(b, b) \ldots \varphi(l, l).$$

La question ainsi posée, on voit qu'elle se réduit à deux éliminations successives de x, l'une entre $y = \varphi(x', x)$ et $f(x) = 0$, l'autre entre $\psi(y, x) = 0$ et $f(x) = 0$. En effet, soient en général deux *équations* $f(u) = 0$ et $f_1(z, u) = 0$: éliminer u entre ces deux *équations* serait chercher l'*équation* qui devrait donner toutes les valeurs de z. Or, si l'on désigne par $m, n, p \ldots$ les valeurs de u, l'*équation* cherchée sera évidemment

$$f_1(z, m) \times f_1(z, n) \times f_1(z, p) \ldots = 0.$$

L'*équation* finale obtenue en suivant la marche indiquée contiendrait, comme nous l'avons dit, les solutions étrangères

$$y = \varphi(a, a),\ y = \varphi(b, b) \ldots$$

On pourrait, pour les supprimer, former à part l'*équation* transformée par la relation $y = \varphi(x, x)$ et enlever ensuite, du premier membre de l'*équation* précédemment obtenue, le premier membre de cette dernière ; mais on simplifie le calcul en enlevant d'avance de l'*équation* $\psi(y, x) = 0$ le facteur qui doit engendrer les solutions étrangères : si on donnait à x une de ses valeurs a, par exemple, dans $\psi(y, x)$, aussitôt après la substitution $\psi(y, x)$ deviendrait divisible par $y - \varphi(a, a)$; c'est-à-dire que $\psi(y, x)$ contient virtuellement le facteur $y - \varphi(x, x)$, de telle sorte que si l'on faisait la division, le reste en x que l'on obtiendrait contiendrait en facteur le premier membre de l'*équation* proposée. On fera donc cette division, on négligera le reste, on substituera le quotient obtenu au premier membre de l'*équation* proposée, et, en achevant l'élimination, on obtiendra l'*équation* transformée telle qu'elle devait être, c'est-à-dire débarrassée de solutions étrangères.

Les transformations simples que l'on emploie le plus consistent à augmenter toutes les racines d'une même quantité ou à les multiplier par un même nombre ; on se sert de la première pour faire disparaître le second terme de l'*équation*, et de la seconde pour réduire le coefficient du premier terme à l'unité, sans introduire de dénominateurs. La recherche des diamètres d'une courbe de degré supérieur nécessite la formation de l'*équation* dont les racines seraient les demi-sommes deux à deux des abscisses des points de rencontre de la courbe avec une parallèle indéterminée à la direction commune des cordes. Mais la transformation la plus célèbre est celle dont se servit Lagrange pour arriver à la séparation des racines réelles d'une *équation* numérique.

L'*équation* étant supposée débarrassée de racines égales, pour être assuré d'en séparer toutes les racines réelles, il fallait substituer, entre les limites, les termes d'une progression par différence dont la raison fût moindre que la plus petite différence de deux de ces racines entre elles. Lagrange imagina donc de former l'*équation* dont les racines fussent les différences deux à deux de celles de la proposée, ou l'*équation* dont les racines fussent les carrés de ces différences. La première devant avoir ses racines deux à deux égales et de signes contraires, la seconde s'en déduisait en remplaçant simplement y^2 par z. L'*équation* aux carrés des différences étant obtenue, il ne restait plus qu'à prendre la limite inférieure de ses racines positives et à extraire, par défaut, la racine carrée de cette limite ; cette racine devait fournir la raison de la progression cherchée.

Lagrange a tiré de l'*équation* aux carrés des différences un nouveau parti, en l'employant à fournir les conditions de réalité des racines des *équations* littérales : lorsqu'une *équation* a toutes ses racines réelles, les carrés des différences de ces racines sont tous positifs, et, réciproquement, lorsque l'*équation* aux carrés des différences des racines d'une *équation* a toutes ses racines positives, la proposée a elle-même toutes ses racines réelles ; car si une *équation* avait un seul couple

$$a \pm b\sqrt{-1}$$

de racines imaginaires, la différence

$$\pm 2b\sqrt{-1}$$

des racines de ce couple donnerait un carré négatif $-b^2$. Les conditions de réalité des racines d'une *équation* se réduisent donc à celles qui exprimeraient que l'*équation* aux carrés des différences de ses racines a toutes ses racines positives, et par conséquent ne présente que des variations.

La méthode d'élimination par le plus grand commun diviseur introduit souvent dans l'*équation* transformée des solutions étrangères qu'il est difficile de prévoir et dont il est encore plus difficile de se débarrasser. On évite l'introduction de ces solutions étrangères, prévues ou imprévues, en employant la méthode d'élimination par les fonctions symétriques. Les coefficients de l'*équation* cherchée sont des fonctions symétriques de ses racines, et par suite des fonctions symétriques de celles de l'*équation* proposée elle-même ; on peut les calculer directement et séparément. Outre l'avantage que les calculs sont indépendants les uns des autres et que, par conséquent, les erreurs, s'il en a été commis, ne vicient pas à la fois tous les résultats, la méthode des fonctions symétriques présente encore souvent celui d'une simplicité exceptionnelle. C'est évidemment, au reste, à cette recherche des transformées des *équations* que convient plus directement la méthode d'élimination par les fonctions symétriques. La nature de la question l'aurait suggérée d'elle-même, dans ce cas, si elle n'avait pas été connue d'ailleurs.

— Astron. Les astronomes appellent généralement *équation* la différence qui existe, au même instant, entre l'élément vrai d'un corps et son élément moyen, c'est-à-dire la quantité dont il faut augmenter ou diminuer sa position, calculée dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme, pour trouver, à un moment donné, sa véritable situation, telle qu'elle résulte de son mouvement réel, qui est ordinairement varié. En termes plus généraux, l'*équation* astronomique est la différence, positive ou négative, entre un résultat moyen et un résultat vrai, considérés au même instant.

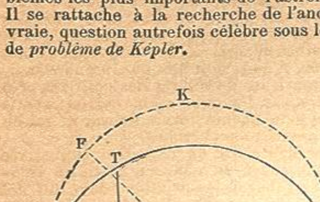
Il y a plusieurs espèces d'*équations*.

— *Equation annuelle.* Parmi les nombreuses inégalités de la lune, il en est une qui s'appelle *équation* annuelle, bien que cette expression ne convienne rigoureusement qu'au nombre par lequel on corrige l'inégalité. Découverte et indiquée par Tycho-Brahé, déterminée plus exactement par Horoccius, elle a été expliquée par Newton, et rattachée aux conséquences de l'attraction universelle.

Il arrive, une fois par an, que la lune est plus près du soleil qu'à tout autre moment de l'année : c'est à l'époque du périhélie, alors que la terre elle-même, dont la lune est le satellite, est à sa plus petite distance du soleil. Il résulte de cette circonstance qu'à l'époque du périhélie le soleil attire la lune plus fortement qu'aux autres époques de l'année. Cette attraction a pour effet de diminuer la force centrale de la lune vers la terre. La lune, étant moins attirée par la terre, s'en éloigne nécessairement ; son orbite devient plus grand, et, par suite, la durée de sa révolution plus longue, car les carrés des temps des révolutions sont toujours comme les cubes des diamètres des orbites. Le mouvement réel de la lune est donc, à cette époque-là, moins rapide que son mouvement moyen, et, d'après la définition, l'*équation* annuelle est la différence qui existe entre le chemin réel que la lune a parcouru, et celui qu'elle aurait parcouru dans le même temps, si son mouvement n'eût subi aucune altération. Cette quantité est de 11′16″. Elle se modifie aux nœuds et à l'apogée. C'est pourquoi on distingue quelquefois l'*équation* annuelle du nœud de la lune et l'*équation* annuelle de son apogée. La première est de 8′50″, et la seconde de 23′12″.

— *Equation du centre. Equation de l'orbite. Prostaphérèse.* Ces expressions, les deux premières surtout, sont employées pour désigner la différence entre le mouvement elliptique, réel, d'une planète dans son orbite, et son mouvement moyen, supposé circulaire et uniforme, et effectué dans le même temps.

La détermination de l'*équation* du centre pour une planète quelconque est un des problèmes les plus importants de l'astronomie. Il se rattache à la recherche de l'anomalie vraie, question autrefois célèbre sous le nom de *problème de Képler.*



Soit ATP l'orbite elliptique réelle d'une planète, par exemple de la terre, vue du soleil S. L'anomalie vraie est l'angle PST, formé au foyer de l'ellipse, c'est-à-dire au centre du soleil, par le grand axe de cette orbite, et par le rayon vecteur mené du soleil à la terre. Supposons maintenant une demi-circonférence AKP, décrite sur la ligne des apsides comme diamètre, et imaginons qu'une terre fictive parcoure cette demi-circonférence dans le même temps que la vraie terre emploie à décrire la demi-ellipse, et soit T la position de la vraie terre, au moment où la terre fictive est en F. On appelle anomalie moyenne l'angle FCP, formé par le diamètre AP et le rayon mené du centre à la planète fictive. Comme on voit, l'anomalie moyenne est la distance de l'astre au périhélie P, distance qui croît uniformément et proportionnellement au temps. Par exemple, une planète qui emploierait six mois à aller du périhélie à l'aphélie, c'est-à-dire à parcourir la demi-ellipse ATP, aurait, à la fin du premier mois, une anomalie moyenne de 30° ; à la fin du second mois, une anomalie moyenne de 60°, et ainsi de suite. Si l'on connaît la durée de la révolution complète d'une planète, on en tire donc immédiatement son anomalie moyenne. Or, par définition, l'*équation* du centre est égale à la différence entre l'arc PT, réellement parcouru, et l'arc moyen PF, c'est-à-dire à la différence des angles PST et PCF. C'est ce qu'on exprime en disant que l'*équation* du centre est égale à la différence entre l'anomalie vraie et l'anomalie moyenne.

Il ne peut entrer dans notre plan de faire connaître ici les calculs assez longs par lesquels on détermine l'anomalie vraie. Nous avons voulu seulement faire comprendre l'extension que prend la définition de l'*équation* du centre, et indiquer du même coup une des méthodes qui servent à résoudre le problème qu'elle comporte.

Il ressort clairement de l'explication qui vient d'être donnée que l'*équation* du centre varie d'un moment à l'autre. Elle est nulle aux apsides où le lieu moyen et le lieu vrai de la planète coïncident. Mais, à partir d'un de ces points, elle augmente, atteint son maximum, puis diminue, pour redevenir nulle au point opposé. Pour la terre, ou, ce qui revient au même, pour le soleil vu de la terre, la plus grande *équation* du centre est de 1° 55′ 20″,5.

— *Equation séculaire.* C'est la quantité angulaire dont une planète, au bout de quelques siècles, est en avance ou en retard, par rapport au point qu'elle devrait occuper, si ses révolutions étaient toujours de même durée. Cette *équation* a été nettement accusée, pour la première fois, par Képler, en 1625. Cet astronome, ayant examiné les observations de Regiomontanus et de Waltherus, avait constamment trouvé les lieux de Jupiter et de Saturne en avance ou en retard sur les points qu'ils auraient dû occuper, d'après les moyens mouvements déterminés par Ptolémée et par Tycho-Brahé. La durée des révolutions planétaires est donc variable. Il en est de même pour les satellites, et notamment pour la lune. Halley, le premier, comparant d'anciennes observations d'éclipses avec des observations modernes, acquit la certitude que le moyen mouvement de la lune est plus rapide de nos jours qu'autrefois : l'accélération, en la supposant uniforme, serait de 10″ par siècle. Mayer, dans ses *Tables de la lune* (1752), établit une *équation* qu'il appelle séculaire, pour corriger le mouvement moyen de la lune, et en déduire son mouvement réel, par des méthodes particulières, suivant que le siècle est antérieur ou postérieur à l'année 1750. Malgré ces recherches, le fait lui-même, paraissant inexplicable, était encore contesté, et même rejeté entièrement par plusieurs géomètres, au nombre desquels s'est trouvé Lagrange, lorsque, le 19 décembre 1787, Laplace annonça qu'il avait trouvé les causes de cette accélération. Elle résulte, en effet, de la variation de l'excentricité de l'orbite terrestre, produite par l'attraction des planètes ; et, loin d'aller toujours en croissant, comme on l'avait supposé, elle suit d'une manière inverse les lois de cette variation, et augmente ou diminue, selon que l'excentricité diminue ou augmente. Ainsi, ce qui paraît une accélération aujourd'hui se convertira en un retardement dans la suite des siècles, pour redevenir, après une autre suite de siècles, une accélération. Lagrange a confirmé cette explication, qui lui avait d'abord échappé, quoiqu'elle pût se déduire de ses formules générales de perturbation. L'*équation* séculaire qui résulte de cette théorie est de

$$(10'',18)i^2 + (0'',0185)i^3,$$

i étant le nombre de siècles écoulés depuis 1700.

Le mouvement de Jupiter, comme celui de la lune, est accéléré. Lalande a donné les valeurs suivantes des *équations* séculaires de quelques planètes, pendant 2,000 ans :

Mercure	5°
Vénus	0° 38′
Lune	1°
Jupiter	3° 23′ 20″
Saturne	5° 13′ 20″

— *Equation du temps.* C'est la plus employée des *équations* astronomiques. On sait que le temps compris entre deux passages successifs du soleil au méridien porte le nom de jour solaire ou jour vrai, et que, par suite de l'augmentation continuelle, mais inégale, de l'ascension droite du soleil, les divers jours solaires qui se succèdent ne sont pas de même durée. Cela posé, imaginons un soleil fictif, qui se meuve uniformément sur l'équateur, et qui le parcoure entièrement, dans le même temps que le soleil vrai emploie à décrire l'écliptique. Par la nature même de son mouvement, et par la position de son orbite, ce soleil fictif engendre des jours parfaitement égaux, puisqu'il met invariablement le même temps entre deux passages successifs au méridien. Comme l'année du soleil fictif est de même durée que celle du soleil vrai, et qu'ainsi il produit le même nombre de jours, chacun de ces jours représente la moyenne des jours du soleil vrai dans le cours de l'année. De là le nom de *soleil moyen* donné au soleil fictif que nous avons supposé en mouvement sur l'équateur, et le nom de *jour moyen* donné au temps qui s'écoule entre deux passages successifs du soleil moyen au méridien. C'est le temps moyen qui est marqué par nos horloges, tandis que le temps vrai est marqué par les cadrans solaires. L'intervalle de temps compris entre les passages du soleil vrai et du soleil moyen au méridien du lieu n'est autre chose que ce qu'on appelle l'*équation* du temps. Si l'on aime mieux, l'*équation* du temps est la différence des heures que doivent marquer deux horloges réglées, l'une sur le temps moyen, l'autre sur le temps vrai. Pour abréger, on dit quelquefois : c'est la différence entre l'heure vraie et l'heure moyenne.

La *Connaissance des temps* donne, chaque année et pour chaque jour, une table des valeurs de l'*équation*, pour l'instant où il est midi vrai ; ou plutôt cette table contient, non l'*équation* du temps, mais le temps moyen à midi vrai. Elle est divisée en deux colonnes verticales : la première est remplie par les dates du mois ; la seconde présente, en regard de chaque date, le temps moyen correspondant à l'instant précis où le soleil passe au méridien. Pour comprendre les nombres qui y sont inscrits, il faut se rappeler que, pour les astronomes, midi s'écrit 0 h. 0 m. 0 s. Ainsi, le jour où le temps moyen à midi vrai est marqué 0 h. 12 m. 34 s., 95, cela veut dire qu'au moment où le centre du soleil passe au méridien, une bonne horloge, réglée sur le temps moyen, doit indiquer 12 h. 12 m. 34 s., 95.

L'*équation* du temps est nulle quatre fois par an, savoir : le 15 avril, le 15 juin, le 31 août et le 25 décembre. Du 15 avril au 15 juin, le temps moyen retarde sur le temps vrai : cela veut dire que l'horloge moyenne marque moins de midi lorsque le soleil passe au méridien. Mais l'*équation* du temps diminue ; les deux instants de midi se rapprochent chaque jour, et enfin ils se confondent le 15 juin. A partir de là, le temps moyen prend de l'avance, et, jusqu'au 31 août, l'horloge moyenne marque 12 heures et quelque chose au moment du midi vrai. Du 31 août au 25 décembre, le temps moyen retarde de nouveau. Enfin, du 25 décembre au 15 avril de l'année suivante, il avance. La plus grande *équation* du temps a lieu le 2 novembre ; elle dépasse 16 minutes.

A côté de la colonne des temps moyens, la *Connaissance des temps* contient une autre colonne, dans laquelle sont inscrites les différences qui surviennent, chaque jour, entre les valeurs successives de l'*équation*. Si donc on veut avoir l'*équation* du temps pour un instant quelconque de la journée, on l'obtiendra au moyen d'une simple proportion, en se fondant d'ailleurs sur la supposition que, dans l'espace de 24 heures, l'*équation* du temps varie proportionnellement au temps écoulé. Voyez les articles INÉGALITÉS, PERTURBATIONS, ORBITES, etc.

— Astron. et Géod. Dans toute recherche conduisant à exprimer un grand nombre d'observations astronomiques ou physiques par des formules basées sur une théorie connue, le but que l'on se propose est de dresser des tables, telles, par exemple, que les tables de la lune, des planètes, etc., destinées à présenter les nombres déduits des observations faites. Or, à cause des inévitables difficultés dont chaque observation est entourée, par le fait des circonstances et des milieux où l'on se trouve, des instruments que l'on emploie, par le fait aussi d'une certaine mesure de faillibilité chez l'observateur, il est impossible qu'il ne se manifeste pas quelques écarts entre les tables construites à une certaine époque et les résultats d'un grand nombre d'observations recueillies à une autre époque. Ces écarts sont alors regardés comme exprimant les erreurs des tables. Par exemple, si l'on détermine la position du soleil à une certaine époque de l'année, il arrive presque toujours que la longitude observée diffère de quelques fractions de seconde, quelquefois même de plus d'une seconde, de la longitude déduite des formules. Il importe donc de déterminer de temps en temps les erreurs des tables, de rechercher les corrections dont elles sont susceptibles, et de faire ces corrections de la manière la plus avantageuse. Cette recherche s'effectue à l'aide de la méthode dite des *équations de condition*, que nous allons exposer, en résumant l'excellente notice que Puissant y a consacrée.

Dans l'*équation* qui exprime la dépendance qu'ont entre eux les éléments A, B, C,... si l'on remplace ces éléments respectifs par $A + x$, $B + y$, $C + z$,... les quantités x, y, z... désignant par hypothèse de très-petites corrections, si ensuite on fait tous les développements nécessaires, on pourra, à cause de la petitesse des corrections, négliger les puissances supérieures de x, y, z,... et représenter le résultat par cette *équation* linéaire

$$ax + by + cz + \ldots = m.$$

Les coefficients $a, b, c, \ldots$, ont été donnés par une première observation ; une seconde observation donnera

$$a'x + b'y + c'z + \ldots = m';$$

une troisième observation donnera une *équation* analogue, et ainsi de suite. On aura soin que le nombre des observations, et par suite celui des *équations* surpasse beaucoup celui des inconnues. Telles sont les *équations* de condition, ainsi nommées parce que, déduites d'un grand nombre d'expériences, elles représentent probablement toutes les conditions du phénomène qui en a été l'objet.

Des diverses méthodes propres à résoudre ces *équations*, on préfère aujourd'hui celle que Legendre a imaginée, et qu'il a nommée méthode des moindres carrés.

Supposons toujours $x, y, z, \ldots$ les corrections des éléments, et représentons par $e, e', e'', \ldots$ les erreurs commises dans les observations successives ; on aura :

$$e = ax + by + cz + \ldots$$
$$e' = a'x + b'y + c'z + \ldots$$
$$e'' = a''x + b''y + c''z + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

équations qui seront, comme nous l'avons dit, en même nombre que les observations, mais en plus grand nombre que les inconnues. Cela posé, si l'on fait la somme des carrés de toutes ces erreurs, et que, pour abréger, l'on pose

$$e^2 + e'^2 + e''^2 + \ldots = U$$
$$a^2 + a'^2 + a''^2 + \ldots = S(a^2)$$
$$ab + a'b' + a''b'' + \ldots = S(ab), \text{ etc...},$$

on aura

$$U = S(a^2) + S(b^2)x^2 + S(c^2)y^2 + \ldots + 2S(ab)x$$
$$+ 2S(ac)y + \ldots + 2S(bc)xy + \ldots$$

Différentiant successivement cette expression par rapport à $x, y, z, \ldots$, et égalant chaque différentielle à zéro, il viendra

$$\frac{dU}{dx} = S(ab) + S(b^2)x + S(bc)y + \ldots = 0,$$

$$\frac{dU}{dy} = S(ac) + S(bc)x + S(c^2)y + \ldots = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Il résulte de là que, pour former l'*équation* du minimum, par rapport à l'une des inconnues, il faut multiplier tous les termes de chaque *équation* de condition par le coefficient de l'inconnue dans cette *équation*, pris avec son signe, et égaler à zéro la somme de tous ces produits. Les *équations* résultantes se résolvent alors par les moyens connus.

Donnons une application pour indiquer la marche à suivre. On sait que les longueurs $M, M_1, M_2, M_3 \ldots$ des degrés des méridiens croissent à très-peu près comme les carrés des sinus des latitudes $l, l_1, l_2, l_3, \ldots$ correspondant respectivement à leurs milieux. Si donc, $e, e', e'', e''', \ldots$ expriment les erreurs dont ces mesures peuvent être affectées, on aura les *équations* de condition

$$M - z - y\sin^2 l = e$$
$$M_1 - z - y\sin^2 l_1 = e'$$
$$M_2 - z - y\sin^2 l_2 = e''$$
$$M_3 - z - y\sin^2 l_3 = e'''$$

Dans ces *équations*,

$$y = \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi}{180} a\epsilon^2, \quad z = \frac{\pi}{180} a(1 - \epsilon^2),$$

a étant le rayon de l'équateur, ϵ^2 le carré de l'excentricité des méridiens, et π le rapport de la circonférence au diamètre, 3,1415926...

D'un autre côté, par les mesures géodésiques et astronomiques, on a trouvé :

à l'équateur,

$$M = 110{,}582^{\text{mèt.}},1, \text{ et } l = -1^\circ\ 31'\ 0'',5;$$

dans l'Inde,

$$M_1 = 110{,}628^{\text{mèt.}},6, \text{ et } l_1 = +13^\circ\ 6'\ 31'',0;$$

en France,

$$M_2 = 111{,}131^{\text{mèt.}},2, \text{ et } l_2 = +45^\circ\ 4'\ 18'',1;$$

en Suède,

$$M_3 = 111{,}489^{\text{mèt.}},1, \text{ et } l_3 = +66^\circ\ 20'\ 10'',3.$$

Ainsi les quatre *équations* de condition deviennent

$$110{,}582{,}1 - z - y\,0{,}00070 = e$$
$$110{,}628{,}6 - z - y\,0{,}05144 = e'$$
$$111{,}131{,}2 - z - y\,0{,}50125 = e''$$
$$111{,}489{,}1 - z - y\,0{,}83890 = e''',$$

et se réduisent, en vertu de la condition du minimum, à ces deux-ci

$$443{,}830{,}4 - 4z - y\,1{,}39229 = 0$$
$$-155{,}000{,}4 + z\,1{,}39229 + y\,0{,}95765 = 0;$$

d'où l'on tire

$$y = 1{,}089^{\text{mèt.}},036 \ldots \quad z = 110{,}576^{\text{mèt.}},054.$$

Et, comme l'aplatissement α a pour expression

$$\alpha = \frac{1}{2}\epsilon^2 = \frac{y}{3z},$$

et que, de plus, le rayon de l'équateur est

$$a = \frac{180}{\pi} z(1 + 2\alpha),$$

on trouve

$$\alpha = 0{,}0032831 = \frac{1}{304{,}58}.$$

$$\text{Log } a = 6{,}8046357, \text{ d'où } a = 637{,}7284^{\text{m}}.$$

Faisant alors les substitutions nécessaires, les erreurs les plus probables sont donc :

$$e = 2^{\text{m}},8$$
$$e' = -6^{\text{m}},1$$
$$e'' = 6^{\text{m}},8$$
$$e''' = -3^{\text{m}},6.$$

— Chim. Pour se rendre un compte exact des réactions, on a l'habitude de les représenter par des *équations*. Dans ces *équations*, le premier membre contient les formules des divers corps qui entrent en réaction précédés d'un coefficient qui indique combien de molécules réagissent, et le second membre, qui est séparé du premier par le signe de l'égalité [=], contient les formules des produits qui se forment dans la réaction. Comme rien ne se perd dans les actions chimiques, il est clair que le second membre de l'*équation* doit rigoureusement contenir tous les atomes qui existaient dans le premier, différemment groupés.

Comme exemple d'*équation* chimique, nous représenterons la réaction qui donne naissance à l'hydrate cuivrique, au moyen de l'hydrate de potasse et du sulfate cuivrique.

$$SO^4.Cu \;+\; 2KHO \;=\; SO^4K^2 \;+\; Cu\begin{cases}OH\\OH\end{cases}$$

Sulfate cuivrique. — Potasse. — Sulfate de potasse. — Hydrate cuivrique.

L'atome de soufre, les six atomes d'oxygène, l'atome de cuivre, les deux atomes d'hydrogène et les deux atomes de potassium, qui font partie du premier membre, se retrouvent dans le second, où ils sont seulement groupés d'une manière différente.

— **Anecdotes.** Le lecteur ne s'attend pas sans doute à trouver des anecdotes au mot *équation*. Nous allons pourtant lui *en* donner. En voici une qui en vaut dix, et cette raison explique le pronom *en* souligné, qui, dans la circonstance, est au pluriel.

L'astronome Villemot, mort en 1713, avait une telle passion pour les mathématiques, que, lorsqu'on lisait devant lui quelque morceau de prose ou de poésie qui excitait son admiration, le plus grand éloge qu'il en pût faire, c'était de s'écrier : « Cela est beau comme une *équation*. »

On met aussi cette anecdote sur le dos du mathématicien Bossut ; mais la scène se serait passée au Théâtre-Français. On représentait *Phèdre* ; notre mathématicien était charmé ; les beaux vers de Racine lui allaient à l'âme ; de temps en temps, ses deux voisins l'entendaient pousser une exclamation. Au dernier acte, il résuma tous ses sentiments d'admiration en un seul mot, en s'écriant : « Messieurs, voilà qui est beau comme une *équation*. » Ce brave homme était le type du savant qui ne voit autour de lui que sa science : tout le reste n'existe pas. Il était à son lit de mort ; sa famille l'entourait et sanglotait en voyant qu'il avait complétement perdu connaissance. Tout à coup survient Maupertuis. A la vue de toute la famille éplorée, il s'écrie : « Je vais le faire parler. » Et, se penchant à l'oreille du moribond, il dit en élevant la voix : « Carré de 12 ? — 144. » Ce furent ses dernières paroles.

ÉQUATORIAL, ALE adj. (é-koua-to-ri-al, a-le — rad. *équateur*). Qui constitue l'équateur : *Le cercle* ÉQUATORIAL. *La ligne* ÉQUATORIALE. ‖ Qui est situé à l'équateur céleste ou terrestre ; qui est propre aux contrées voisines de l'équateur : *Les contrées* ÉQUATORIALES. *Les mers* ÉQUATORIALES. *Les plantes* ÉQUATORIALES. *Les climats* ÉQUATORIAUX. *Les étoiles* ÉQUATORIALES. *Ces fameuses monta-*