de zinc. La *géocronite* cristallisée a été rencontrée plus tard dans le Val-di-Castello, près de Pietro-Santo, en Toscane. Suivant Kerndt, qui en a fait une étude toute particulière, elle contient 17,32 de soufre; 66,55 de plomb; 9,69 d'antimoine; 4,72 d'arsenic et 1,15 de cuivre. Deux sulfures d'antimoine, trouvés, l'un en Espagne, l'autre en Irlande, sont généralement considérés comme de simples variétés de *géocronite*. Le premier est la schulzite de Sauvage, et le second la kilbrickénite d'Apjohn. Plusieurs minéralogistes rapportent à la *géocronite* la méneghinite de Bechi, que d'autres placent à la suite de la tétraédrite.

GÉOCYCLIQUE adj. (jé-o-si-kli-ke — du gr. *gê*, terre; *kuklikos*, circulaire). Astron. Se dit d'une machine qui figure le mouvement annuel de la terre autour du soleil, et explique les saisons et l'inégalité des climats.

GÉODE s. f. (jé-o-dé — gr. *géodès*, terrestre; de *gê*, terre). Minér. Masse creuse, plus ou moins sphérique, contenant le plus souvent à l'intérieur des matières libres ou des cristaux attachés aux parois.

— **Encycl.** La plupart des *géodes* sont des rognons de silex contenant des cristaux de quartz. Leur présence dans des roches d'une nature souvent très-différente n'est pas encore expliquée d'une manière satisfaisante. Les cristaux d'améthyste, de calcédoine, d'agate, etc., contenus dans les *géodes*, sont généralement d'une grande pureté. Quelquefois ils sont remplacés par une matière pulvérulente qui ne remplit pas entièrement la cavité; d'autres fois, on y trouve une petite quantité d'eau.

Les *géodes* les plus remarquables sont celles que l'on rencontre dans les montagnes voisines d'Oberstein.

GÉODÉPHAGES s. m. pl. (jé-o-dé-fa-je — du gr. *geodês*, terrestre; *phagô*, je mange). Entom. Grande division d'insectes coléoptères pentamères correspondant aux carnassiers terrestres ou carabiques.

GÉODÉSIE s. f. (jé-o-dé-zi — du gr. *gê*, terre; *daiô*, je divise). Géom. Science qui a pour but de mesurer, par un procédé quelconque, la surface ou une partie de la surface de la terre, ou quelque distance prise sur elle : *La mesure d'un méridien est la principale opération de la* GÉODÉSIE. *L'arpentage n'est que de la* GÉODÉSIE *élémentaire.*

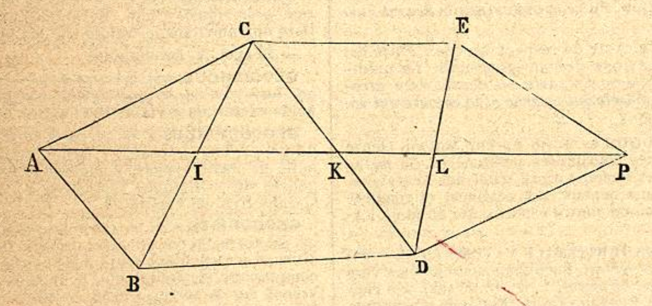
— **Encycl.** La *géodésie* a pour objet la connaissance de la figure extérieure de la terre; c'est la science qui a pris la place de la géométrie, lorsque celle-ci, perdant de vue son origine pratique, est devenue une science spéculative.

Il serait superflu d'énumérer ici l'utilité d'une science qui fournit ses bases à la géographie, par conséquent à la navigation, et qui a donné au monde le seul système rationnel de poids et mesures. Nous entrerons donc de suite en matière.

Le problème général de la *géodésie* se réduit à la mesure de la plus courte distance entre deux points donnés sur la surface de la terre. C'est en multipliant ces mesures d'arcs pris à toutes les latitudes et dans toutes les orientations qu'on peut arriver à connaître la figure de la terre.

La plus courte distance entre deux points de la surface de la terre serait l'arc de grand cercle compris entre ces deux points, si la terre était exactement sphérique. Comme elle ne l'est pas, la question se compliquera naturellement de difficultés provenant des inégalités que les premières recherches pourront signaler. On supposera d'abord la terre sphérique, parce que l'on sait qu'elle s'éloigne peu en définitive de cette forme simple.

— *Principe des triangulations.* Soit AP l'arc à mesurer, dont la longueur sera en général telle, et dont les extrémités A et P seront séparées par de telles inégalités de terrain, que toute mesure directe à la règle serait matériellement impossible : on prendra, entre les points A et P, un certain nombre de stations B, C, D, E, disposées alternativement, de part et d'autre de AP, et l'on imaginera la série de triangles ABC, CBD, DCE, EDP; on mesurera directement, à la règle et avec toutes les précautions convenables, la longueur AB, qui prendra le nom de base de la triangulation (v. BASE), et on déterminera, à l'aide du théodolite, tous les angles des triangles construits, que l'on pourra dès lors résoudre, de proche en proche, par les méthodes trigonométriques. D'un autre côté, les lignes BC, CD, DE couperont l'arc AP en des points I, K, L, et, pour pouvoir calculer les longueurs AI, IK, KL, LP, qui composent l'arc AP, il suffira de mesurer directement l'angle BAP. En effet, on pourra dès lors résoudre d'abord le triangle BAI, dans lequel on connaîtra un côté BA et les deux angles adjacents, puis le triangle CIK, dans lequel on connaîtra CI comme étant la différence entre BC et BI, et les deux angles adjacents, dont l'un, I, sera égal à son opposé par le sommet; puis de même le triangle KDL, et enfin le triangle LEP.



Les triangles à résoudre ne sauraient être considérés comme rectilignes; cependant on les résout par la trigonométrie rectiligne, mais en faisant subir aux résultats des corrections convenables, sur lesquelles nous reviendrons plus tard.

Le choix des sommets B, C, D, E n'est pas indifférent : pour que le nombre des triangles ne se multiplie pas trop, il faut que les stations soient assez élevées pour que la vue puisse porter au loin. D'un autre côté, il faut, autant que possible, s'arranger de manière que les triangles à résoudre soient à peu près équilatéraux; c'est le cas où les erreurs de mesure ou de calcul ont le moins d'influence sur les résultats. La grandeur des côtés des triangles est subordonnée à celle des instruments employés pour la mesure des angles. Avec des cercles de $0^m,40$ à $0^m,50$ de diamètre, on peut donner aux côtés des triangles des longueurs de 40 à 50 kilomètres.

Ordinairement, le canevas géodésique ne se compose pas d'un seul réseau de triangles; les grands côtés des triangles du premier réseau peuvent servir de bases à des réseaux secondaires; puis, sur les côtés des triangles de ces nouveaux réseaux, on établit encore des réseaux à mailles plus fines, et ainsi de suite, sans autre limite que celle qu'indique le degré de fini de la carte qu'on veut obtenir.

La nécessité de vérifier les opérations oblige à mesurer au moins deux bases directement. Pour la détermination de l'arc du méridien compris entre Dunkerque et Perpignan, on a mesuré, près de Melun, une première base de $11{,}842^m,15$, et la seconde, près de Perpignan, de $11{,}706^m,40$. Les ingénieurs chargés de dresser la carte de France du dépôt de la guerre ont mesuré, en outre, cinq bases près de Brest, de Bordeaux, d'Aix, d'Ensisheim (Alsace) et dans les Landes. Ces bases ont respectivement $10526^m,91$, $14119^m,08$, $8066^m,65$, $19044^m,40$ et $12220^m,03$.

Nous renvoyons pour la mesure des bases à ce qui a été dit à l'article BASE.

Après avoir choisi les différentes stations, il faut y établir des signaux propres à donner un pointé exact. En général, les monuments existants ne se trouvent pas dans de bonnes conditions, soit pour y établir la mire, soit pour fournir aux ingénieurs un poste d'observation. On est donc presque toujours obligé de recourir à des constructions spéciales. Les signaux adoptés en France sont des pyramides quadrangulaires en charpente; le prolongement du poinçon de la charpente porte un tronc de pyramide renversé dont le sommet sert de point de mire. A ce sommet est suspendu un fil à plomb dans la direction duquel l'ingénieur doit établir le centre du cercle employé pour la mesure des angles. La charpente doit être assez solide pour qu'aucune circonstance accidentelle ne puisse déranger la mire. Le poste d'observation est fourni par une plate-forme qui termine la pyramide, et comme les mouvements de l'opérateur pourraient en faire fléchir le plancher, on assoit les instruments sur des supports indépendants.

Pour leurs opérations géodésiques dans l'Inde, les Anglais ont construit des signaux en solide maçonnerie.

Chaque signal, vu d'une station voisine, peut se projeter, soit sur le ciel, soit sur le terrain. Il vaut mieux qu'il se projette sur le ciel; la vision est alors plus nette. On a été souvent obligé de recourir à des observations de nuit, parce que le jour les signaux ne se détachent pas assez nettement sur le fond; dans ces cas, on pointait sur des réverbères établis aux sommets des pyramides. On se sert maintenant avec avantage de l'héliotrope de Gauss (v. HÉLIOTROPE), qui permet d'observer de jour et procure un excellent pointé.

Les angles que l'on fait entrer dans les calculs des triangles géodésiques ne sont pas ceux des triangles formés par les points de visée voisins, mais ces angles réduits à l'horizon, c'est-à-dire les angles des projections des triangles ABC, BCD, etc., sur l'horizon. Pour avoir ces angles réduits, on peut, ou bien se servir du théodolite, qui les donne directement, puisqu'il fournit les différences azimutales des lignes de visée, ou bien faire les corrections par le calcul, au moyen des distances zénithales des lignes de visée. On emploie le dernier moyen lorsqu'on se propose d'obtenir, en même temps que la projection du canevas sur l'horizon, les altitudes relatives des différents sommets de la triangulation.

Soient a et b les distances zénithales des lignes de visée menées d'une station C aux mires placées en B et A, et c l'angle BCA; il s'agit d'obtenir l'angle C du triangle sphérique qui aurait pour côtés a, b, c. Cet angle C est fourni par la formule

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C,$$

d'où

$$\cos C = \frac{\cos c - \cos a \cos b}{\sin a \sin b}.$$

Mais comme l'angle C diffère peu de c, ce n'est pas C que l'on calcule directement, mais $C - c = x$. En remplaçant C par $c + x$, et d'ailleurs a et b par $90° - \alpha$ et $90° - \beta$, il vient, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur,

$$\cos c - x \sin c = \frac{\cos c - \alpha\beta}{1 - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}},$$

d'où

$$x = \frac{\alpha\beta - \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\cos c}{\sin c}$$

$$= \frac{\alpha\beta\left(\sin^2\frac{1}{2}c + \cos^2\frac{1}{2}c\right) - \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\left(\cos^2\frac{1}{2}c - \sin^2\frac{1}{2}c\right)}{2\sin\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}c}$$

$$= \left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2 \operatorname{tang}\frac{1}{2}c - \left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2 \cot\frac{1}{2}c.$$

Nous avons déjà dit qu'on calcule tous les triangles du réseau par les formules de trigonométrie rectiligne; mais comme la somme des angles mesurés aux trois sommets dépasserait 180°, il est nécessaire de leur faire subir une correction. La méthode que l'on suit consiste à retrancher de chaque angle le tiers de l'excès sphérique. Cette méthode a été donnée par Legendre. Nous l'avons justifiée à l'article TRIANGULATION. Elle est fondée sur le théorème suivant : Etant donné un triangle sphérique dont les côtés soient très-petits par rapport au rayon de la sphère, si l'on construit un triangle rectiligne dont les côtés aient les mêmes longueurs, les surfaces des deux triangles seront très-approximativement égales, et les angles du triangle rectiligne seront respectivement égaux à ceux du triangle sphérique diminués du tiers de l'excès sphérique. Voyez, au reste, pour la résolution des triangles composant un réseau, les détails que nous avons donnés à l'article précité.

— *Figure et dimensions de la terre.* Le méridien terrestre n'étant certainement pas un cercle, l'hypothèse la plus simple qui se présente est de le regarder comme une ellipse : l'expérience indiquera s'il est possible de conserver cette hypothèse, qui, au moins, s'accorde déjà avec la théorie. En l'admettant provisoirement, les deux éléments qu'il reste à connaître sont le grand axe de l'ellipse méridienne et son excentricité. On en déduira l'aplatissement par la formule

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a},$$

d'où

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{a^2} = \alpha(2-\alpha) = 2\alpha - \alpha^2,$$

α indiquant l'aplatissement $\frac{a-b}{a}$.

Différentes méthodes se présentent pour cela. Nous indiquerons d'abord celle qui se fonde sur les mesures d'arcs pris sur des méridiens. Soit M la mesure d'un arc d'un degré pris sur un méridien à la latitude moyenne l; le rayon de courbure d'une ellipse au point où la normale fait un angle l avec le grand axe étant

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{3}{2}}},$$

on aura

$$M = \frac{\pi}{180}\rho = \frac{\pi}{180}\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\pi}{180}a(1-e^2)(1-e^2\sin^2 l)^{-\frac{3}{2}}.$$

Si l'on développe

$$(1-e^2\sin^2 l)^{-\frac{3}{2}}$$

en série, on trouve d'abord

$$1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l + \frac{15}{8}e^4\sin^4 l + \ldots;$$

mais, comme e est très-petit, on peut se borner aux deux premiers termes. Il vient alors

$$M = \frac{\pi}{180}a(1-e^2)\left(1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l\right).$$

Pour un autre arc d'un degré, mesuré à une autre latitude l', on aura de même

$$M' = \frac{\pi}{180}a(1-e^2)\left(1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l'\right),$$

d'où

$$\frac{M}{M'} = \frac{1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l}{1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l'}.$$

Cette équation donnera aisément e^2, et l'on calculera ensuite a par la formule

$$a = \frac{180\ M}{(1-e^2)\left(1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l\right)}.$$

C'est cette méthode qu'a suivie la commission des poids et mesures chargée par l'Institut de faire au gouvernement le rapport préparatoire à l'adoption du système métrique.

On avait trouvé pour les longueurs de l'arc d'un degré, en France et au Pérou, aux latitudes moyennes de 44° 41′ 49″ et de 1° 31′ 1″, $56977^T,36$ et $56736^T,81$. Ces données fournirent pour l'aplatissement la valeur $\frac{1}{368}$, et pour le rayon équatorial $3271985^T,33$. La comparaison des mesures prises en France et en Laponie a donné pour l'aplatissement $\frac{1}{334}$. C'est à cette valeur que s'était arrêtée la commission, et elle en avait conclu pour la longueur du quart du méridien 5130740 toises, et, par suite, pour la longueur du mètre, qui est la dix-millionième partie du quart du méridien, 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de ligne.

Au lieu d'employer à la détermination des inconnues a et e les longueurs de deux arcs de méridien pris à différentes latitudes, on peut aussi bien se servir des longueurs des arcs d'un degré pris sur le méridien et le parallèle d'un même lieu, et s'étendant, de part et d'autre, à égale distance de ce lieu. Nous avons déjà donné la formule de l'arc d'un degré du méridien à la latitude moyenne l; c'est

$$M = \frac{\pi}{180}\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{3}{2}}};$$

d'autre part, le rayon du parallèle dont la latitude est l étant donné par la formule

$$\frac{a\cos l}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{1}{2}}},$$

on aura pour le degré du parallèle

$$P = \frac{\pi}{180}\frac{a\cos l}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{1}{2}}}.$$

En divisant ces deux équations membre à membre, on en tire

$$\frac{M}{P} = \frac{1-e^2}{\cos l\,(1-e^2\sin^2 l)},$$

équation qui fournira e^2, d'où l'on déduira ensuite a en substituant dans l'une ou l'autre des précédentes.

Enfin, on peut comparer la valeur numérique trouvée directement pour un arc d'une assez grande étendue à sa valeur algébrique développée en série. En désignant par ds un élément de la méridienne et par dl la différence de latitude aux extrémités de cet élément, on a

$$ds = a(1-e^2)(1-e^2\sin^2 l)^{-\frac{3}{2}}dl = a(1-e^2)\left(1 + \frac{3}{2}e^2\sin^2 l + \frac{15}{8}e^4\sin^4 l + \ldots\ldots\right)dl.$$

On en déduit

$$S = a(1-e^2)\left[m(l'-l) - n\sin(l'-l)\cos(l'+l) + \frac{p}{2}\sin^2(l'-l)\cos^2(l'+l) + \ldots\ldots\right]$$

$m, n, p, \ldots$, désignant des coefficients dont les valeurs respectives sont

$$m = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6$$

$$n = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6$$

$$p = \frac{16}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6$$

....

En appliquant cette formule à deux arcs différents, on aura deux équations entre a et e. C'est par cette méthode que Bessel, s'emparant à la fois de dix mesures d'arcs et les faisant concourir, par la méthode des moindres carrés, à la détermination des inconnues, a cru pouvoir proposer, à la place des résultats obtenus par la commission française, les suivants, qu'on regarde effectivement comme plus exacts :

$$e^2 = 0{,}0066744,$$

d'où

$$\alpha = \frac{1}{299{,}1528}$$

et

$$a = 3272077^T,14.$$

Ayant a et e, pour calculer la longueur du quart du méridien, on se sert de la formule donnée plus haut pour représenter un arc quelconque S du méridien. Il suffit d'y faire $l = 0$ et $l' = 90°$.

Elle devient alors

$$Q = a(1-e^2)\frac{\pi}{2}m$$

$$= a\frac{\pi}{2}(1-e^2)\left(1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \ldots\right)$$

C'est par cette formule que la commission française a trouvé

$$Q = 5130740 \text{ toises},$$

et par suite

$$1^m = 0^T,5130740.$$

Bessel a trouvé depuis

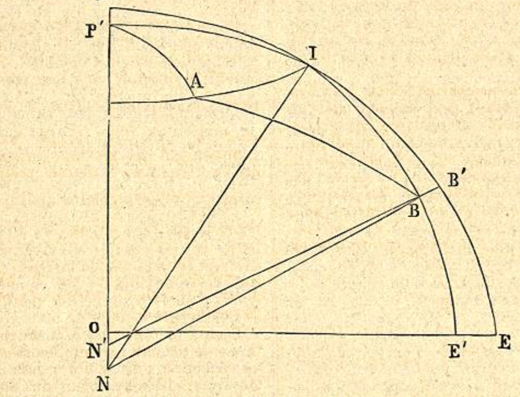
$$Q = 5131179 \text{ toises}.$$

Mais Bessel lui-même convient que ce dernier résultat comporte une incertitude de ± 256 mètres.

Les petites différences qu'on obtient, comme on voit, en suivant différentes méthodes, n'empêchent pas qu'on ne puisse continuer de regarder la figure de la terre comme étant dans son ensemble celle d'un ellipsoïde de révolution.

Ces différences tiennent probablement à des anomalies locales qui peuvent être attribuées aux attractions exercées sur le fil à plomb, soit par des montagnes voisines, soit par des couches intérieures plus denses dans certaines directions que dans toutes les autres, par rapport à l'observateur.

La terre n'étant pas exactement sphérique, il en résulte que les opérations géodésiques effectuées suivant la méthode exposée plus haut ne fournissent que des résultats approchés. Ceux qu'on obtient sont ceux qui conviendraient au cas où la surface de la terre se confondrait avec la sphère tangente à l'ellipsoïde terrestre, le long du parallèle sur lequel se trouvait le milieu de la base de la triangulation, et qui aurait pour centre le point de rencontre avec la ligne des pôles d'une verticale menée en l'un des points de ce parallèle. En effet, en se servant pour le calcul de tous les triangles du réseau de leurs angles réduits à l'horizon, on évite les inégalités d'altitude, c'est-à-dire qu'on opère comme si tous les points de la surface étaient à la même distance du centre que le point de départ. Cependant, il faut remarquer, d'un autre côté, que lorsque le réseau a une grande étendue, les normales à l'ellipsoïde terrestre et à la sphère tangente le long du parallèle du point de départ s'écartent de plus en plus l'une de l'autre à mesure qu'on s'éloigne de ce point de départ. La direction adoptée pour la verticale étant donc toujours donnée expérimentalement et appartenant, par conséquent, à l'ellipsoïde, les résultats ne se rapportent, en réalité, ni à la sphère ni à l'ellipsoïde; ils sont intermédiaires. Pour les corriger, il faut, avant tout, connaître la différence des latitudes de chaque sommet de la triangulation, comptées sur la sphère et sur l'ellipsoïde. Nous allons montrer comment on obtient cette différence



Soient PIE le quart du méridien terrestre, A un point du parallèle sur lequel se trouvait le milieu de la base mesurée directement, IN la normale en ce point, et, par conséquent, N le centre de la sphère sur laquelle on est censé avoir marché, P′IE′ le quart du méridien de cette sphère, A la station située sur le parallèle du milieu de la base : supposons qu'on ait déterminé par le calcul la distance de la station A à une autre B, dont la longitude soit celle des deux méridiens PIE ou P′IE′, cette station sera en B ou en B′, selon qu'on la placera sur la sphère ou sur l'ellipsoïde. Seulement, les arcs AB, AB′ seront égaux. En B, la normale est BN, mais en B′ elle est B′N′. Les latitudes des points B et B′ ne sont donc pas les mêmes; il s'agit d'en connaître la différence. On les compare pour cela toutes deux à celle du point A. Soient l la latitude de A, celle de B, et l' celle de B′.

Pour avoir l_1 on peut le développer en série par la formule de Maclaurin, en le considérant comme une fonction du rapport u de l'arc AB au rayon IN. On aura ainsi

$$l_1 = l + \left(\frac{dl}{du}\right)u + \left(\frac{d^2 l}{du^2}\right)\frac{u^2}{1.2} + \ldots.$$

Mais le triangle P′AB, dans lequel les côtés P′B, P′A sont les compléments des latitudes, donne

$$\sin l_1 = \sin l \cos u + \cos l \sin u \cos A;$$

d'où, en dérivant par rapport à u,

$$\cos l_1 \frac{dl_1}{du} = -\sin l \sin u + \cos l \cos u \cos A$$

$$\cos l_1 \frac{d^2 l_1}{du^2} - \sin l_1\left(\frac{dl_1}{du}\right)^2$$

$$= -\sin l \cos u - \cos l \sin u \cos A,$$

et en faisant $u = 0$;

d'où $l_1 = l$,

$$\frac{dl}{du} = \cos A$$

$$\frac{d^2 l}{du^2} = \operatorname{tang} l \cos^2 A \operatorname{tang} l = -\operatorname{tang} l . \sin^2 A.$$

En se bornant aux deux premiers termes, il vient

$$l_1 - l = u\cos A - \frac{1}{2}u^2\sin^2 A \operatorname{tang} l;$$

c'est-à-dire, en remplaçant u par sa valeur,

$$l_1 - l = \cos A \frac{K}{N\sin 1''} - \frac{1}{2}\operatorname{tang} l \sin^2 A \frac{K^2}{N^2\sin 1''},$$

N désignant la normale IN dont la valeur est

$$N = \frac{a}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{1}{2}}},$$

et K la distance AB estimée en mètres.

Cherchons maintenant $l' - l$. Les arcs IB et IB′ sont exprimés respectivement par

$$IB = N(l_1 - l)$$

et

$$IB' = \rho\, l' - l),$$

ρ désignant le rayon de courbure de l'ellipsoïde en I, rayon qui est exprimé par

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{(1-l^2\sin^2 l)^{\frac{3}{2}}}.$$

Mais les distances IB et IB′ peuvent être considérées comme égales; on a donc

$$(l_1 - l)\frac{a}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{1}{2}}} = (l'-l)\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 l)^{\frac{3}{2}}};$$

d'où

$$l' - l = (l_1 - l)(1-e^2\sin^2 l)\frac{1}{1-e^2}$$

$$= (l_1 - l)(1-e^2\sin^2 l)(1 + e^2 + e^4 + \ldots\ldots),$$

ou, en négligeant les termes qui renferment les puissances de e supérieures à la seconde,

$$l' - l = (l_1 - l)(1 + e^2\cos^2 l).$$

Telles sont les formules qu'on a employées pour la construction de la carte de France.

Nous renvoyons à l'article NIVELLEMENT pour ce qui concerne l'estimation des différences d'altitude des divers sommets d'un réseau géodésique.

— *Histoire de la géodésie.* L'histoire de la *géodésie* se réduira à peu de mots, cette branche de la science n'ayant pris de développements importants que depuis deux siècles au plus.

« Des deux questions de la grandeur et de la figure de la terre, les anciens, dit Delambre, ne se sont guère occupés que de la première. La seconde leur avait semblé résolue aussitôt que posée. Dès l'instant où l'on se fut assuré de la courbure de la terre et de la convexité des mers, on se hâta de conclure que la terre était sphérique. On n'avait garde alors d'élever le moindre doute sur une hypothèse qui réunissait une grande simplicité en théorie et une exactitude suffisante pour la pratique. Dans cette hypothèse, il suffisait de mesurer un arc défini d'un méridien quelconque pour en conclure la grandeur du rayon de la terre. C'est Eratosthène qui paraît avoir le premier montré comment devait se faire l'opération. Sans sortir de son observatoire, il donna la première idée de la marche à suivre pour déterminer la grandeur de la terre. Il savait qu'à Syène, le jour du solstice, les puits étaient éclairés jusqu'au fond, c'est-à-dire que le soleil passait au zénith; il en conclut que Syène était sous le tropique. La hauteur solsticiale, qu'il put observer lui-même à Alexandrie, lui donnait la différence de latitude ou le nombre de degrés du méridien interceptés entre les parallèles de ces deux villes. La route qui conduisait de l'une à l'autre était d'environ 5,000 stades; elle se dirigeait à peu près dans le sens du méridien : il en supposa la déclinaison tout à fait nulle. La différence en latitude lui parut la cinquantième partie d'un grand cercle. La circonférence de la terre devait, par conséquent, être de 250,000 stades. Il la porta à 252,000 pour avoir un degré de 700 stades en nombre rond. Ces résultats ne sont pas, comme on voit, d'une précision bien rigoureuse, mais ils suffisaient à la géographie du temps. Quant à la division des degrés en 700 stades, elle pourrait aujourd'hui nous donner la mesure du stade, si on supposait exacts les calculs et les observations d'Eratosthène; mais elle ne peut pas servir à apprécier, même grossièrement, le degré d'approximation des résultats obtenus par ce géomètre, la longueur vraie du stade nous étant à peu près inconnue, ou ne l'étant que dans des limites telles que la vérification n'apprendrait rien.

Ce que les Arabes ont fait pour la mesure de la terre est encore bien moins précis. D'après leurs auteurs, Al-Mamoun aurait fait assembler les astronomes dans la plaine de Sinjar. Après y avoir pris la hauteur du pôle, ils se séparèrent en deux troupes et marchèrent, les uns vers le midi, les autres vers le nord, mesurant le mieux qu'ils purent les chemins qu'ils faisaient, et observant de temps en temps la hauteur du pôle, jusqu'à ce qu'ils eussent trouvé des deux côtés une différence d'un degré. De cette mesure de deux degrés, il résulta une évaluation qui paraît encore moins précise que celle des anciens.

Comme les Arabes, Fernel s'est acheminé vers le Nord, sur la route de Paris à Amiens, jusqu'à ce qu'il eut trouvé la hauteur du pôle augmentée d'un degré, et, comme Eratosthène, il supposa que sa route était toute dans un même méridien; ce qui était du moins à très-peu près vrai. On sait, du reste, combien était primitif le moyen qu'il employa pour mesurer le chemin fait. Il eut toutefois le bonheur de rencontrer à peu près juste.

Snellius employa la véritable méthode. Il mesura une base sur laquelle il forma des triangles; il en déduisit la distance dans le sens du méridien, et il observa la hauteur du pôle aux deux extrémités, comme l'ont fait les derniers observateurs; il n'y a de différence que dans les moyens mécaniques, les méthodes de calcul et les soins apportés à l'opération.

Riccioli avait imaginé, pour mesurer le rayon de la terre, diverses méthodes applicables seulement à de très-petits arcs. Les résultats divergents auxquels il arrivait montrèrent l'imperfection de ces méthodes.

Norwood, en Angleterre, mélangea les deux procédés de Fernel et de Snellius; quoiqu'il eût pris la précaution d'évaluer, au moyen d'un graphomètre, les détours de la route qu'il mesurait d'ailleurs à la manière des arpenteurs, il se trompa de 400 toises sur la longueur du degré.

Picard, qui, en société avec Auzout, avait imaginé de substituer aux anciennes pinnules des graphomètres des lunettes et des micromètres, reprit la mesure de l'arc déjà étudié par Fernel en y appliquant la méthode de Snellius, mais avec des instruments beaucoup plus parfaits, et en y apportant des soins inconnus jusque-là. Il trouva pour la longueur du degré du méridien, à la latitude d'Amiens, 57,063 toises, c'est-à-dire 15 toises de moins que ce qu'ont donné les mesures plus récentes. Mais la longueur de sa toise était un peu moins grande que celle de la toise de Borda, qui a servi dans les mesures plus récentes; il aurait dû trouver un nombre sensiblement plus fort que celui auquel il est arrivé. Il s'était trompé de quelques secondes dans l'évaluation de l'arc céleste, c'est-à-dire de la différence des latitudes. Cette opération de Picard a été reprise et vérifiée plusieurs fois, de 1740 à 1756, par Maupertuis, Clairaut, Camus et Lemonnier; elle fut ensuite prolongée, de 1683 à 1718, par Cassini et Lahire, jusqu'à Dunkerque et à Collioure. Les détails de ces opérations ont été consignés dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1708. Pour la vérification, on mesura deux nouvelles bases près de Dunkerque et de Perpignan. Les erreurs se trouvèrent assez faibles, et on regarda dès lors la question principale comme résolue. On supposa le rayon de la terre connu.

Mais, vers cette époque, Huyghens et Newton, guidés par la théorie, avancèrent que la terre devait être aplatie aux pôles, et la diminution du pendule à secondes, observée par Richer près de l'équateur, venait confirmer cette hypothèse théorique. Cependant les mesures prises par Cassini et Lahire indiquaient tout le contraire : la longueur du degré avait paru moindre au nord qu'au sud. Après d'assez longues discussions, on reconnut la nécessité de recourir de nouveau à l'expérience. Cassini de Thury et Lacaille reprirent donc, en 1739, la mesure de la méridienne de France. Leur travail, qui parut en 1744 dans les *Mémoires de l'Académie*, sous le titre de *Méridienne vérifiée*, constata irrécusablement l'aplatissement de la terre; il restait à connaître la quantité de cet aplatissement. Cette inconnue ne pouvait résulter que de nouvelles recherches plus difficiles encore et plus délicates que toutes celles qu'on avait déjà faites.

Depuis lors, plusieurs degrés ont été mesurés en différents pays : Lacaille au cap de Bonne-Espérance, Boscowich dans les États du pape, Beccaria en Piémont, Liesganig en Autriche et en Hongrie, suivirent avec plus ou moins de succès les exemples donnés en France; enfin Masson et Dixon mesurèrent un degré en Pensylvanie. Mais, loin de fixer l'incertitude qui restait sur la quantité de l'aplatissement, la comparaison de tous ces degrés était plus propre à faire douter de la similitude des méridiens ou de la régularité de leur courbure.

C'est pourquoi l'Assemblée nationale, qui voulait réformer complétement notre système de poids et mesures, accepta d'enthousiasme la proposition faite, en 1790, par Talleyrand, de faire entreprendre, avec des moyens encore plus parfaits, de nouvelles opérations géodésiques.

Le 8 mai 1790, cette assemblée rendit un décret par lequel « le roi était supplié d'écrire à Sa Majesté Britannique, et de la prier d'engager le Parlement d'Angleterre à concourir avec l'Assemblée nationale à la fixation de l'unité naturelle des mesures et des poids, afin que, sous les auspices des deux nations, des commissaires de l'Académie des sciences pussent se réunir en nombre égal avec des membres choisis par la Société royale de Londres, dans le lieu qui serait jugé le plus convenable, pour déterminer, à la latitude de 45 degrés, ou toute autre latitude qui pourrait être préférée, la longueur du pendule, et en déduire un modèle invariable pour toutes les mesures et tous les poids. »

Ce décret fut sanctionné le 2 août, et l'Académie s'empressa de nommer une commission composée de Borda, Lagrange, Laplace, Monge et Condorcet, dont le rapport, imprimé, parut en mars 1791. La commission conclut, comme on sait, pour l'adoption de la dix-millionième partie du quart du méridien comme unité fondamentale. Elle proposait, en outre, à l'Académie de nommer six commissions différentes pour les six opérations distinctes dont le projet était composé. L'Assemblée nationale adopta le plan de l'Académie par un décret en date du 26 mars 1791; la sanction royale suivit immédiatement après, et les commissaires furent délégués par l'Académie des sciences. Ce furent, comme on sait, Delambre et Méchain, qui furent chargés de la nouvelle mesure de la méridienne de France. Biot et Arago furent plus tard chargés de prolonger la méridienne jusqu'à Formentera.

— Bibliogr. Parmi les nombreux ouvrages relatifs à la *géodésie*, nous citerons d'abord ceux qui se rapportent aux grandes opérations entreprises par ordre du gouvernement pour arriver à la détermination du mètre. Ce sont :

Base du système décimal, ou *Mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et de Bordeaux*, exécutée en 1792 et années suivantes par MM. Méchain et Delambre, rédigée par M. Delambre, secrétaire perpétuel de l'Institut pour les sciences mathématiques (Paris, 1806, 3 vol. in-4°).

Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques, exécutées par ordre du Bureau des longitudes de France, en Espagne, en France, en Angleterre et en Ecosse, pour déterminer la variation de la pesanteur et des degrés terrestres, sur le prolongement du méridien de Paris, faisant suite au troisième volume de la *Base du système métrique*, par Biot et Arago.

Rapport fait au Bureau des longitudes sur la détermination de la longueur de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et de Formentera, par Daussy et Largeteau, membres de l'Institut.

Nouvelles comparaisons des mesures géodé-