tiempo y lugar de la marea alta, siendo siempre el lugar, la parte de la tierra más próxima o más alejada de la luna, tenemos suficientes pruebas de que la luna es, total o parcialmente, la causa que determina las mareas.

Mill procede en este razonamiento de acuerdo al método que él llamó de la variación concomitante y cuyo enunciado es el siguiente:

Un fenómeno que varía de cualquier manera, siempre que otro fenómeno varía de la misma (u opuesta) manera, es, o una causa o un efecto de este fenómeno o está conectado con él por algún hecho de causalidad.

El esquema de este método es el siguiente:

$$\begin{array}{l}
A\ B\ C \;\text{———————}\; a\ b\ c \\
A{+}B\ D \;\text{———————}\; a{+}b\ d \\
A{-}B\ C \;\text{———————}\; a{-}b\ c \\
\hline
\end{array}$$

A y a están conectadas casualmente

TERCERA UNIDAD

O B J E T I V O   P A R T I C U L A R

Al término de la unidad, el alumno:

Conocerá el desarrollo de la lógica.

3.1.- Diferenciará la lógica proposicional, cuantificacional y de clase.

3.1.1.- La Lógica Moderna. Desde su nacimiento como ciencia, la lógica aristotélica desarrolló preferentemente el razonamiento deductivo y muy especialmente el silogístico. Dado el carácter infalible que le fue asignado a Aristóteles, la lógica no cambió en mil ochocientos años, sin embargo, los cambios sufridos por el pensamiento científico desde el renacimiento, condujeron entonces a algunos filósofos como Sir Francis Bacon (1561-1626) a otorgarle una desmedida importancia a las ciencias factuales y por ello al orden seguido en la observación y experimentación imprescindibles a su desarrollo. En años recientes los lógicos han considerado que a pesar de la importancia del razonamiento inductivo, es el deductivo el de mayor trascendencia. La limitación de la lógica aristotélica tradicional movió a pensadores como De Morgan, Boole, Pierce, Peano, Frege, Russell, Whitehead, al desarrollo del razonamiento deductivo formal que permitió la creación de lo que ahora conocemos como lógica moderna o simbólica. En las siguientes páginas intentaremos explicar algunos de los temas de la lógica formal, a la manera en que son tratados por la lógica simbólica.

Los razonamientos cuya validez o invalidez estudia la lógica, se expresan las más de las veces en alguna lengua o idioma, como ya hemos visto más arriba. Para evitar las dificultades a que nos puede conducir la naturaleza vaga y equívoca de las palabras usadas, la anfibología en la construcción, los modismos engañosos que pudieran contener, el estilo metafórico que pueda llevarnos a la confusión, y las cargas emotivas que a las palabras se les pueda atribuir, los lógicos modernos han preferido crear un lenguaje simbólico libre de estos defectos y al que puedan traducirse las proposiciones y razonamientos del lenguaje natural. Esta notación simbólica creada por los lógicos modernos, nos brinda la utilidad adicional de la ayuda que prestan en el uso y manejo real de proposiciones y razonamientos. Por ello la adopción de ese lenguaje lógico especial, nos facilita grandemente la derivación de inferencias y la evolución de razonamientos para determinar su validez o invalidez.

En esta unidad nos referiremos a razonamientos constituídos por proposiciones compuestas, o combinados con proposiciones simples.

Empezaremos pues, por la representación simbólica de aquellas proposiciones de las que ya hemos hablado (cfr. 2.5). Debemos entender por "variable de enunciado", aquella letra en cuyo lugar (reemplazándola), puede colocarse un enunciado (expresión de una proposición). Las variables de enunciado pueden reemplazarse tanto por enunciados compuestos como simples. Usaremos letras minúsculas tomadas de la parte media del abecedario, "p", "q", "r", "s"... como variables de enunciados.

Si sustituimos el enunciado "Juan es joven", por la letra "p"; el enunciado "Juan es estudioso", por la letra "q" y utilizáramos un punto para representar la conjunción "y" (conectivo extensional), tendríamos: "p.q" que puede ser sustituido por el enunciado compuesto "Juan es joven y Juan es estudioso". Esta proposición compuesta es llamada conjuntiva y sólo puede ser verdadera cuando sus dos miembros constitutivos lo son:

Si p es verdadero y q es verdadero, p.q es verdadero;

Si p es verdadero y q es falso, p.q es falso;

Si p es falso y q es verdadero, p.q. es falso;

Si p es falso y q es falso, p.q es falso;

Si representamos los valores de "verdad" y "falsedad, mediante las letras mayúsculas "V" y "F", la determinación del valor de verdad de una conjunción, que depende de la verdad de sus miembros constitutivos (conjuntivos), puede representarse por medio de una tabla de verdad de la manera siguiente:

p	q	p.q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Podemos considerar que mediante esta tabla de verdad hemos definido el símbolo del punto (.) que representa a cualquier forma de expresión de enunciados con un sentido conjuntivo.

Para expresar la negación de una proposición cualquiera, usamos en nuestro idioma el adverbio de negación "no", o bien, alguna expresión que nos indique el sentido de "es falso que" o "no se da el caso que". Esta negación del contenido de un enunciado lo convierte en su contradictorio y, por lo mismo, si el original era verdadero, la negación del original será falso; si el original era falso, su negación será verdadero. El símbolo que usamos para la negación de un enunciado cualquiera es la tilde: "~".

Ejemplo:

p	~p
V	F
F	V

Debemos considerar a esta tabla de verdad como la definición del símbolo de negación: "~".

La proposición disyuntiva se forma con dos proposiciones simples que se combinan mediante la "o" que las relaciona. El símbolo de la disyunción es la "V" al que se puede llamar "cuña". Aunque la "o" puede relacionar a los miembros constituyentes de la proposición compuesta, que llamamos disyuntiva, con un sentido débil o inclusivo, o con un sentido fuerte o exclusivo, consideraremos a cualquier proposición de la clase "p∨q" con su sentido de disyunción débil, proposición que sólo es falsa en el caso de que ambos disyuntos sean falsos. Esto se define con la siguiente tabla de verdad:

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La puntuación tiene una importancia muy grande en el lenguaje de la lógica simbólica, pues nos sirve para evitar confusión o vaguedad cuando combinamos varios enunciados compuestos que resultan por lo mismo más complicados.

Mediante paréntesis curvos o rectangulares podemos agrupar los enunciados de tal suerte que no se presten a confusión; por ejemplo: "p v q.r" la podemos agrupar de las siguientes dos maneras: la disyunción de "p" con la conjunción de "q" y "r": p v(q.r); o bien la disyunción de "p" o "q" que se constituye en el primer miembro de la proposición conjuntiva cuyo segundo miembro es "r": (p v q).r.

Observen que la puntuación en lógica es tan importante como en matemáticas, en donde por ejemplo: la expresión "3x4+5" designará un número diferente según se agrupen sus elementos constitutivos: 3x(4+5)= 27 o bien (3x4)+5= 17. Así podemos ver la importancia de la puntuación no sólo en nuestro idioma, sino en la notación aritmética y lógica. Los paréntesis, corchetes (paréntesis rectangulares) y llaves, se emplean para ir agrupando combinaciones de enunciados compuestos cada vez más complicados.

La proposición hipotética, llamada también condicional o implicativa, relaciona dos proposiciones simples mediante el empleo del "si" condicional antepuesto al primero de los miembros, al que llamaremos antecedente o implicante y la palabra "entonces" antecediendo al segundo miembro, al que designaremos con el nombre de consecuente o implicado. El elemento formal y constante es: "si ________ entonces ________", la representaremos simbólicamente por medio de una herradura "⊃". La proposición hipotética, "Si Juan estudia, entonces aprobará el curso", la representaríamos simbólicamente: "p ⊃ q".

Cuando habíamos hablado antes de estos enunciados hipotéticos (cfr. 2.5.2) dijimos que estos enunciados no afirman ni la verdad del antecedente ni la del consecuente, sino tan sólo, que si es verdadero el antecedente tiene que serlo el consecuente. Por lo tanto, esta clase de enunciados sólo son falsos cuando siendo verdadero el antecedente, resulta falso el consecuente. Esto queda claramente definido en la siguiente tabla de verdad:

p	q	p ⊃ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

La expresión "$p \supset q$" es una forma abreviada de "$\sim(p.\sim q)$", cuyo significado incluye a los diversos tipos de implicación a los que puede estar referida una proposición hipotética.

El valor de verdad de las proposiciones compuestas que se construyen a partir de la combinación de las simples, mediante el uso repetido de conectivos extensionales tales como el punto, la tilde, la cuña o la herradura, queda completamente determinado por la verdad o falsedad de los enunciados simples que la componen. Si conocemos los valores de verdad de los enunciados simples que constituyen, el compuesto, podemos discernir fácilmente el valor de verdad de cualquiera de éstos. siempre que sea una función de verdad de los primeros. Para realizar este procedimiento, comenzamos siempre con los constituyentes interiores y procedemos hacia afuera. Por ejemplo: Si A y B son enunciados verdaderos y X e Y son enunciados falsos, el valor de verdad del enunciado compuesto $\sim[\sim(A.X).(Y \vee \sim B)]$ lo encontramos de la manera siguiente:

Puesto que X es falsa, la conjunción (A.X) es falsa, y por lo mismo su negación $\sim(A.X)$ verdadera. Como B es verdadero, su negación $\sim B$ es falsa, y dado que Y también es falso, la disyunción $(Y \vee \sim B)$ es

falso. La expresión entre corchetes $[\sim(A \cdot X) \cdot (Y \vee \sim B)]$ es la conjunción de un enunciado verdadero con uno falso y, por lo tanto, es falso. Como la expresión original de la que partimos en este ejemplo, es la negación de un enunciado falso, por lo tanto, la expresión original es verdadera.

3.1.2.- El Razonamiento.

Debemos distinguir entre los razonamientos y las formas de razonamiento con el fin de precisar el concepto de validez del que hemos hablado. Recordemos que sólo las proposiciones pueden ser consideradas desde el punto de vista de la verdad o falsedad, pues los razonamientos sólo pueden ser contemplados desde el punto de vista de su validez o su invalidez. Por ejemplo, de la proposición: "El presidente electo Alvaro Obregón fue asesinado", podemos decir que es verdadera, pero nunca que es válida. Tomemos como ejemplo el razonamiento:

Si Obregón fue asesinado, entonces Obregón está muerto.

Obregón está muerto.

Por lo tanto: Obregón fue asesinado.

De este razonamiento podríamos cuestionarnos si es válido o inválido, pero nunca decir del razonamiento que sea verdadero o falso, pues esto último sólo podríamos predicarlo de las proposiciones que constituyen el razonamiento.

Para dilucidar la validez o invalidez de un razonamiento podemos valernos del método de refutación por analogía lógica. Para probar mediante este método que un razonamiento no es válido, basta con formular otro razonamiento que tenga la misma forma que el primero, pero que sus premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Este método se fundamenta en el hecho de que la validez o invalidez son características puramente formales de los razonamientos. Esto equivale a decir que la validez de un razonamiento depende de su forma, no del contenido al que se refiere. Por esta razón, si dos razonamientos tienen la misma forma, o bien ambos son válidos, o bien ambos carecen de validez.

Observemos el siguiente ejemplo:

Si Juárez fue presidente de México, entonces el Río Nilo es el más largo del mundo.

El Río Nilo es el más largo del mundo

Por lo tanto: Juárez fue presidente de México.

Tanto este razonamiento, como el que concluía con la proposición "Obregón fue asesinado", tienen la misma forma y, por lo mismo, o ambos son válidos, o ambos inválidos, sin importar la verdad o falsedad

ni de las premisas ni de la conclusión. Cada uno de los ejemplos citados constituyen un razonamiento, sin embargo, estos ejemplos y otros muchs pueden tener una misma forma. Para que se vea con mayor claridad la forma común de los razonamientos antes expresados, simbolicemos mediante mayúsculas los enunciados simples que en ellos aparecen. Si representamos por la letra "A" el enunciado "Obregón fue asesinado" y usamos la "B" para presentar "Obregón está muerto"; si la letra "C" simboliza el enunciado "Juárez fue presidente de México", y la letra "D" el enunciado "El río Nilo es el más largo del mundo", entonces tendríamos la formulación simbólica de dichos razonamientos de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l} A \supset B \\ B \\ \hline \therefore A \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} C \supset D \\ D \\ \hline \therefore C \end{array}$$

Estas mismas formas de razonamientos siguen representando a razonamientos particulares que a su vez pueden ser simbolizados por una común forma para ambos mediante el empleo de variables tales como, "p", "q" "r", "s"... Recordemos que variable de un enunciado es simplemente una letra en cuyo lugar puede colocarse un enunciado ya sea simple o compuesto. Al hacerlo así llegaremos a definir la "forma de razonamiento" como una secuencia de símbolos, que contiene variables de enunciados, pero no enunciados, de tal manera que cuando se reemplacen las variables por los enunciados, el resultado será un razonamiento. La forma de razonamiento que corresponde a los ejemplos es la siguiente:

$$p \supset q$$
$$\underline{q \qquad}$$
$$\therefore p$$

Todo razonamiento que resulta de la sustitución de variables por enunciados, es llamado ejemplo de sustitución de aquella forma de razonamiento.

Veamos ahora la técnica de refutación por analogía lógica. Si la forma de un razonamiento tiene algún ejemplo de sustitución cuyas premisas sean verdaderas y su conclusión sea falsa, entonces el razonamiento en cuestión no es válido. Por lo tanto, una forma de razonamiento es inválida si, y solamente si, tiene un ejemplo de sustitución con premisas verdaderas y conclusión falsa. La refutación por analogía lógica se basa en el hecho de que todo razonamiento cuya forma es inválida, no es un razonamiento válido. Toda forma de razonamiento que no sea inválida, debe ser válida, entendiendo por ésta, aquella forma de razonamiento que no tenga ningún ejemplo de sustitución con premisas verdaderas y conclusión falsa.

3.1.3.- Verdad real y verdad formal.

Es conveniente insistir entre la verdad formal y la verdad real de los enunciados. Una forma de enunciado, es toda sucesión de símbolos en la que figuran variables de enunciados, pero no enunciados, de tal manera, que si se reemplazan las variables por enunciados siempre y cuando el reemplazo de una variable sea por un mismo enunciado se obtendrá un enunciado. Las formas de enunciado que hemos visto son 4;

Enunciado conjuntivo, cuya forma es $p.q$
Enunciado disyuntivo, cuya forma es $p \vee q$
Enunciado hipotético, cuya forma es $p \supset q$
La negación de cualquier enunciado, cuya forma es $\sim p$

Así como afirmábamos del razonamiento diciendo que constituye un ejemplo de sustitución de alguna forma de razonamiento, así también cada enunciado es un ejemplo de sustitución de alguna forma de enunciado. Cuando tenemos un ejemplo de enunciado "Obregón murió asesinado" decimos que es un enunciado verdadero desde el punto de vista de la verdad real. Sin embargo, el enunciado disyuntivo "Obregón murió asesinado, o bien Obregón no murió asesinado" ($p \vee \sim q$), es también verdadero, pero desde el punto de vista de la verdad formal, pues no depende de la verdad histórica su verdad, sino de la necesidad lógica de constituir una tautología como lo veremos en la siguiente tabla de verdad;

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Esto nos lleva a la explicación de lo que es una tautología. Cuando una forma de enunciado tiene sólo ejemplos de sustitución verdaderos, entonces es llamada forma de enunciado tautológico o simplemente - tautología.

De la misma manera podemos hablar de la falsedad en el sentido real o formal. Cuando una forma de enunciado tiene solamente ejemplos de sustitución falsos, se dice que es una forma contradictoria o que es una contradicción; ejemplo:

p	$\sim p$	$p . \sim p$
V	F	F
F	V	F

Hay formas de enunciado que poseen ejemplos de sustitución tanto verdaderos como falsos y en este caso hablamos de formas de enunciados contingentes. Por ejemplo p, $\sim p$, $p.q$, $p \vee q$, $p \supset q$, son formas de enunciados contingentes, porque todas ellas nos muestran en sus enunciados correspondientes, valores de verdad que dependen de sus contenidos y no de sus formas.

Dos enunciados son materialmente equivalentes, o equivalentes en valor de verdad, cuando ambos son verdaderos o ambos falsos. El símbolo que expresa la noción de equivalencia es "$\equiv$" que puede interpretarse con la expresión "si y solo si". Ejemplos:

p	q	$p \equiv q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Dos enunciados son lógicamente equivalentes cuando el enunciado de su equivalencia es una tautología. Así, se demuestra que el principio de la doble negación p   p, es tautológico, mediante la siguiente tabla de verdad:

p	$\sim p$	$\sim\sim p$	$p \equiv \sim\sim p$
V	F	V	V
F	V	F	V