

CUADERNOS / 2
Facultad de filosofía
letras y psicología

Universidad autónoma de nuevo león

severo
iglesias

jean piaget:
epistemología
matemática
y
psicología

150
7M

BF 3
I 3

RA-X

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

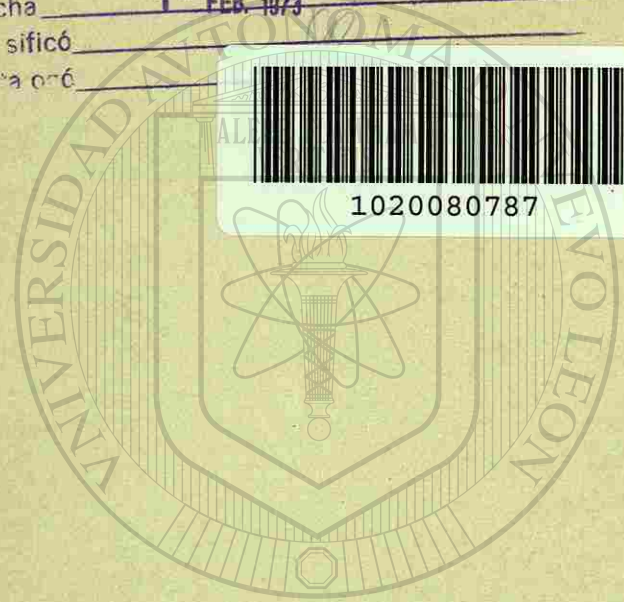
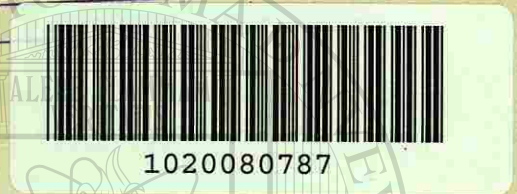
Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

Ugand
ma

NL
150.72.53
Um. Clas. 150.72.53
Um. Autor Z 244
Um. Adg. 071007
Procedencia 1-
Precio _____
Fecha 1 - FEB. 1973
Sifidó _____
Categoría _____



Jean Piaget: epistemología matemática y psicología

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"

071007

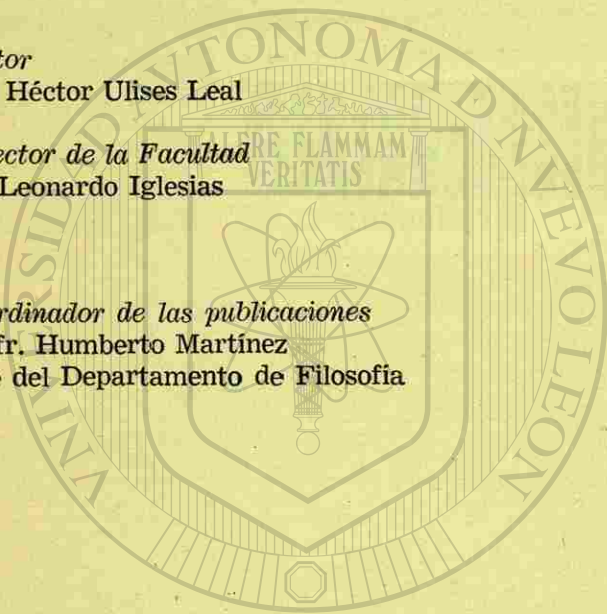
CUADERNOS DE LA FACULTAD
DE FILOSOFIA, LETRAS Y PSICOLOGIA

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

Rector
Ing. Héctor Ulises Leal

Director de la Facultad
Dr. Leonardo Iglesias

Coordinador de las publicaciones
Profr. Humberto Martínez
Jefe del Departamento de Filosofía



Cuaderno 2

Severo Iglesias

Jean Piaget: epistemología matemática
y psicología

UANI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Universidad Autónoma de Nuevo León
Monterrey, México

1972

FONDO UNIVERSITARIO

48641

FONDO UNIVERSITARIO

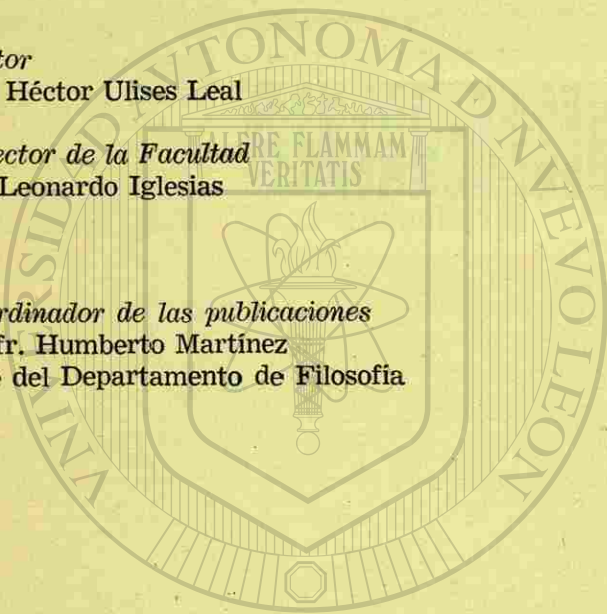
CUADERNOS DE LA FACULTAD
DE FILOSOFIA, LETRAS Y PSICOLOGIA

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

Rector
Ing. Héctor Ulises Leal

Director de la Facultad
Dr. Leonardo Iglesias

Coordinador de las publicaciones
Profr. Humberto Martínez
Jefe del Departamento de Filosofía



Cuaderno 2

Severo Iglesias

Jean Piaget: epistemología matemática
y psicología

UANI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Universidad Autónoma de Nuevo León
Monterrey, México

1972

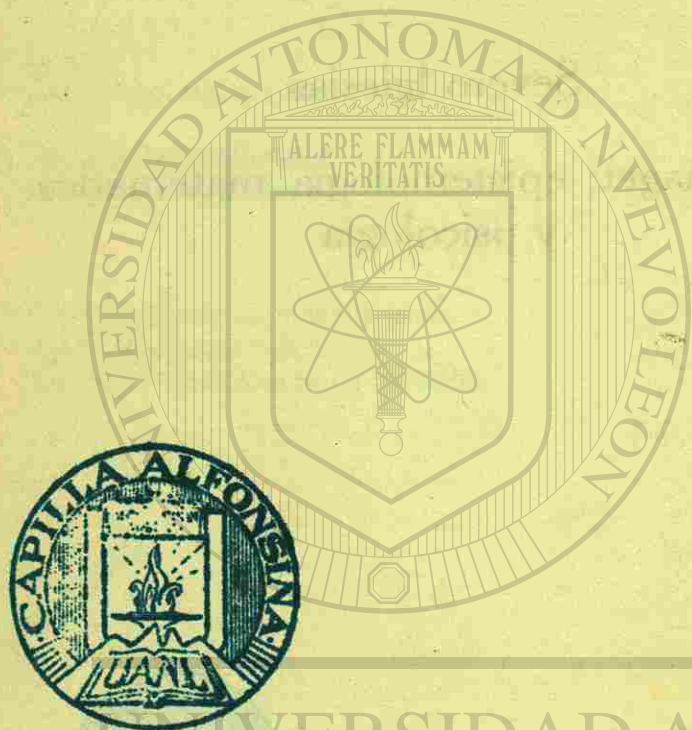
FONDO UNIVERSITARIO

48641

FONDO UNIVERSITARIO

BF311
I 3

Primera edición, 1972



(c) Severo Iglesias González

(c) Universidad Autónoma de Nuevo León
Fac. de Filosofía, Letras y Psicología
Monterrey, N. L., México

Derechos reservados conforme a la ley
Impreso y hecho en México

Printed and made in Mexico

Presentación

La edición de este cuaderno lleva la premeditada intención de llamar la atención de gentes que se ocupan de (disciplinas diferentes, como la psicología, la epistemología, la lógica y la matemática, sobre la problemática común a su actividad.

La atomización de las disciplinas mencionadas, provocada por el prurito de especialización, repercusión a su vez de una condición histórica que nos abarca, por acotamiento de los campos temáticos propios de cada una y por las necesidades concretas de la investigación, ha dado lugar a disputas respecto a la preeminencia fundamentadora de la filosofía y las ciencias positivas y a la guerra interna entre las disciplinas particulares de estas dos ramas.

Es claro, por una parte, observar que esa pugna ha resultado fructífera en muchos aspectos, en la medida en que ha obligado a cada sector a revisar sus fundamentos, ganándose en rigor y consistencia. Pero, por otra parte, es también cierto que muchos problemas han aplazado sus soluciones, dada la incomunicación entre las especialidades.

En este nivel de las investigaciones no es posible anular las diferencias, pero tampoco es posible ocultar sus nexos. Así pues, el examen de problemas comunes conduce a la necesi-

dad de una coordinación heurística y estructural analizable bajo el lente filosófico.

Cabe también mencionar que la problemática presentada aquí es expresión de la inquietud intelectual de la Facultad de Filosofía de la Universidad Autónoma de Nuevo León, a través del seminario sobre Jean Piaget, desarrollado como uno de los trabajos ordinarios de la escuela.

El contenido del cuaderno aborda los temas fundamentales de la Epistemología Genética de Jean Piaget, tomando como base la síntesis de la obra *Epistemología matemática y Psicología. Relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real*. (Veáse el capítulo II de este cuaderno).

I. APROXIMACION AL CONTEXTO

El número es un objeto espiritual, y el ocuparse de él y sus relaciones es una ocupación espiritual; el espíritu se halla, pues, estimulado por esta vía hacia la reflexión en sí y hacia un trabajo interior abstracto, que tiene gran importancia y sin embargo es unilateral. . . aquella ocupación se vuelve carente de pensamiento, mecánica. El esfuerzo consiste especialmente en lo siguiente: mantener firme lo carente de concepto y combinarlo de un modo carente de concepto. . . el contenido sólido de la vida moral y espiritual y de las configuraciones individuales de ésta, con que la educación debe criar al espíritu juvenil como el alimento más noble, es expulsado por lo uno carente de contenido. El efecto —cuando aquellos ejercicios son convertidos en el punto capital y en la ocupación principal— no puede ser otro que el de vaciar al espíritu de forma y contenido y volverlo obtuso. Puesto que el calcular es asunto tan exterior y, por ende, mecánico, se han podido fabricar máquinas que cumplan operaciones aritméticas de la manera más perfecta. . . y al convertir el cálculo en el medio fundamental de la educación del espíritu, se pone a éste en la tortura de perfeccionarse transformándose en máquina. (Hegel, *Ciencia de la lógica*, I, 2; 2o. Cap., A, 2).

I. Contrasta el avance de las disciplinas matemáticas y la importancia que las ciencias están dando a sus técnicas con lo limitado de las investigaciones respecto a la fundamentación epistemológica de las operaciones.

De una parte, se ha querido reducir todo a un formalismo puro donde el contenido de las matemáticas puede ser establecido tomando prestadas las operaciones de la lógica, construyendo "intuitivamente" los contenidos de la matemática

dad de una coordinación heurística y estructural analizable bajo el lente filosófico.

Cabe también mencionar que la problemática presentada aquí es expresión de la inquietud intelectual de la Facultad de Filosofía de la Universidad Autónoma de Nuevo León, a través del seminario sobre Jean Piaget, desarrollado como uno de los trabajos ordinarios de la escuela.

El contenido del cuaderno aborda los temas fundamentales de la Epistemología Genética de Jean Piaget, tomando como base la síntesis de la obra *Epistemología matemática y Psicología. Relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real*. (Veáse el capítulo II de este cuaderno).

I. APROXIMACION AL CONTEXTO

El número es un objeto espiritual, y el ocuparse de él y sus relaciones es una ocupación espiritual; el espíritu se halla, pues, estimulado por esta vía hacia la reflexión en sí y hacia un trabajo interior abstracto, que tiene gran importancia y sin embargo es unilateral. . . aquella ocupación se vuelve carente de pensamiento, mecánica. El esfuerzo consiste especialmente en lo siguiente: mantener firme lo carente de concepto y combinarlo de un modo carente de concepto. . . el contenido sólido de la vida moral y espiritual y de las configuraciones individuales de ésta, con que la educación debe criar al espíritu juvenil como el alimento más noble, es expulsado por lo uno carente de contenido. El efecto —cuando aquellos ejercicios son convertidos en el punto capital y en la ocupación principal— no puede ser otro que el de vaciar al espíritu de forma y contenido y volverlo obtuso. Puesto que el calcular es asunto tan exterior y, por ende, mecánico, se han podido fabricar máquinas que cumplan operaciones aritméticas de la manera más perfecta. . . y al convertir el cálculo en el medio fundamental de la educación del espíritu, se pone a éste en la tortura de perfeccionarse transformándose en máquina. (Hegel, *Ciencia de la lógica*, I, 2; 2o. Cap., A, 2).

I. Contrasta el avance de las disciplinas matemáticas y la importancia que las ciencias están dando a sus técnicas con lo limitado de las investigaciones respecto a la fundamentación epistemológica de las operaciones.

De una parte, se ha querido reducir todo a un formalismo puro donde el contenido de las matemáticas puede ser establecido tomando prestadas las operaciones de la lógica, construyendo "intuitivamente" los contenidos de la matemática

(números, operaciones, objetos geométricos, etc.) y cerrando la puerta a todo intento de explicación respecto a los procesos que subyacen bajo los resultados.

Esto, como ya es sabido, ha sido reforzado por la carencia de conciencia crítica por parte de los mismos creadores de las modernas teorías matemáticas respecto a los procesos mencionados.

De tal suerte, la condenación de Husserl respecto al genetismo historicista (que intentaba confinar toda esta problemática a las condiciones prácticas que han originado las diversas disciplinas matemáticas) y al naturalismo psicologista (que instaba a reducir todo el problema a los datos aportados por el empirismo) ha sido tomada con el escepticismo característico de quienes minimizan todo el trabajo de las matemáticas como ciencia al manejo de las operaciones técnicas de la geometría, el álgebra, el cálculo, etc., así como de quienes pretenden reducir toda la matemática a una correspondencia con la realidad. La búsqueda de las "actividades primeras" aparecía manifiestamente como una actividad fuera del campo matemático. Y, en apariencia, lo está, pero la ignorancia de este problema refuerza los "prejuicios" y "presupuestos" de la matemática y las disciplinas que usan sus técnicas.

Estamos lejos de pensar que la obra de Piaget sea el desarrollo de programa de Husserl, así como tampoco creemos que la epistemología genética sea la última palabra que responda al problema planteado. Sin cerrar la discusión, indudablemente resulta superior la tesis de Piaget frente al empirismo, el psicologismo, el formalismo y demás teorías interpretativas de las matemáticas.

Las matemáticas y lo empírico. La interpretación empirista de la matemática presenta a ésta como conectada directa o indirectamente a la experiencia; sea esta física (abstrayendo las nociones a partir de objetos que se encuentran fuera del sujeto investigador) o psicológica (a partir de lo dado en el sujeto y construido por una visión interna llamada introspección).

Sin pretender reducir todo el pensamiento de quienes sustentan la tesis al contenido exclusivo de ésta, podemos mencionar entre ellos a F. Bacon, E. P. Cantelli, E. H. Larguier, W. Feller, y F. Gonseth. La tesis común a los autores mencionados señala lo concreto-empírico como fuente de la axiomática a la que se llega por "abstracción generalizadora", abstracción "esquemática", "síntesis inductiva" y otros medios.¹

El psicologismo. Esta posición sostiene que la investigación no ha de centrarse en las fórmulas sino en los procesos psicológicos que conducen a las reglas y convenciones axiomáticas y a las que se puede arribar por medio de una "reflexión psicológica" (introspección).²

El intuicionismo. En esta posición, D. Hilbert sostiene que además de la experiencia y la deducción, un tercer elemento cognoscitivo integra la matemática. Esta es la intuición, que se presenta como elemento a priori.³ Para H. Poincaré, al tratar de la "demostración por recurrencia" (estableciendo un teorema para $n-1$, demostrando que si es cierto para $n-1$ es cierto para n ; y, por tanto, válido para todos los números enteros), afirma que la experiencia no puede ser base de la regla (dado que no se puede abarcar empíricamente una variación indefinida de números). La analítica del silogismo tampoco puede ser el fundamento. Es una "intui-

¹ F. Bacon, *Novum Organum*, Losada, 1961, I, XIX y II, XX; E. P. Cantelli, "Consideraciones sobre la convergencia en el cálculo de probabilidades", *Anales de L'Institut Henry Poincaré*, vol. 19, pp. 3-50; E. H. Larguier, "Las escuelas del pensamiento en las matemáticas modernas", *Thought*, vol. XII, 1937, pp. 225-240; W. Feller, "Acerca de las axiomáticas del cálculo de probabilidades y sus relaciones con las experiencias", *Les Fundaments du calcul des probabilités*, París, Hermann, 1938, pp. 7-21; F. Gonseth, *Le méthode axiomatique*, Gauthier Villars, 1938; J. L. Destouches, *Essai sur la forme generale des théories physiques* Université de París, 1938.

² F. Enriques, *Problemas de la lógica*, Espasa Calpe, 1947; "La crítica de los principios y su papel en el desarrollo de las matemáticas", *Scientia*, vol. XII, 1912, pp. 59-70.

³ D. Hilbert, "El conocimiento de la naturaleza y la lógica", *L'enseignement mathématique*, t. XXX; *Fundamentos de la geometría*, en Euclides, *Elementos*, UNAM, 1944.

ción directa" del espíritu que concibe la repetición indefinida de un acto lo que permite el razonamiento por recurrencia; y la experiencia no es sino un fenómeno ocasional del cual se sirve el espíritu. De la misma manera, la construcción de los diversos espacios geométricos (de n dimensiones, por ejemplo) se levanta sobre la intuición del continuo espacial.⁴

El formalismo. Ya Descartes había presentado la posibilidad de una *mathesis universalis*, como la disciplina que estudiaría el orden y la medida aislados de todo objeto, como formas universales que contendrían lo que hace que las otras ciencias se presenten como parte de ella. Leibniz recogió la tesis insistiendo en la necesidad de un razonamiento que concluyera exclusivamente por la fuerza de la forma.⁵

Ese formalismo se ha expresado de manera sistemática con B. Russell y A. N. Whitehead. Se reduce todo el problema al establecimiento de los axiomas, soportados sobre formas lógicas, estableciendo previamente los elementos y las reglas combinatorias que integran tales axiomas.⁶

II. El otro problema que compone el contexto temático donde se gesta la obra de Piaget es el referente a las relaciones entre matemáticas y pedagogía. De una parte, la herencia de los siglos anteriores que han centrado la educación del niño y el adolescente sobre las matemáticas ayudando a vaciar el espíritu de su movimiento y determinaciones, como dijera Hegel, y convirtiendo la actividad del pensar en un cálculo mecánico donde el acto consciente ha sido extirpado porque la enseñanza de las matemáticas no ha conectado sus temas a lo real y lejos de cumplir su vanidosa pretensión (de formar un

⁴ H. Poincaré, *La ciencia y la hipótesis*, Espasa Calpe, 1963, pp. 26-27; *Ciencia y método*, pp. 32-52; *El valor de la ciencia*, 1946, pp. 19-33; *Últimos pensamientos*, 1946, *passim*.

⁵ R. Descartes, *Reglas para la dirección del espíritu*, en *Oeuvres Philosophiques*, IV, Garnier, 1963; W. Leibniz, *Nouveaux essais sur L'entendement humain*, Garnier-flamarion, 1966, IV, 17.

⁶ B. Russell-A. N. Whitehead, *Principia mathematica*, Cambridge, 1967; B. Russell, *The principles of mathematics*, Allen & Unwin, 1964

pensamiento capaz de hacer abstracciones y llegar a las determinaciones de lo real) imposibilita incluso para conectarse con lo real ante un trabajo donde su sentido no queda claro.

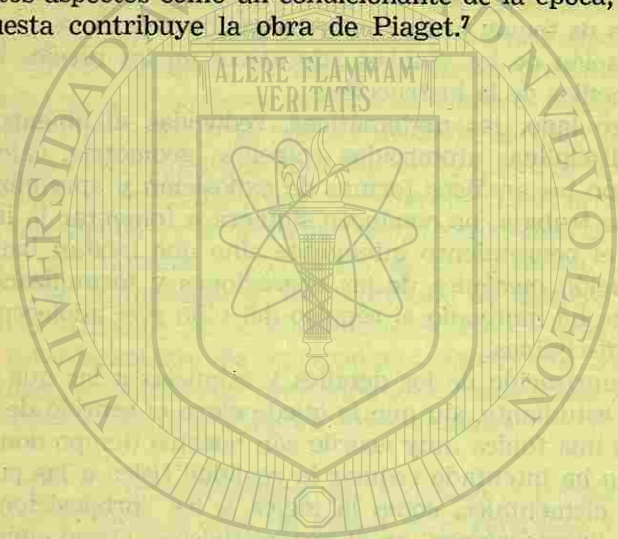
En principio, los tanteos pedagógicos hacen caso omiso de las investigaciones epistemológicas que, indiscutiblemente, son la piedra de toque, junto con las estructuras sociales, para la determinación de los rumbos educativos en los niveles inferiores y medios de la instrucción.

Por otro lado, las matemáticas, reducidas al abigarramiento de disciplinas atomizadas (álgebra, geometría, cálculo, etc.) y con las arcáicas formas de exposición y aprendizaje con que se trabaja, no conducen siquiera a fomentar la iniciativa por el pensamiento inteligente sino que incitan hacia la memorización mecánica de las operaciones y formulizaciones, cosa que ha motivado el repulso del niño y el adolescente hacia tales disciplinas.

La memorización de los detalles y minucias a las que es sometido el estudiante, sin que le quede claro el sentido de lo que hace, es una tónica muy acorde con nuestro tiempo donde el empirismo ha intentado reducir la realidad física a las partículas más elementales, como la lógica a las "proposiciones atómicas" o "protocolares" en el neopositivismo. Como consecuencia, se pasan de largo las estructuras fundamentales que integran las disciplinas, poniéndose el pretexto de que el estudio de los "principios" de la ciencia no pertenece a las materias. Se ignoran, así, los problemas del espacio, el número, la cantidad, la formación de las operaciones, los conjuntos, etc., que son más importantes que la acumulación de teoremas de manera mecánica. Esto implica que se sigue viendo a la ciencia sólo como un cuerpo de conocimiento o un amontonamiento de datos, cayéndose en un callejón sin salida: por un lado se reduce la ciencia a los datos y formulizaciones atomizadas cerrando el paso a la comprensión cabal de la problemática y la metodología de la disciplina en cuestión y, por otra parte, se reducen las minucias a unas cuantas cosas dado que la acumulación de los datos cierra el paso a la posibilidad de un conoci-

miento total en la materia dirigiéndose hacia su especialización sin haber siquiera rosado la estructura general del asunto.

No pretendemos, claro está, dar lecciones de pedagogía en las matemáticas ni en ninguna otra disciplina. Presentamos estos aspectos como un condicionante de la época, a cuya respuesta contribuye la obra de Piaget.⁷



⁷ E. Husserl, *L'origine de la géométrie*, introducción de J. Derrida, P. U. F., 1962; M. Frecht, *Las matemáticas y lo concreto*, UNAM, 1953; E. Kant, *Crítica de la razón pura*, Losada, 1960; H. Weyl, *Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural*, UNAM, 1965; A. N. Whitehead, *Los fines de la educación*, Paidós, 1961; J. Piaget, *Educación e instrucción*, Proteo, 1968.

II. EPISTEMOLOGIA Y MATEMATICAS

El matemático no es en verdad el teórico puro, sino solo el técnico ingenioso, el constructor, por decirlo así, que edifica la teoría como una obra de arte técnica, atendiendo meramente a las conexiones formales... hace falta una reflexión paralela, de 'crítica del conocimiento', que compete exclusivamente al filósofo y que no deja privar otro interés que el puro interés teórico, al cual restablece en sus derechos. (E. Husserl, *Investigaciones lógicas*, Prolegómenos XI, 71).

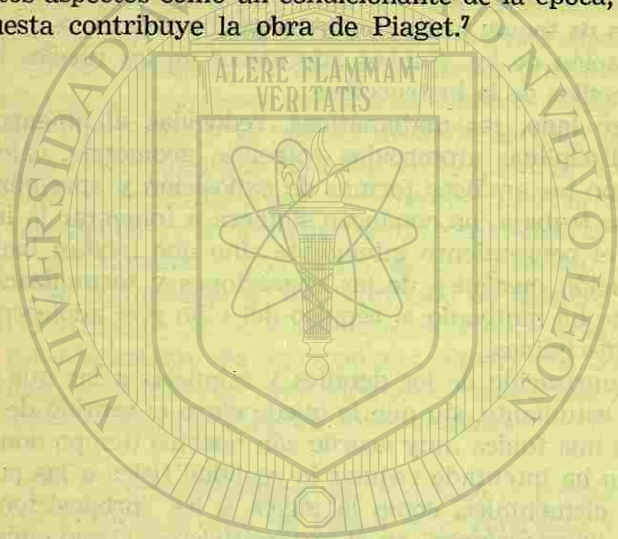
Un primer esbozo del problema nos presenta los límites de los campos temáticos y la dirección en que puede ser conducida la epistemología matemática. La reducción absoluta de la lógica y la matemática a los datos proporcionados por la psicología, el psicologismo, es rechazado para circunscribir la investigación psicológica al estudio de los *mecanismos causales* que permitan se dé una operación matemática en un sujeto; en tanto, el aspecto lógico se refiere a las condiciones que permiten la *validez* de tal demostración.

I. ESTRUCTURAS MATEMATICAS Y ESTRUCTURAS DE LA INTELIGENCIA.

Independientemente de la formalización de los problemas de las matemáticas (cuestión que compete exclusivamente a esta disciplina), algunos problemas generales se presentan para su análisis en relación con la psicología. Tales son: la natu-

miento total en la materia dirigiéndose hacia su especialización sin haber siquiera rosado la estructura general del asunto.

No pretendemos, claro está, dar lecciones de pedagogía en las matemáticas ni en ninguna otra disciplina. Presentamos estos aspectos como un condicionante de la época, a cuya respuesta contribuye la obra de Piaget.⁷



⁷ E. Husserl, *L'origine de la géométrie*, introducción de J. Derrida, P. U. F., 1962; M. Frecht, *Las matemáticas y lo concreto*, UNAM, 1953; E. Kant, *Crítica de la razón pura*, Losada, 1960; H. Weyl, *Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural*, UNAM, 1965; A. N. Whitehead, *Los fines de la educación*, Paidós, 1961; J. Piaget, *Educación e instrucción*, Proteo, 1968.

II. EPISTEMOLOGIA Y MATEMATICAS

El matemático no es en verdad el teórico puro, sino solo el técnico ingenioso, el constructor, por decirlo así, que edifica la teoría como una obra de arte técnica, atendiendo meramente a las conexiones formales... hace falta una reflexión paralela, de 'crítica del conocimiento', que compete exclusivamente al filósofo y que no deja privar otro interés que el puro interés teórico, al cual restablece en sus derechos. (E. Husserl, *Investigaciones lógicas*, Prolegómenos XI, 71).

Un primer esbozo del problema nos presenta los límites de los campos temáticos y la dirección en que puede ser conducida la epistemología matemática. La reducción absoluta de la lógica y la matemática a los datos proporcionados por la psicología, el psicologismo, es rechazado para circunscribir la investigación psicológica al estudio de los *mecanismos causales* que permitan se dé una operación matemática en un sujeto; en tanto, el aspecto lógico se refiere a las condiciones que permiten la *validez* de tal demostración.

I. ESTRUCTURAS MATEMATICAS Y ESTRUCTURAS DE LA INTELIGENCIA.

Independientemente de la formalización de los problemas de las matemáticas (cuestión que compete exclusivamente a esta disciplina), algunos problemas generales se presentan para su análisis en relación con la psicología. Tales son: la natu-

raleza de las estructuras, la evidencia, la intuición y las relativas a la invención y el descubrimiento matemáticos.

A. LAS ESTRUCTURAS MATRICES

Bourbaki, en un artículo titulado "La arquitectura de las matemáticas" sustenta la tesis de que frente a la disparidad de teorías en matemáticas se pueden abstraer las relaciones estructurales o comunes a las diferentes disciplinas haciendo caso omiso de sus elementos. Al ser precisadas las condiciones de esas relaciones interdisciplinarias se pueden construir los axiomas de la estructura descubierta. Construir la teoría axiomática sería, entonces, extraer las consecuencias implícitas en esos axiomas. Si tales estructuras son demostradas como no reductibles entre sí, se les puede llamar "matrices".

Estas son:

A. 1 *Estructuras algebraicas*. Su prototipo es el grupo. En éste, si se dan dos elementos x y y del sistema, se determina en esa dirección un tercer elemento z , a través de una operación (Π) que reúne los dos elementos primeros: $x \Pi y = z$.

A. 2 *Estructuras de orden*. Un tipo importante de ellas es el "reticulado", referido a las relaciones $x Ry$ (donde x es, máximamente, igual a y). Aquí, los dos elementos no determinan unívocamente al tercero sino que se tiene: xRx , xRy , yRx : $x = y$ y si xRy y yRz , entonces xRz . (Sin descartar el caso de estructuras donde x y y son incomparables; cuando R significa "contenido en").

A. 3 *Estructuras topológicas*. Referidas a los conceptos de "en torno", "límite" y "continuidad".

A estas estructuras matrices se agregan axiomas adicionales, trayendo nuevas consecuencias a partir de la diferenciación por combinación de aquellas. Se forman así las estructuras múltiples (álgebras topológicas, topología algebraica, etc.) para construir finalmente las teorías matemáticas particulares.

Si rastreamos el origen de estas estructuras, es fácil notar que no son "naturales" (en el sentido de que espontáneamente tengamos los *conceptos* de ellas, pues no se llega a tomarlas sino hasta el nivel de educación universitaria). Pero ello no descarta la hipótesis de que haya estructuras mentales coordinadoras semejantes a las algebraicas y de éstas, consideradas como acciones interiorizadas, una relación con la coordinación espontánea de las operaciones.

Las investigaciones han demostrado que al intentar clasificar las estructuras de las operaciones de la inteligencia se hallaron tres tipos irreductibles entre sí en lo que respecta a su origen, a saber: las operaciones cuya *reversibilidad* era la inversión o anulación ($A - A = 0$) (semejante al modelo algebraico o de grupo); las de reversibilidad consistente en la reciprocidad (estructuras de orden) y las basadas en lo continuo (topológicas). Estos procesos operatorios elementales se dividen en dos clases fundamentales: agrupamiento (inversión y reciprocidad) y las topológicas (relativas a la construcción del objeto como totalidad: las operaciones relativas al espacio y el tiempo).

La reversibilidad por inversión permite que a toda operación corresponda su inversa (T y T^{-1}); la reciprocidad permite intercambiar los términos de una relación ($A > B$), invertirla o ambas. Respecto a las transformaciones topológicas, éstas soportan la integración de los objetos como totalidades sobre la base de las operaciones referidas al espacio y el tiempo. Antes que el niño aprenda una geometría a través de la enseñanza, tiene una "geometría de las acciones" (nociones de conservación progresivas a partir de coordinación de acciones). Por ejemplo, antes de formarse las *invariantes de desplazamientos* y transformaciones proyectivas, hay invariantes de los entornos, aperturas, cierres, continuidad y separación, etc. (homeomorfías topológicas elementales). Las invariantes de la métrica euclídea al nivel de las invariantes proyectivas, las afinidades y semejanzas, y la construcción de sistemas de coordenadas se relacionan con la coordinación de perspectivas

o puntos de vista.

Denominando M a las estructuras matemáticas y G las concernientes al sujeto, la relación se representa así:

- a. Las M son objeto de reflexión sobre el cual el sujeto elabora la teoría; las G no son patentes a la conciencia del sujeto pero las manifiesta implícitas en su conducta y razonamiento.
- b. Las condiciones de M son los axiomas; las de G pertenecen al funcionamiento.
- c. En M las condiciones son punto de partida para la deducción del sujeto, (reglas no formales sino ligadas al contenido concreto del objeto sobre el que se ejercitan).

B. LA ABSTRACCION REFLECTORA Y LA EXPERIENCIA

Al intentar axiomatizar las estructuras operativas, la "abstracción empírica" cedería su lugar a la "abstracción reflectora". La empírica se ejerce sobre objetos percibidos y consiste en tomar rasgos comunes de una serie de *objetos* mientras que la segunda es constructiva: extrae de un sistema de acciones u operaciones ciertos caracteres que se reflejan sobre operaciones de nivel superior (por ejemplo, al perder sus contenidos o volverse reversible la operación). (Véase III, II).

Lo anterior no implica que con una *introspección* se detecten esas operaciones o los entes lógico-matemáticos porque se trata de una construcción que eleva a un plano superior la operación inferior. Este tipo de experiencia sobre la que trabaja la operación lógico-matemática, la "experiencia lógico-matemática", se distingue de la "experiencia física" y la "psíquica".

B. 1 *La experiencia*. La experiencia física se refiere a objetos externos que conocemos por abstracción; la lógica-matemática es referida a acciones ejercidas sobre los objetos (y, en tal caso, el conocimiento se obtendría a partir de tales acciones); la psicológica versa sobre objetos dados en la conciencia, pro-

cediendo por introspección. Por ejemplo, si el niño compara dos objetos de diferente tamaño y deduce la diferencia de peso, parte del objeto. Pero si al alinear varios objetos descubre el número cinco (independientemente de la dirección del conteo) actúa sobre las acciones de ordenar y reunir. La experiencia lógico-matemática es diferente de la psicológica porque ésta se refiere a una acción en cuanto proceso individual (los rasgos subjetivos de la acción: fácil, difícil, con imágenes o sin ellas, etc.) mientras aquella toma los resultados comunes a todos los sujetos. Además, una segunda diferencia entre la experiencia psicológica y la lógico-matemática deja ver que la primera puede referirse a cualquier experiencia, en tanto la segunda se efectúa sólo sobre acciones que al interiorizarse se truecan en operaciones. Al formarse estas estructuras, la deducción aparece. Pero en el caso de que la experiencia psicológica se refiera a las acciones, se ocupa sólo del despliegue causal en su proceso de interiorización, mientras la experiencia lógico-matemática se ocupa de los "esquemas" de aquellas.

La misma experiencia física no es sólo una "lectura" perceptiva sino un proceso activo que requiere los marcos lógico-matemáticos para el encuadre de lo dado. Y si la misma "lectura" de lo físico requiere esos marcos, cuando se trata de examinar los esquemas, ¿no se trabaja con ellos mismos? Es claro que sí, pero eso eleva los esquemas al nivel de la conciencia, permite usarlos deductivamente reemplazando la experiencia directa; y aquello que estaba implicado en el razonamiento y la conducta se vuelve patente como operaciones conscientes, lo cual significa afirmar la existencia de un proceso constructivo, como es el caso de la abstracción reflectora.

Cabe remarcar que el sistema de acciones sobre el que trabaja la experiencia lógico-matemática no se refiere a lo que hay de individual en las acciones de un sujeto cualquiera, sino a las coordinaciones generales de todo sistema de acción (contar, medir, ordenar, seriar, etc.) que coordinan operaciones senso-motrices, intuitivas, etc; pudiendo llegarse hasta la

organización nerviosa, y biológica retrospectivamente.

En relación con la abstracción reflectora que no toma la experiencia como datos sino como acciones, los problemas clásicos de la evidencia, la intuición y el descubrimiento matemático adoptan diversa significación (a partir del viejo problema del inventor acostumbrando a tratar las dificultades con un método al que se habitúa).

Con todo esto, podemos ahora plantear el problema de la evidencia.

II. LA EVIDENCIA

En los niveles preoperatarios del pensamiento el niño puede saber, por ejemplo, que un objeto A es menor que B y este menor que C; pero no puede captar la relación de A a C. No ha formado, pues, la operación de transitividad. Hacia los siete años (tratándose de longitudes) la transitividad aparece como comprensión brusca ("insight"). Resulta claro por las investigaciones que toda evidencia presupone una estructura y la reversibilidad de ésta se conecta directamente a ese fenómeno "misterioso" de conocimientos súbitos: las estructuras se integran progresivamente y al cerrarse se acompañan de una aceleración en la construcción, en tanto que las nuevas evidencias presuponen ya la estructura integrada con un equilibrio.

El mecanismo de formación de tales evidencias presenta varias formas:

- a) Regulación progresiva por maduración del sistema nervioso (coordinación de vista y tacto, etc.).
- b) Por aprendizaje o ejercicio (a partir de la experiencia física, como la noción de peso; o a partir de la lógica-matemática, como el descubrimiento de la suma independientemente del orden).
- c) Por el lenguaje, transmisión educativa o social, (tal es el caso de la adquisición de la numeración hablada).

- d) Por equilibramiento progresivo (como en el descubrimiento de conservación de la materia de una bola cuya forma cambia indicando que el sujeto razona no solo sobre configuraciones sino sobre transformaciones haciéndolo de modo cada vez más reversible).

A. LA INVENCION MATEMATICA

Ante la vieja disyuntiva de la invención o creación libre y el descubrimiento que presupone el encuentro imperativo con algo que existe independientemente del sujeto. Piaget propone una tercera posibilidad.

Hablar de un trabajo "inconsciente" que soporta la construcción matemática es eludir el problema: todo lo relacionado con lo "consciente" o "inconsciente" es relativo a las deficiencias de la introspección. Apoyándose en las operaciones de Leroy (debate en el *Institute for advanced studies*, de Princeton) resume los pasos de la invención de la siguiente manera: 1) *tentativas* en diferentes direcciones sobre las cuales no se tiene certeza, a las que se concede desigual importancia y entre las cuales puede hallarse la solución certera al problema planteado; 2) *búsqueda* que reduce todo a unas cuantas direcciones provocando que algunas tentativas desechadas cubren mayor importancia, haciendo ver la solución como aparentemente nueva.

Ahora bien, la abstracción reflectora no es invención ni descubrimiento. La estructura que se obtiene con esa abstracción sale a una anterior pero no se reduce a ella. A la vez, no es una creación libre absoluta porque los resultados de la abstracción están ya contenidos fundamentalmente en la estructura inferior. Hay, en el fondo de todo ello, la combinación de estructuras determinadas por un marco de posibilidad ya definido.

B. LA INTUICION

Ya es conocida de sobra la dificultad que presenta el abordaje de este tema dado que quienes sostienen la predominancia de la intuición como forma cognoscitiva no han elaborado una teoría consecuente de ella. Independientemente de las tesis que se han elaborado las investigaciones permiten observar que respecto a la "intuición":

B.1 Del tiempo

a. hay un tiempo senso-motor como *orden de sucesión* (ejecución de un movimiento medio antes de realizar el que consigue el objetivo) y como duración (la impaciencia);

b. un tiempo perceptivo ligado al senso-motor (percepción de sucesiones, simultaneidades y duración);

c. tiempo vivido (Bergson) no sólo perceptivo, pero tampoco estructurado en operaciones (la duración del tiempo según la atención, el interés, etc.);

d. estos tiempos se estructuran definitivamente por las operaciones que están en la base de la comprensión cronométrica (la seriación, encajamiento sucesivo de duraciones), síntesis de las dos anteriores, que conduce a la métrica espontánea (música popular, poesía, distinción entre sonidos largos y cortos de un lenguaje).

B. 2 Del espacio

a. hay grados del espacio senso-motor que van desde el espacio proximal (bucal, postural, táctil, visual y auditivo) hasta la comprensión de los objetos fuera del campo perceptivo;

b. el espacio perceptivo que da formas, dimensiones, posiciones y distancias;

c. El representativo por imágenes.

Aquí, como en el tiempo, lo que permite construir una imagen espacial es el sistema de acciones y operaciones que hacen que lo construido represente simbólicamente lo representado. Cuando el niño se vuelve capaz de efectuar operaciones reversibles, por ejemplo, cuando efectúa particiones, des-

plazamientos, mediciones y las invariantes de agrupamientos (conservación de distancias) se pueden imaginar las transformaciones y se ve claro que es sobre la base de tales operaciones como se realiza la construcción del espacio.

B. 3 Las intuiciones operatorias en elementos discretos, son independientes de las imágenes y si éstas las acompañan son símbolos no generales. Tal es el caso de la conocida intuición de Poincaré de " $n + 1$ ", de lo transfinito (paso al límite en la serie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \dots$).

B. 4 La intuición matemática pura no guarda ya relación con acciones en objetos materiales sino con combinaciones de operaciones (como en el paso del espacio de tres dimensiones al espacio de n dimensiones).

III. LA MATEMATICA PURA

La matemática pura sostiene un conjunto de axiomas haciendo caso omiso de todo objeto o contenido intuitivo que pudiera ligarse a ellos.

Ya el planteamiento de este problema contiene un consecuente: ¿cómo se explicaría psicológicamente el surgimiento de esta matemática? Como se ha visto, los entes lógico-matemáticos están conectados a las actividades del sujeto, pero esto no significa que dependan de la experiencia, interpretada ésta empíricamente. Lo que sucede es que la abstracción reflectora va llevando las operaciones a planos cada vez más elevados accionando sobre las operaciones del sujeto, hasta el grado en que es posible sustituir esa conexión con la experiencia por un proceso deductivo. Las operaciones anteriores a las hipotéticas deductivas funcionan "concretamente", solo se ejercen en presencia del objeto o su imagen representativa, para luego librarse de todo contacto y establecer deducciones a partir de la enunciación verbal de una hipótesis.

Las etapas del proceso que conduce a la matemática pura consisten en abstraer relaciones operatorias de una es-

estructura, capaces de generalizarse en otra posterior. Las nuevas serán una réplica generalizada (lo cual implica su liberación de los elementos particulares ligados a ellas). Esta operación del reflejar, entonces, versa sobre otra operación nueva permite la reunión de otras en un todo sistemático.

Hay, pues, un campo propio del desarrollo operatorio que se constituye por las acciones del sujeto, sin que cuenten las características físicas de los objetos ni los aspectos subjetivos de las acciones dando a aquel campo una autonomía. Pero tales operaciones son a la vez individuales y colectivas: la educación acelera las formaciones operatorias pero para su asimilación requiere las formaciones individuales creándose un círculo. Y esta autonomía, como ya se vió, libera progresivamente las formas de sus contenidos intuitivos.

IV. LA FORMALIZACION

Visto lo anterior, es posible intentar ahora comprender las razones de la matemática formalizada. La formalización es la técnica más importante de las matemáticas contemporáneas.

Históricamente, ese proceso de las matemáticas se remonta a Euclides quien aceptaba proposiciones deductivas (teoremas) e indemostrables (axiomas y postulados). Estas las escogía aceptando su indemostrabilidad y refugiándose en la intuición de su validez. De allí era fácil continuar hacia axiomas cuyo contenido fuese solo la formalización lógica, abandonando la intuición (Leibniz, Frege, Russell, Whitehead, Pasch, Hilbert).

Como es sabido, el pensar lógico-matemático no "copia", no "corresponde" a la realidad. F. Gonseth (*Las matemáticas y la realidad*) llevó esta tesis a la afirmación de que la intuición es un proceso que conduce a la "esquematación axiomática". Piaget acepta esta tesis a condición de entender que el arranque de la esquematización es la actividad del sujeto sobre

las cosas y que, por abstracciones reflectoras, conduce a la formalización axiomática que reconstruye estructuras intuitivas abstrayendo lo necesario y combinando estos elementos en operaciones nuevas (éstas son las operaciones de la demostración).

Llevando estas tesis a sus consecuencias inmediatas, nos resulta el siguiente problema: ¿cuál es el criterio o sistema que otorga validez a los demás: los esquemas naturales o inferiores, o los formalizados de manera axiomática? Por la pronto, el intento de reducir la no-contradicción o consistencia interior de un sistema aritmético a un sistema más débil como la lógica ha fracasado (K. Godel se ha encargado de demostrar eso). La posibilidad de reducir lo superior a lo inferior (como es el caso del atomismo lógico) linda con su tesis contraria: la reducción de lo inferior a lo superior, lo cual implicaría la necesidad de nuevos marcos de referencia para validar lo presentado. Visto así el problema, resta la posibilidad de que sea la estructura del conjunto la que autónomamente validaría la consistencia. Sin embargo, eso no explicaría la sucesión de formaciones y la tendencia hacia una formalización infinita. El enlace de lo estructurado como conjunto y su variación genética se comprende a partir de las lagunas de todo sistema que impulsan hacia su construcción como estructura no-contradictoria. Es decir, avanza hacia su reversibilidad. Al final, este progreso hacia la reversibilidad hace salir de sí al sistema para reflejarse en lo superior y resulta que de todas maneras la formación interior no garantiza su no-contradicción.

Después de todo, la formalización se limita "por abajo" (en tanto que parte de nociones indefinibles e indeterminables) y "por arriba" (en tanto, todo sistema formal precisa de un metalenguaje que dé significación a los elementos).

III. APROXIMACION CRITICA

... La objetividad no significa independencia con relación a la actividad asimiladora de la inteligencia sino, simplemente, la separación respecto de la actividad egocéntrica del yo. La objetividad de la experiencia es una conquista de la acomodación y de la asimilación combinadas, es decir, de la actividad intelectual del sujeto, y no un dato que se imponga a él desde fuera. (J. Piaget, *El nacimiento de la inteligencia en el niño*, VII, 1).

I. La estructura del fenómeno cognoscitivo.

Haciendo a un lado la pregunta sobre la "naturaleza" del conocimiento a la que se ha contestado con la tesis de que el conocimiento es "un reflejo" de la realidad, una "iluminación", un "proceso fisiológico", etc., centraremos nuestra atención sobre la estructura del acto cognoscitivo, entendiendo por tal la forma que adoptan las relaciones sujeto-objeto. Este viraje respecto a la epistemología tradicional se ha efectuado a partir de la tesis que entiende al conocimiento como un proceso o una actividad, en tanto que aquella lo concebía como un hecho, como algo dado que se podía conocer de una vez por todas. A lo largo de la historia del problema se ha insistido sobre lo doctrinario y se ha reducido a un aspecto parcial del asunto seccionándolo en planos (sensible, intelectual, etc.), sin intentar llegar a una comprensión totalitaria y sin investigar las relaciones estructurales de los planes ni la regularidad de su movimiento a través del desarrollo del hombre.¹

¹ J. Piaget, *Psychologie et Epistemologie*, 1, 1

Por otra parte, esto ha conducido a círculos viciosos donde todo se reduce a la simple opinión sin el mínimo intento por confrontar las afirmaciones con las investigaciones de las ciencias positivas y sin el menor rigor filosófico. Así, la más manida alternativa se ha presentado afirmándose por un lado que lo fundamental del conocimiento depende de lo ontológico, de lo real. (Se ha dicho, por ejemplo, que la materia es primero que la conciencia y eso demuestra la primacía del objeto sobre el sujeto). Pero se ha dicho también que el conocimiento depende del sujeto en tanto que todo tratamiento que se haga del ser o la realidad es efectuado a través de las formas de conciencia del sujeto y la significación y el sentido del objeto depende, por tanto, del sujeto.

Intentando desbrozar el problema de los malos entendidos, podemos indicar que, efectivamente, está mal planteado. La afirmación sobre la preeminencia de lo ontológico es una afirmación dependiente de la disciplina ontológica (la geología, la paleontología, etc., y la misma tradición bíblica, sostienen que el hombre aparece con posterioridad a la naturaleza, en el tiempo). Pero la tesis contraria afirma que la visión que tenemos de la realidad es el instrumento a través del cual hablamos y manejamos a ésta. De tal suerte, el conocimiento "de lo objetivo" no puede hacerse centrándonos sobre el objeto porque la misma categoría de objetividad no es mostrada por la realidad con una sola presencia sino que tal categoría aparece como producto de la reflexión que hacemos sobre ella.

Todo lo anterior es un círculo vicioso originado por los planteamientos carentes de sistema y rigor. El problema de la objetividad de lo real (un problema ontológico) es distinto al de la objetividad del conocimiento (un problema noseológico). Estamos lejos de presuponer que la distinción de estos dos campos impida toda relación, insistimos solamente en la necesidad de metodizar la investigación para ordenar las relaciones entre un campo y otro.

Así, pues, haciendo a un lado esos problemas, nos importa comprender la forma que adopta la relación cognoscitiva,

independiente de los "soportes naturales" de tal relación. Esto no elude el problema anterior, pero deja clara la autonomía de campos y nos prepara para conocer sus relaciones. La estructura del fenómeno cognoscitivo se puede comprender sin ese supuesto previo, así como el desconocimiento de la naturaleza de la masa física no impidió a la ciencia moderna conocer las leyes fundamentales del mesocosmos (leyes que, por supuesto, se han de comprender mejor a la luz de las investigaciones sobre el átomo, por ejemplo).

Concebimos a la conciencia, según esto, como una actividad, no como un espejo donde se "ven" los objetos, un alma en sentido religioso, ni un suelo donde se asientan los datos. Y esta contextura de la conciencia no la reduce a lo material-empírico, ni a un desdoblamiento de la realidad (como pálida sombra de aquella). La actividad es igualmente real que los objetos. (Así como el andar es la actividad de las piernas o la vida la actividad de la materia orgánica, la conciencia es la actividad del sistema nervioso superpuesta al nivel fisiológico).

El acto cognoscitivo implica la integración del objeto en estructuras previas que le dan sentido y significación, los marcos de referencia donde se ensamblan los objetos y pensamientos, los procesos donde se enclavan los hechos, las estructuras donde se integran los elementos, las totalidades donde se unen las partes, etc. Un objeto aislado no adquiere ninguna significación para el sujeto que conoce, ésta depende de la estructura donde se integra y de la manera de ensamblable de ambos. Históricamente, incluso, la vida y los actos de los hombres adquieren cierta significación en relación con determinadas condiciones objetivas y un "horizonte histórico" de conciencia determinado por la época. (Sólo recuérdese como ejemplo el caso de Galileo y las dificultades que presentaba la comprensión de sus teorías, dada la conciencia de los hombres de su época). Tales marcos de referencia, (esto sí podemos adelantarlos) *no se inventan* o se crean libérrimamente por un demiurgo (lo que presupondría la necesidad de otros marcos que los soportaran, cayendo en el *juego de la ca-*

dena de marcos previos al infinito); tampoco se descubren (lo que significaría que subyacen innatamente a la conciencia, eludiendo el problema de su surgimiento).

Esto tampoco presupone que los objetos conocidos por el hombre no tengan sus marcos propios. Todo lo contrario, el desarrollo de las ciencias ha mostrado la diversa estructura de las "regiones" de la realidad (las leyes que rigen los objetos del mesocosmos, por ejemplo, son diferentes a las del microcosmos; la materia orgánica comporta leyes propias frente a la inorgánica; las leyes históricas, etc.). Y estas formas diversas de la realidad influyen sobre los marcos de referencia del sujeto sugiriéndole marcos distintos, destruyendo otros, etc. Lo importante, en todo caso, es encontrar la dialéctica de las relaciones entre los dos campos y no conformarse con dar soluciones unilaterales al problema.

Estas estructuras se construyen a partir de dos funciones: la asimilación y la acomodación. "... Llamamos asimilación —dice Piaget— a esta modificación objetiva de los movimientos y posiciones externos por los movimientos propios, así como la modificación subjetiva que resulta del hecho de que la percepción o la comprensión de estos movimientos y posiciones externos es necesariamente relativa al 'punto de vista' propio". "... Llamamos acomodación a esta modificación de los movimientos y del punto de vista propios por los movimientos y posiciones exteriores".²

La evolución de las dos funciones señaladas comporta diferentes esquemas y movimientos que van desde 1) el egocentrismo o la utilización del mundo externo para alimentar esquemas propios, centrados en la actividad del sujeto, donde el "yo" se confunde con las sensaciones y éstas con el objeto, hasta 2) la diferenciación de los esquemas asimilatorios y acomodatorios, provocada por la multiplicación de esquemas y mutua diferenciación. Es decir, se avanza del egocentrismo

² J. Piaget, *La formación del símbolo en el niño*, pp. 373-74; *La construcción de lo real en el niño*, introducción y conclusiones; *Memorie et intelligence*, introducción; *Biología y conocimiento*, cap. II, IV.

a la objetividad donde el sujeto cobra conciencia de sí en la medida en que se confronta con lo objetivo y éste adquiere tal significación en la medida en que se forman los esquemas asimilatorios en el sujeto capaz de soportarlo como tal anulando la indiferenciación presentada en el egocentrismo. Son dos procesos que se influyen mutuamente: la asimilación permite diferenciar la realidad que muestra sus esquemas, repercutiendo éstos sobre los esquemas asimilatorios y así sucesivamente.

Esta evolución presenta varios estadios durante los cuales se forman los esquemas asimilatorios y acomodatorios que integran la estructura del fenómeno cognoscitivo en el hombre adulto. Su revisión, aunque no es la actividad central de la epistemología genética, es muy importante. Así como la comprensión de la embriología ha permitido aclarar muchos problemas de la teoría evolucionista en biología, la psicología del niño es un poderoso instrumento que sirve como medio de análisis para las estructuras mentales del hombre adulto, no con el sentido de que las estructuras mentales del niño determinan de una vez por todas las estructuras del aquél, sino sólo como medio comparativo con finalidades heurísticas.

Tales períodos son:

A. El senso-motriz (desde el nacimiento a los dos años aproximadamente). De éste presentamos específicamente los estadios de la construcción de lo real para mostrar la gradual diferenciación de las funciones.

a. *Estadios preverbales.*

1. Conductas determinadas hereditariamente, reflejos.
2. Adaptaciones adquiridas (coordinación de movimiento de las manos y la boca, reacción circular primaria).
3. Reacción circular secundaria. *Asimilación reproductora*: esquema interno corresponde a exteno y aparece la necesidad de repetición. *Asimilación reconocitiva*: se realiza el "gesto" de ejecutar la acción frente a un espectáculo que determina un comportamiento de reacción circular. *Asimilación generalizadora*: aplica-

ción de ciertos esquemas, que han nacido de determinados objetos, a otros; sin preocuparse por crear un esquema adecuado a éstos.

4. Coordinación de esquemas secundarios y su aplicación a situaciones nuevas. No se limita a reproducir, intenta acceder a cosas lejanas usando esquemas como medios, basándose en esquemas circulares secundarios ("desplazar un obstáculo" para llegar al de "tomar un objeto", por ejemplo).
5. Descubrimiento de nuevos medios por experimentación activa. Elaboración de nuevos métodos de exploración.
6. Invención de nuevos medios por deducción o combinación mental. La adquisición y aplicación de esquemas se dan simultáneamente. Primeros toques del "genio" senso-motriz. Experiencia mental no se limita al plano temporal empírico, de tanteos.

b. *Estadios en la construcción de lo real.*

Durante los primeros meses de vida el niño trata con objetos que no tienen una existencia permanente y dimensiones constantes; el espacio es, en esta fase, sólo un mundo de cuadros perceptivos que estructuran los actos del sujeto, no del objeto; la casualidad se oculta en la relación entre la acción y el resultado. Es actividad egocéntrica: el yo se disuelve en cuadros del exterior, pero éstos se organizan sólo por el "yo".

1. y 2. Algunas impresiones van estabilizándose y se agrupan en "cuadros perceptivos". No son imágenes, sino la actitud del sujeto que se pone en movimiento y es reconocida como reacción.
3. El sujeto no considera la sucesión objetiva de desplazamientos de objetos. Comportamientos típicos: acomodación visual a movimientos (sigue con la mirada el movimiento del objeto, pero no con una búsqueda activa sino prolongando el movimiento que ocasiona la caída de un objeto, por ejemplo, o remitiéndose al punto inicial del movimiento).

La prehensión interrumpida: hay permanencia táctil del objeto (las reacciones del sujeto no aparecen si no tiene contacto con el objeto; tirar una cadena, por ejemplo). Reacciones circulares diferidas: si un niño juega y es interrumpido puede volver a su actividad anterior al cesar el fenómeno interruptor. (Se trata aquí de una permanencia de la acción, no del objeto). Reconstrucción de un todo invisible a partir de una parte visible; un índice perceptivo es punto de partida para descubrir la totalidad (por ejemplo: al esconder un juguete y dejar ver sólo una parte, el niño descubre al objeto completo). Supresión de obstáculos que impiden la percepción: el niño retira algo que le impide ver un objeto, el hecho de remover el obstáculo implica sólo la liberación de la acción impedida.

4. El objeto se halla ligado a un contexto y continúa siendo la prolongación de la acción del sujeto.
5. No se busca al objeto en posición privilegiada sino en la posición que resulta del último desplazamiento.
6. Capacidad de representar desplazamientos invisibles y encuentro del objeto bajo capa de "objetos pantalla".

c. Estadios en la construcción del espacio.

- 1 y 2. Espacio por cada dominio senso-motriz (bucal, táctil, etc.). Espacio práctico.
3. Grupos subjetivos del espacio: prehensión interrumpida como prolongación de la acción; acomodación a movimientos de objetos, volviendo la mirada al punto inicial (y ésto revela la movilidad de la estructura reversible de grupo); reacción diferida que reencuentra al objeto, luego de una interrupción; asimilación recíproca del espacio bucal, táctil, y visual (hacer rotar un objeto para llevárselo a la boca); el niño no trata de asir un objeto si no cae dentro del campo de prehensión; espacio proximal es mejor percibido que el distal, la constancia de dimensiones de los objetos se elabora de acuerdo con

la manipulación.

4. Grupo de operaciones reversible. No hay espacio objetivo todavía pero la búsqueda de los juguetes y su ocultamiento se efectúa como entendimiento da mejor coordinación de movimientos.
5. Grupos objetivos. Se descubre que se puede llegar al mismo lugar por caminos distintos; compone sistemáticamente el desplazamiento de los objetos (desplazamiento y construcción organizada de una pila de cubos, percibe la relación de contenido a continente), pero no hay descentración respecto a su cuerpo, se presentan los movimientos propios como elementos del mismo conjunto espacial.
6. Grupos representativos operatorios. Representación de desplazamientos invisibles de los objetos.

d. Estadios en la construcción del tiempo.

- 1 y 2. El tiempo se reduce a sensaciones de espera, deseo, éxito, fracaso, etc. Cada suceso es un todo aislado, los propios actos del sujeto no se conectan ni se suceden históricamente.
3. Los sucesos externos comienzan a ordenarse por reacciones circulares secundarias. Historia de objetos dependiente de su propia acción.
4. Utilización de medios a fines, conduce a permanencia de objetos y obliga a coordinación de acciones propias con sucesos exteriores.
5. Ordenación del tiempo no sólo aplicada a actividades privilegiadas, sino a todo el campo perceptivo; pero sin alcanzar la evocación del objeto que no ha dejado huella perceptiva actual.
6. Capacidad para evocar recuerdos no ligados a percepción directa. Construcción de un tiempo que engloba toda la historia.

e. Estadios en la construcción de la causalidad.

1. y 2. El niño llega a un resultado sin saber cómo (debido al egocentrismo hay confusión entre las acciones efi-

caces y las "presentaciones sensoriales").

3. La causa tiende a interiorizarse y el efecto a exteriorizarse. (causalidad mágico-fenomenista o imitativa).
4. Puente entre la causalidad basada en la eficacia de la acción propia y la exterior de los objetos. Aplicación de medios conocidos frente a sensaciones nuevas.
5. Progresos de objetivación y espacialización de la causalidad. Empleo cada vez mayor de intermedios entre el yo y el mundo (resistencia del objeto).
6. Representación de causalidad: a partir del efecto reconstruye mentalmente la causa y prevé el efecto al darse la causa. Se pasa de la simple percepción a la sucesión regular o causal.³

B. Periodo representativo (de dos a siete años aproximadamente). Característico a la representación es el rompimiento de los marcos de lo inmediato (por ejemplo, pasar del espacio proximal al distal) evocando lo que sucede en lo perceptivo. Esto implica las funciones propias de elementos significadores que reproducen o representan un significado (no sólo en lo referente al lenguaje, como fuente de formación y socialización de representaciones, sino también a todo tipo de "representantes").

- a. *Preconceptos* o nociones mentales ligados a signos verbales como esquemas representativos. La generalidad del concepto no aparece nítidamente y la noción general significativa se deforma con la presencia de elementos individuales. (El niño dice indistintamente "el" o "los" gatos). Por supuesto, no hay clases ni relaciones lógicas diferenciables.
- b. *El pensamiento intuitivo* asimila objetos a acciones interiorizadas (como hacer corresponder, seriar, englobar, etc.), pero éstas se centran sobre lo real y los

³ J. Piaget, *La construcción de lo real en el niño; El nacimiento de la inteligencia en el niño.*

significados dan los esquemas imitados de los objetos. (Así, por ejemplo, un niño puede decir que los conjuntos de perlas contenidos en dos vasos de igual volumen son iguales, pero al pasar un conjunto a otro vaso de mayor altura, pero de igual volumen, dirá que es mayor). No hay todavía transitividad (ésta se deforma por el esquema acomodador) ni asociatividad (en tanto que las relaciones dependen del camino recorrido).

C. Pensamiento operatorio (de siete a ocho años en adelante). Lo real es afectado por las acciones interiorizadas que se agrupan en sistemas coherentes, como acciones reversibles. La representación reconstruye en su plano lo ya adquirido en la acción; hay una descentración respecto al sujeto: los objetos aparecen situados en relaciones objetivas del conjunto. Las operaciones, como acciones interiorizadas contienen la posibilidad de una coordinación no sólo individual sino colectiva, implícita en la objetividad de tales operaciones. Las operaciones son, pues, transformaciones reversibles. 1) por inversión ($A-A=$); 2) por reciprocidad (A corresponde a B y viceversa).

- a. *Operaciones concretas* (7-8 a 11-12 años aproximadamente).

En el caso de la representación intuitiva, el estado del objeto deforma la acción interiorizada; pero en la operación concreta, aunque se siguen manejando objetos, los estados de estos aparecen determinados por las transformaciones. La *seriación* (ordenando los elementos con base a dimensiones, de manera creciente o decreciente), la *clasificación* (organización de conjuntos y subconjuntos), el *número* (que presupone ya la seriación y la inclusión en clases), el *espacio* ("operaciones infralógicas" construidas paralelamente a las operaciones lógico-aritméticas, como el medir con la base en la participación de lo continuo, ajuste de las partes, etc.) son ejemplos de tales operaciones.

b. *Operaciones formales* (11-12 años en adelante).

Aquí hay una liberación de las operaciones respecto a lo concreto. El sujeto trabaja sobre la realidad a través de las proposiciones, o puede trabajar sobre proposiciones en las que no deposita la creencia, de manera formal, considerándose como hipótesis, extrayendo conclusiones posibles y llegando al pensamiento deductivo. Es sólo una operación sobre otra operación. La *combinatoria* es el ejemplo más claro de ello: son operaciones de operaciones o clasificaciones de clasificaciones (sean de objetos, de proposiciones, o de otro tipo).⁴

D. La presentación de las estructuras asimilatorias conlleva la construcción de *esquemas acomodatorios* de los que vamos a enunciar sólo los relativos a la inteligencia senso-motriz. Lo demás pertenece a las estructuras de las ciencias que se presentan como esquemas acomodatorios (en tanto representaciones objetivas).

1. No experiencia, reflejos (acomodación confundida con el ejercicio del reflejo).

2. Asociaciones. Presión de la experiencia (unión de varios movimientos del cuerpo o de éste a una señal externa). No se presenta todavía la "cosa".

3. Asociaciones adquiridas crean relaciones entre cosas, pero dependientes del sujeto. La acomodación es aquí un esfuerzo de repetición.

4. Acercamiento del objeto. Coordinación de esquemas que establecen relaciones reales entre cosas.

5. Liberación de la acomodación, llegada a la verdadera experiencia.

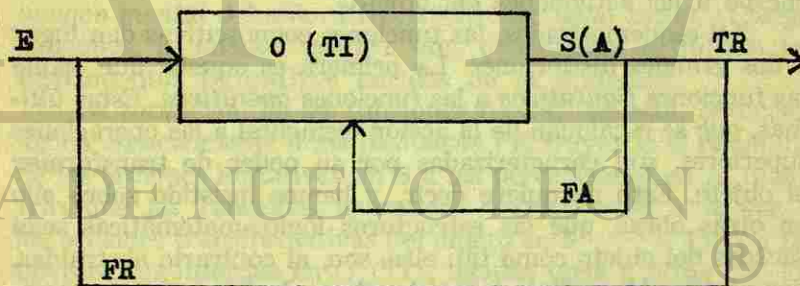
6. Experiencia activa. No sólo presión del medio sino esfuerzo por adaptarse a él.

⁴ J. Piaget, B. Inhelder, *Psicología del niño*, IV, V; J. Piaget, *Psicología de la inteligencia*.

A continuación presento la traducción directa de una parte del libro *Memoire et Intelligence* (P.U.F., 1968, pp. 11-29), escrito por Piaget e Inhelder. Entresaco lo que se refiere al problema específico de la estructura del acto cognoscitivo, considerando que es una buena síntesis de su punto de vista.

* *

Un organismo es una máquina que efectúa dos clases de transformaciones: de una parte, asimila el medio al sufrir sus presiones, es decir, que construye y conserva las formas de organización susceptibles de asegurar la permanencia del intercambio con el exterior; por otra parte, modifica el medio con sus reacciones, sobre todo, por su comportamiento bajo formas que aparecen cada vez como una prolongación y una especialización de esas dos clases de transformaciones solidarias, de tal suerte que se les puede presentar en el esquema siguiente:



Las entradas del sistema son las percepciones, pero eso no significa que éstas constituyan la única fuente de conocimientos, incluso sobre el terreno de la experiencia de los objetos: para conocer un objeto puede tratarse sobre la experiencia, de donde los *feedbacks* FR traen el resultado de las acciones S, es decir, los TR, a las entradas E.

El interior del sistema *no se reduce a un conjunto de vías asociativas* que conectan las entradas E a las salidas S, sino que consiste en una organización O que agrega múltiples elementos a lo que es suministrado en la entrada E. La organización cognoscitiva es, entonces, a la vez asimilación de datos y transformación de éstos. Pero las transformaciones internas TI que constituyen el esquematismo en todos los niveles, de los hábitos elementales a las operaciones superiores, sólo contienen en parte a las disposiciones innatas del sujeto (movimientos espontáneos, reflejos, funcionamiento cerebral hereditario, etc.) y se construyen poco a poco bajo la influencia siempre creciente de las acciones mismas S (A) que conducen a las transformaciones de lo real TR: de donde los *feedbacks* FA van de estas acciones S (A) a la organización interna O y son constitutivos de esquemas.

En cuanto a las salidas S, el esquema designa sus resultados de las transformaciones de lo real TR y no sólo de los objetos, porque ellas pueden interesar al cuerpo igualmente y englobar entre otras la imitación o la acomodación del propio cuerpo a las actividades del objeto.

Así esquematizadas, las funciones cognoscitivas dan lugar a dos grandes distinciones. La primera es aquella que opone las funciones *figurativas* a las funciones *operativas*. Estas últimas, que se escalonan de la acción elemental a las operaciones superiores, son caracterizadas por su poder de transformar el objeto. Esto no quiere decir, y hemos insistido sobre ello en otras obras, que las estructuras lógico-matemáticas sean sacadas del objeto como tal: ellas son, al contrario abstraídas, por abstracción refleja y constructiva, de las acciones ejercidas sobre el objeto y no de las propiedades de éste: es por ello que los *feedbacks* FA reúnen las acciones en S a la organización O (de donde proviene la independencia relativa del sistema de esquemas). Las funciones figurativas, al contrario, no tienden a transformar al objeto sino a proveer una imitación en el más amplio sentido del término. Los instrumentos figurativos descansan esencialmente sobre los estados, cuyas

configuraciones son las más fáciles de traducir en imágenes; y mientras éstas descansan sobre los movimientos o transformaciones, allí producen las configuraciones sin contribuir ellas mismas a la modificación. Tal es en principio la percepción (en E) que, aunque dirigida por los esquemas de asimilación de la acción (o de un isomorfismo parcial entre la percepción y la inteligencia), es esencialmente acomodación al objeto, en el punto donde las actividades perceptivas imitan en cierto modo la forma del objeto (por ejemplo, mientras los movimientos oculares siguen los contornos). Viene después la imitación (en S \rightarrow TR), que desde el nivel senso-motor provee una clase de imagen en actos de modelos corporales proveídos frecuentemente por los objetos, y de lo cual se sabe suficientemente el papel en la futura representación del cuerpo propio. La imitación, primero inmediata y externa, toma entonces formas "diferidas" e interiorizadas, nuevo instrumento figurativo fundamental por la constitución de la memoria de evocación y que es la imagen mental, salida de la imitación interiorizada como hemos investigado en otra parte. (*La imagen mental del niño*. PUF, 1966). De igual modo, el juego simbólico, la imagen gráfica, etc., constituyen o utilizan los instrumentos figurativos nacidos de la imitación.

La formación de las funciones figurativas está, entonces, ligada esencialmente a los *feedbacks* FR trayendo el resultado de las acciones imitativas en S a las percepciones en E, mientras que las funciones operativas corresponden a la vez a las acciones transformativas del objeto en S \rightarrow TR y a las operaciones internas en O (TI), ligadas unas a otras por los *feedbacks* FA. Pero esto no quiere decir que no haya allí ningún aspecto figurativo en la organización interior O (TI): porque la imitación es un producto entre otros (en S) y la percepción asegura las entradas en E. Se puede suponer que todo esquema operativo en O (TI) contiene al menos un aspecto figurativo, no a título de elemento constituyente o motor, porque la imagen no es un elemento del pensamiento, sino a título de índices o de símbolos permitiendo las reconoci-

ciones (de la asimilación reconocitiva a la reconocimiento perceptiva) y las evocaciones.

Esto nos conduce a la segunda gran distinción que es necesario introducir para cubrir el conjunto de las funciones cognoscitivas: la de *significantes* y *significados*. (Llamamos "significados" incluso a la significación, es decir, al esquema o el concepto y no solamente a los objetos a los cuales se aplica). La comprensión y la intervención en S consisten en manipular los objetos, pero confiriéndoles significaciones puesto que son asimiladas previamente a la organización en O. Ahora bien, las significaciones contienen los significados que son los esquemas de todos los niveles constituyendo el esquematismo de O (TI), pero también de los significantes. Es necesario, en este sentido, distinguir tres tipos de significantes, donde los primeros dos son extraídos por los instrumentos de la función figurativa y el tercero es colectivo y presenta un problema aparte.

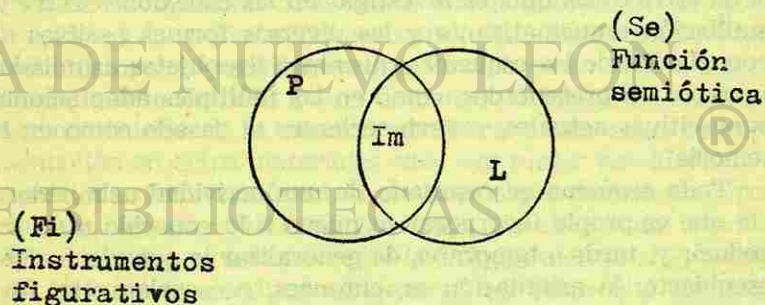
Los significantes más elementales (los primeros en el desarrollo), no son otros que los *índices* perceptivos... la sensación no es sino un símbolo (en el sentido de un significante en general) y no es una copia fiel del objeto (y es por ello que nosotros hablamos en este aspecto de imitación en sentido amplio). Un índice no es sino una parte del objeto (una rama sobrepasando un muro indica la presencia de un árbol) o uno de esos aspectos (un espejo indica un manto de agua poco visible) o un resultado causal (una huella de animal, una mancha, etc.)...

El segundo nivel de significantes se constituye en el curso del segundo año y marca su diferencia en relación a los significados: estos significantes diferenciados no son ya partes simples o aspectos del objeto percibido sino que intervienen las evocaciones más o menos parecidas o motivadas que se forman de él en su ausencia: es decir, son primero *símbolos* (en el estricto sentido de los lingüistas, por oposición a los "signos"), y esos símbolos no son otros que los instrumentos figurativos, las imágenes, los juegos simbólicos etc. Ahora

bien, como hemos intentado mostrar en otra parte (*La formación del símbolo en el niño*), es la imitación que, sobrepasando su nivel senso-motor inicial para devenir diferida e interiorizada, es la fuente de estos significantes a la vez figurativos y simbólicos. Al empleo de tales símbolos figurativos corresponde el comienzo de la representación y se designa con el término "función semiótica" a la utilización de tales símbolos así como los signos de que va a ser cuestión...

El tercer nivel de significantes está constituido por el lenguaje o sistema de "signos" diferenciados y colectivos, "arbitrarios" o convencionales en tanto que colectivos. Para no complicar el esquema, no hemos distinguido las acciones del sujeto S \rightarrow TR, las acciones individuales, y las acciones socializadas, porque son pronto indisociables. Todo grupo social posee una lengua y por medio de ella, influye sobre la organización cognoscitiva de los individuos: será necesario, entonces, completar el esquema utilizado introduciendo un tercero y un cuarto sistema de *feedbacks* F'A y F'R para representar este rebote continuo sobre la organización O (TI) y sobre las entradas E...

... Resumamos las relaciones que existen entre los instrumentos figurativos del conocimiento y la función semiótica (símbolos y signos). Son las relaciones de intersección.



Existen primero los *instrumentos figurativos* no participantes en la función semiótica: tal es la *percepción*, que cons-

tituye un sistema de significantes, pero a título de índices no diferenciados de lo dado perceptivo. Existen enseguida los mecanismos que son a la vez figurativos y semióticos: tales son la *imagen mental*, el juego simbólico, la imitación diferida, el lenguaje por gestos, etc. Hay al fin una categoría de instrumentos semióticos que no son en ellos mismos figurativos: son los *sistemas de signos*. Las lenguas naturales pertenecen a esta categoría. De todas formas, el uso que el sujeto hace de este sistema no está necesariamente desprovisto del aspecto figurativo. En particular, el uso que el niño hace de su lengua indica frecuentemente al empleo de un conjunto de símbolos más que de un sistema de signos. Pero en el nivel del adulto, el lenguaje, cuyos signos son convencionales o "arbitrarios", se aproxima frecuentemente a la expresión figurativa...

La hipótesis general en la que nos inspiramos en esta obra y que ha dirigido las experiencias intentadas conviene quizá desarrollarla un poco de golpe, de manera de hacer comprender mejor las interpretaciones de algunos hechos que describiremos.

El terreno de unión entre la conservación de los esquemas propios a los aspectos operativos de la acción o de la inteligencia y los elementos figurativos de percepción (reconocimiento) o de imagen-recuerdo (evocación) propios a la memoria en estricto sentido, es investigar en las conexiones entre la asimilación esquematizante y las diversas formas posibles de acomodación de los esquemas mismos a los objetos asimilados que sean allí presentados, como en las múltiples adaptaciones cognoscitivas actuales, o pertenecientes al pasado como en la memoria.

Todo esquema es resultado de una actividad asimiladora a la que es propio incorporar lo nuevo a lo conocido o de reproducir y, tarde o temprano, de generalizar lo que viene a ser descubierto: la asimilación es, entonces, necesariamente, formadora de esquemas y éstos no son sino el resultado estructural del funcionamiento de aquella, en un círculo comparable al del juicio y el concepto (en casos particulares, el plan de

representación, de la asimilación inteligente y del esquema).

Pero todo esquema de asimilación está obligado a acomodarse a los objetos a los cuales se aplica; si no, la asimilación no sería sino deformadora (o centrada sobre la efectividad del yo como es el caso del juego simbólico donde lo real es modificado según el deseo del momento: acomodación perceptivo-motora o representativa, etc.). No habrá asimilación sin acomodación, ni inversamente acomodación sin asimilación, pues es fácil comprender la unión indisoluble de la reconocimiento y las imágenes-recuerdos con los esquemas de asimilación.

En efecto, es la acomodación lo que está en el punto de partida de los aspectos figurativos del conocimiento. En el plan de la percepción, los esquemas perceptivos son dirigidos por la asimilación en su orientación general de identificación y de comparación, pero son acomodadores en la medida en que se trata de explorar la configuración percibida, de seguir los contornos y las articulaciones de la figura, etc. En el plan de la acción en general, la acomodación permanece en equilibrio (como el nivel perceptivo) con la asimilación, tanto que se trate de la adaptación a las nuevas situaciones y de comprensión inteligente, pero ella puede también tener o adquirir un interés en ella misma: se orienta entonces en la dirección de la imitación. Esta imitación, empleada ya en sentido amplio en la exploración perceptiva que sigue los contornos del objeto, se especializa en una función senso-motriz o sensorio-motriz particular a la que el desarrollo conduce, bien antes de la constitución de la función semiótica o una clase de representación en actos materiales cada vez mejor amoldados a los modelos exteriores. Es esta imitación lo que constituye la fuente, una vez susceptible de funcionar, de un estado diferido e interiorizado, no solamente de la imagen mental sino también de la función semiótica en general, en tanto que diferenciación de significantes y significados.*

* Hasta aquí el texto de Piaget.

II. Los estadios de la inteligencia pueden sugerir una concepción mecanicista del conocimiento que exija el paso automático de lo senso-motriz al pensamiento formal o que al surgir el pensamiento formal las estructuras anteriores desaparecen. Sin embargo, no es así. Si bien es cierto que el orden en que los esquemas asimilatorios y acomodatorios se integran es el presentado, eso no implica lo segundo. Llegada la fase en que en un sujeto individual se forman esos esquemas, la predominancia de unos sobre otros y las particularidades de las múltiples combinaciones posibles (donde las influencias del medio social, cultural, etc., llegan a tener un papel relevante) condicionan la dirección en que la estructura cognoscitiva de los diferentes individuos se despliega. En todas formas, estos elementos producidos en el desarrollo del individuo integran una totalidad orgánica que nos acerca a la estructura mencionada.

A continuación, abordaremos el problema del acotamiento de los campos temáticos de las disciplinas en cuestión, a saber: la psicología, la epistemología y la lógica. Esto no pudimos intentarlo desde un principio dada la imposibilidad de determinar el campo de estudio de algo que previamente no conocemos. No es nuestra pretensión trazar barreras infranqueables entre las materias y, mucho menos, ajustar la visión del problema a moldes preconcebidos que se introducen como una "camisa de fuerza" entre los temas. La diferenciación tiene un sentido metodológico y la hacemos con base en una categoría piagetiana muy importante: la reversibilidad de las operaciones mentales, que consideramos es el punto central de la problemática en cuestión.

La noción de reversibilidad tiene una gran importancia en el sistema piagetiano en cuanto se presenta como elemento constitutivo en las operaciones. En un desplazamiento del cuerpo, por ejemplo, se da la posibilidad de volver a un punto de partida repitiendo el camino recorrido pero en sentido inverso. En apariencia queda todo igual, salvo la diferencia de tiempo entre una posición y otra, pero lo que sucede es la creación del esquema de actividad al que nos referimos al

enunciar los estadios de la inteligencia senso-motriz. La reversibilidad lógica se presenta implicativamente a toda operación en este campo: toda operación lógica presupone su inversa.

La "lógica infantil" es contradictoria. Oscila entre dos opiniones sobre las que el niño tiene razones para sostenerlas, pero sin inclinarse por una exclusivamente afirma las dos (favorecida esta situación por la pluralidad de "realidades" en las que el niño se desenvuelve, como el juego, lo real sensible, el mundo recordado, etc.). Otro aspecto que facilita esta "lógica" contradictoria es la *condensación* de diversos factores heterogéneos en la mayor parte de las nociones que maneja el niño (por ejemplo: la resistencia y la actividad determinados por los factores de fuerza y movimiento; la vida condensada en la sangre y la actividad). No se trata, pues, de un pensamiento sistemático sino de la agrupación informe de diversos tipos de realidades en una sola noción que se presenta contradictoriamente significando una u otra realidad, sin que al sujeto sea patente tal contradicción.

La no-contradicción lógica corresponde a un estado de equilibrio psicológico. Los "datos inmediatos de la conciencia" están en una corriente en flujo constante. Las estructuras lógicas, en cambio, son los puntos fijos, coherentes entre sí, como estados de equilibrio que conservan su permanencia. Este equilibrio no es una estabilidad completa o un reposo absoluto, sino un "equilibrio móvil" que se forma por una compensación, efecto de las actividades del sujeto en respuesta a las perturbaciones externas. Así, a mayor equilibrio corresponde una mayor actividad del sujeto para compensar las influencias actuales y virtuales de exterior.⁵

En el equilibrio senso-motriz o perceptivo las perturbaciones son influencias reales del medio exterior y el sujeto responde a ellas sin ningún sistema ni orden interno, originando un equilibrio inestable. En el equilibrio de las operaciones, en cambio, las perturbaciones pueden ser solo influencias

⁵ J. Piaget, *Seis estudios sobre psicología*, pp. 125 ss.

virtuales, no reales, que pueden ser anticipadas por el sujeto ("previsión" de las transformaciones de un sistema). La compensación operatoria consistirá solamente en anticipar transformaciones relacionadas con las modificaciones virtualmente externas, pero aquellas (las transformaciones compensadoras) operarán en un sentido inverso a las anteriores. Es decir, se integrará de tal forma un sistema reversible, no-contradictorio, y a cada operación corresponderá una contraria (sea inversa o recíproca).

En el caso de las nociones infantiles contradictorias, observamos que la operación que conduce a la noción condensatoria altera las nociones primitivas y si bien se llega de una a otra por un determinado camino, no se llega a la primera por el camino inverso. (Por ejemplo: el proceso asociativo, de carácter eminentemente irreversible provoca que el sonido correspondiente a una palabra produzca una segunda, pero no a la inversa; igualmente sucede con el orden de las imágenes oníricas). La imitación es esencialmente irreversible en cuanto reproduce los fenómenos naturales que suceden en un tiempo determinado que marcha en una dirección unívoca (al menos el tiempo de las masas en las que se mueven nuestros cuerpos). Pero, entonces, la imitación o el proceso acomodatorio, no puede ser la fuente de la reversibilidad de las operaciones. Sabemos que son los sistemas asimilatorios los que aportan un elemento de fijeza en el devenir de las cosas en cuanto permiten concebir la permanencia e identidad en medio del flujo de los elementos de la realidad y la conciencia.

Pero si la asimilación destruye en parte lo dado, sometiendo al esquema, el objeto también permanece irreducible al esquema y éste se modifica por la influencia de aquel. La reversibilidad aparece cuando la asimilación y la acomodación se integran como movimientos de un solo proceso superando la contradicción primitiva.

Aquí desempeña un importante papel la socialización del pensamiento a partir de la necesidad de llegar objetivamente a los puntos de vista de los demás, buscándose el propio pun-

to de vista en reciprocidad con el resto de los hombres y rompiendo los marcos de egocentrismo infantil donde la asimilación deforma los objetos. Esta reciprocidad influye para incorporar los sucesos nuevos de la objetividad permitiendo el juego de la acomodación y modificando los esquemas asimilativos en una mutua influencia de estas dos funciones.⁶ Ahora bien: "una estructura psicológicamente equilibrada es, al mismo tiempo, una estructura lógicamente formalizable: tal es el caso de las clasificaciones, seriaciones y correspondencias sobre el terreno concreto, y de los sistemas deductivos en el de las proposiciones".⁷

Visto esto, es posible aproximarse a los límites internos de las disciplinas agrupadas alrededor de estos problemas que tratamos. La lógica, es claro, se ocupa del análisis formal del conocimiento; la forma en que lo dado es enunciado en las proposiciones y su manera de conectarse en tanto proposiciones; se refiere, entonces, sólo a las actividades del sujeto; la verdad y la falsedad son aquí formales y se refieren a la coherencia interna del pensamiento.

En la psicología genética, el sentido que tiene la explicación causal en otras psicologías es ocupado por la progresión genética de acuerdo con las nociones de antecedente y consecuente, junto al de dependencia funcional (*a* y *b* en función recíproca, por ejemplo). En tanto, la explicación real de los fenómenos psicológicos conduce a lo biológico y a lo sociológico (mientras el individuo no existe psicológicamente hablando sino a condición de un contacto con las cosas y los demás hombres). La psicología se ocupa de un mecanismo concreto, no formal, como el que ocupa a la lógica; su finalidad es reconstruir el proceso genético de un algo mental, (el paso del acto real a la operación mental), en tanto que la sociología estudia la solidaridad de una operación de los individuos por la cooperación concreta y un sistema de comunicación entre ellos. La relación de la sociología a la psicología

⁶ J. Piaget, *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, pp. 134 ss.

⁷ J. Piaget, *Traité de Logique*, pp. 15-16.

y la lógica es la que existe entre las acciones concretas, las mentales y las implicaciones de las acciones interiorizadas. Las operaciones lógicas, visto el asunto desde un punto de vista de la génesis mental, presuponen el equilibrio reversible, pero el problema lógico comienza cuando el equilibrio psicológico da lugar a la toma de conciencia sobre las implicaciones, en tanto que el orden causal o genético que conduce a tal estado de equilibrio reversible corresponde a la psicología. El aspecto epistemológico se refiere a las relaciones sujeto-objeto, comprende los "puntos de vista" tanto del sujeto como del objeto (mientras la psicología centra su atención en la relación genética de lo dado en la mentalidad). Las conexiones "causales" son concretas, relaciones con la materialidad (biológica o social), pero las conexiones de los estados de conciencia presentan dos tipos de enlace específico con relativa autonomía: la relación significante-significado y la propia relación entre los significados. De la primera se ocupa la epistemología o la teoría del conocimiento, de la segunda la lógica. No se trata de relaciones causales (en el sentido de que una produzca la otra) sino de conexiones obligatorias que no pueden comprobarse físicamente (similares a la obligación moral).⁸

⁸ J. Piaget, *Traité de logique*, Introducción; *Psicología, Lógica y comunicación*, pp. 95 ss; *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, pp. 161 ss; *Psychologie et epistemologie*.

IV. NOTA BIOGRAFICA SOBRE JEAN PIAGET

... me descubrí una innegable tendencia a la especulación y comprendí rápidamente que mi epistemología biológica sería una filosofía como otra cualquiera si me limitase, por un lado, a proseguir las investigaciones de zoología y, por otro, a 'reflexionar' en las horas de ocio sobre las cuestiones generales. Lo cual me condujo a considerar como una especie de falta de honradez intelectual todo lo que yo produjese que no estuviera sometido a la fiscalización de los métodos de comprobación que me parecieron entonces válidos...

(J. Piaget, *Epistemología matemática y Psicología*, Introducción).

Nace el 19 de agosto de 1896, en Neuchatel, Suiza.

Su trabajo científico, orientado en varias direcciones se respalda con una innegable erudición y una honradez intelectual rara en estos tiempos. La biología (se doctoró en esta materia en 1917), la psicología, la sociología, historia de las ciencias, lógica, pedagogía y filosofía, son las disciplinas de que se ha ocupado.

Conocedor de la filosofía de Bergson y W. James se orientó hacia los problemas del conocimiento sospechando alguna relación entre los procesos cognoscitivos y los mecanismos que posibilitan el equilibrio orgánico. Llegó por este camino a la psicología experimental concibiéndola como un complemento a su inquietud filosófica que se le antojaba poco consistente.

Claparede lo introdujo en el *Instituto J. J. Rousseau*. Para 1925 es profesor titular de filosofía en Neuchatel (puesto ocupado antes por Reymond, maestro de Piaget), recibiendo la

y la lógica es la que existe entre las acciones concretas, las mentales y las implicaciones de las acciones interiorizadas. Las operaciones lógicas, visto el asunto desde un punto de vista de la génesis mental, presuponen el equilibrio reversible, pero el problema lógico comienza cuando el equilibrio psicológico da lugar a la toma de conciencia sobre las implicaciones, en tanto que el orden causal o genético que conduce a tal estado de equilibrio reversible corresponde a la psicología. El aspecto epistemológico se refiere a las relaciones sujeto-objeto, comprende los "puntos de vista" tanto del sujeto como del objeto (mientras la psicología centra su atención en la relación genética de lo dado en la mentalidad). Las conexiones "causales" son concretas, relaciones con la materialidad (biológica o social), pero las conexiones de los estados de conciencia presentan dos tipos de enlace específico con relativa autonomía: la relación significante-significado y la propia relación entre los significados. De la primera se ocupa la epistemología o la teoría del conocimiento, de la segunda la lógica. No se trata de relaciones causales (en el sentido de que una produzca la otra) sino de conexiones obligatorias que no pueden comprobarse físicamente (similares a la obligación moral).⁸

⁸ J. Piaget, *Traité de logique*, Introducción; *Psicología, Lógica y comunicación*, pp. 95 ss; *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, pp. 161 ss; *Psychologie et épistémologie*.

IV. NOTA BIOGRAFICA SOBRE JEAN PIAGET

... me descubrí una innegable tendencia a la especulación y comprendí rápidamente que mi epistemología biológica sería una filosofía como otra cualquiera si me limitase, por un lado, a proseguir las investigaciones de zoología y, por otro, a 'reflexionar' en las horas de ocio sobre las cuestiones generales. Lo cual me condujo a considerar como una especie de falta de honradez intelectual todo lo que yo produjese que no estuviera sometido a la fiscalización de los métodos de comprobación que me parecieron entonces válidos...

(J. Piaget, *Epistemología matemática y Psicología*, Introducción).

Nace el 19 de agosto de 1896, en Neuchatel, Suiza.

Su trabajo científico, orientado en varias direcciones se respalda con una innegable erudición y una honradez intelectual rara en estos tiempos. La biología (se doctoró en esta materia en 1917), la psicología, la sociología, historia de las ciencias, lógica, pedagogía y filosofía, son las disciplinas de que se ha ocupado.

Conocedor de la filosofía de Bergson y W. James se orientó hacia los problemas del conocimiento sospechando alguna relación entre los procesos cognoscitivos y los mecanismos que posibilitan el equilibrio orgánico. Llegó por este camino a la psicología experimental concibiéndola como un complemento a su inquietud filosófica que se le antojaba poco consistente.

Claparede lo introdujo en el *Instituto J. J. Rousseau*. Para 1925 es profesor titular de filosofía en Neuchatel (puesto ocupado antes por Reymond, maestro de Piaget), recibiendo la

aprobación a sus trabajos por parte de Brunsevicg, Lalande, Claparede y Binet. En 1923 es nombrado codirector del Instituto. Posteriormente recibe el nombramiento de director en el *Bureau International d'Education*. En 1936, Harvard le otorga el título *honoris causa*. Para 1940 es director del Laboratorio de Psicología Experimental de la Universidad de Neuchatel, prosiguiendo con la edición de *los Archives de Psychologie*. Más tarde, es presidente de la Sociedad Suiza de Psicología y coeditor de la *Revue Suisse de Psychologie*. Después de la guerra sucede a Marleau-Ponty en su cátedra de la Sorbona.

En 1955 inaugura en Ginebra el *Centre International d'Epistemologie Génétique*, cuyo renombre mundial es indiscutido, se han publicado bajo su dirección veintidós volúmenes sobre epistemología genética como resultado de las investigaciones del Centro. Los trabajos son realizados por equipos de investigadores de prestigio internacional invitados por Piaget durante un período, terminando el cual se efectúa un simposio reuniendo a los especialistas en el tema tratado en ese lapso.

Del monto de su obra habla elocuentemente la bibliografía selecta insertada a final de este cuaderno.

V. BIBLIOGRAFIA DE JEAN PIAGET

La obra de Piaget está compuesta actualmente por unos cincuenta títulos y alrededor de 400 artículos sobre diversos temas. Además de las obras generales de las que hemos hecho una selección, sus investigaciones son conocidas en las series de Estudios sobre Epistemología Genética y los Estudios sobre el Desarrollo de las percepciones (*Archives de Psychologie*, 1942 - 1961, vols: 29-38). Hemos respetado los títulos originales, indicando también en cada caso el año de edición y adjuntando la ficha de las ediciones en español que tenemos a la mano. La bibliografía completa se encuentra en *Psychologie et epistémologie génétiques. Thémes piagétiens*. (Dunod, 1966). Véase también *El Pensamiento de Jean Piaget*, de A. M. Battro. (Emecé, 1969).

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

I. Bibliografía general

- Le langage et la pensée chez l'enfant*. Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1923 (1930, 1948, 1956).
(*El lenguaje y el pensamiento del niño*. Madrid, ed. La lectura, s/f).
- Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*. Alcan, 1924.
(1945, 1947, 1956, 1967).
(*El juicio y el razonamiento en el niño*. Madrid, ed. La lectura, s/f).

- La représentation du monde chez l'enfant.* Alcan, 1926. (P.U.F., 1947).
(*La Representación del mundo en el niño.* Espasa-Calpe, 1934).
- La causalité physique chez l'enfant,* Alcan, 1927.
(*La causalidad física del niño.* Espasa-Calpe, 1934).
Espasa-Calpe, 1934).
- La naissance de l'intelligence chez l'enfant.* Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1936 (1948, 1959).
El nacimiento de la inteligencia del niño. Aguilar, 1969).
- La construction du réel chez l'enfant.*
Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1937 (1950).
(*La construcción de lo real en el niño.* Proteo, 1965).
- La genèse du nombre chez l'enfant.* (con A. Szeminska).
Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1941.
(*La génesis del número en el niño.* Bs. As., ed. Guadalupe, 1967).
- Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et sur la réversibilité de la pensée.* Vrin, 1942.
- La Formation du symbole chez l'enfant.*
Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1945.
(*La formación del símbolo en el niño.* FCE, 1961).
- Le développement de la notion du temps chez l'enfant.*
P. U. F., 1946.
(*The child's conception of time.* Routledge and Kegan, 1969).
- La Représentation de l'espace chez l'enfant.* P. U. F., 1947.
- La Psychologie de l'intelligence.* A. Colin, 1947. (1967).
(*Psicología de la inteligencia.* Psique 1960).
- Le géométrie spontanée de l'enfant* (con B. Inhelder y A. Szeminska), P. U. F., 1948.
- Traité de logique. Essai de la logistique opératoire.*
Introduction à l'épistémologie génétique.
A. Colin, 1949.

- I.—*La pensée mathématique.* P. U. F., 1949.
- II.—*La pensée physique,* P. U. F., 1950.
- III.—*La pensée biologique, la pensée psychologique et la pensée sociologique,* P. U. F., 1950.
- Essai sur les transformations des opérations logiques,*
P. U. F., 1952.
- De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent.*
(con B. Inhelder) P. U. F., 1955.
- La genèse des structures logiques élémentaires. Clasificaciones et sériations* (con B. Inhelder). Neuchatel, Delachaux et Niestlé, 1959.
(*Génesis de las estructuras lógicas elementales.* B. As., ed Guadalupe, 1967).
- Traité de Psychologie expérimentale* (con P. Fraisse), P. U. F., 1963.
- Six études de Psychologie.* Gonthier, 1964.
(*Seis estudios de Psicología.* Barral, 1970).
- Sagesse et illusions de la philosophie.* P. U. F., 1965.
- Etudes sociologiques.* Droz, 1965.
- Logique et connaissance scientifique.* Gallimard, 1967.
- Biologie et connaissance. Essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs.*
Gallimard, 1967.
(*Biología y conocimiento.* Siglo XXI, 1969).
- Memorie et intelligence* (con B. Inhelder). P. U. F., 1968.
- Le structuralisme.* P. U. F., 1968.
(*El estructuralismo.* Proteo, 1969).
- Psychologie et épistémologie.* Gontier, 1970.
(*Psicología y epistemología.* Ariel 1971).

II. Estudios sobre Epistemología Genética

Esta serie de materiales es resultado de las investigaciones efectuadas en el *Centre International d'Epistémologie Génétique*.

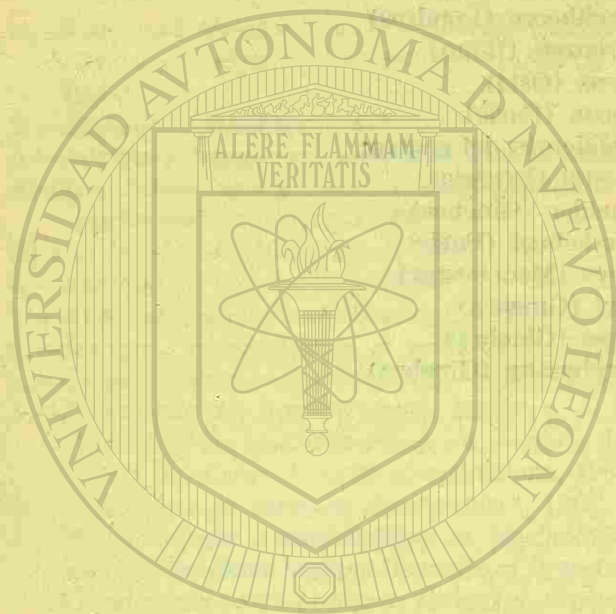
que, a partir de 1955. Han sido publicadas por *Presses Universitaires de France*.

- 1.—*Epistémologie génétique et recherche psychologique*, 1957. (*Psicología lógica y comunicación. Nueva Visión*, 1959, 1967).
- 2.—*Lógica et équilibre*, 1957.
- 3.—*Lógica, langage et théorie de l'information*, 1957.
- 4.—*Les liaisons analytiques et synthétiques dans les comportements du sujet*, 1957.
- 5.—*La lecture de l'expérience*, 1958.
- 6.—*Logique et perception*, 1959.
- 7.—*Apprentissage et connaissance*, 1959.
- 8.—*Logique, apprentissage et probabilité*, 1959.
- 9.—*L'apprentissage des structures logiques*, 1959.
- 10.—*La logique des apprentissage*, 1959.
- 11.—*Problemas de la construction du nombre*, 1960.
- 12.—*Théorie du comportement et opérations*, 1960.
- 13.—*Structures numériques élémentaires*, 1962.
- 14.—*Epistémologie mathématique et psychologie. Essai sur les relations entre logique formelle et la pensée réelle*, 1961. (*Relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real. Ciencia Nueva*, 1968).
- 15.—*La filiation des structures*, 1963.
- 16.—*Implication, formalisation et logique naturelle*, 1962.
- 17.—*La formation des raisonnements récurrentiels*, 1963.
- 18.—*L'epistémologie de l'espace*, 1964.
- 19.—*Conservations spatiales*, 1965.
- 20.—*L'epistémologie du temps*, 1966.
- 21.—*Perception et notion du temps*, 1967.
- 22.—*Cybernétique et épistémologie*, 1968.

III. *Colaboran con Piaget:*

- E. W. Beth (Amsterdam)
E. Brenson (París)

- J. Bruner (Harvard)
F. Gonseth (Zurich)
A. Jonckheere (Londres)
P. Lorenzen (Bonn)
A. Naess (Oslo)
P. Oleron (París)
Como residentes del centro:
L. Apostel (Bruselas)
B. Inhelder (Ginebra)
B. Mandelbrot (París)
W. Mays (Manchester)
A. Morf (Ginebra)
J. Piaget (Ginebra)
J. Rustchmann (Ginebra)



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

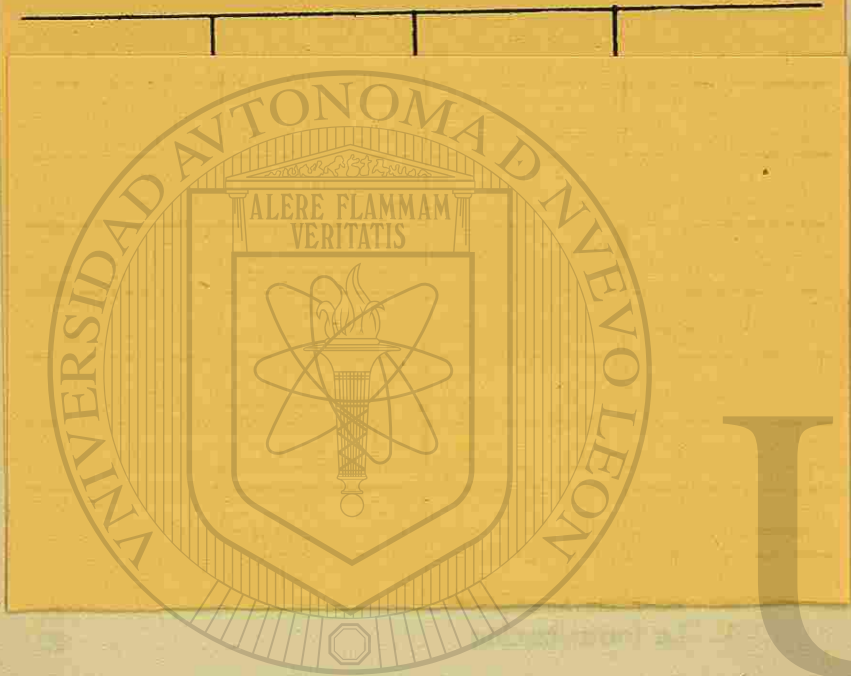
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

I N D I C E

Presentación	5
I. APROXIMACION AL CONTEXTO	7
1. Doctrinas fundamentales en la epistemología matemática contemporánea	7
2. Matemáticas y Pedagogía	10
II. EPISTEMOLOGIA Y MATEMATICAS	13
1. Estructuras matemáticas y estructuras de la inteligencia	13
2. La evidencia	18
3. La matemática pura	21
4. La formalización	22
III. APROXIMACION CRITICA	24
1. La estructura del fenómeno cognoscitivo	24
2. La reversibilidad y la delimitación de los campos temáticos de la Psicología y la Lógica ...	42
IV. NOTA BIOGRAFICA SOBRE JEAN PIAGET ...	47
V. BIBLIOGRAFIA DE JEAN PIAGET	49

CAPILLA ALFONSINA
U. A. N. L.

Esta publicación deberá ser devuelta
antes de la última fecha abajo indi-
cada.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Este cuaderno se terminó de imprimir el día 15 de mayo de 1972, en la Imprenta Universitaria de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Se tiraron 2,000 ejemplares. La edición estuvo al cuidado del autor y de Humberto Martínez. Diseño la portada José Angel Elizondo.

071007

NL
150.7253
I 24g

CUADERNOS

1. Robert S. Hartman, *Términos fundamentales en ética*.
2. Severo Iglesias, *Jean Piaget: epistemología matemática y psicología*.

EN PREPARACION

3. Neftalí Pérez, *Análisis conductual aplicado. La psicología de B. F. Skinner*.
4. Ma. Guadalupe Martínez Berrones, *La idea de justicia en "Las manos sucias" de Jean Paul Sartre, "Los justos" de Albert Camus y "Antígona" de Jean Anouilh*.
5. Varios Autores, *¿Qué es eso de filosofía?* (Compilación de Humberto Martínez).

CAPILLA ALFONSINA
U. A. N. L.

Esta publicación deberá ser devuelta
antes de la última fecha abajo indi-
cada.

071007

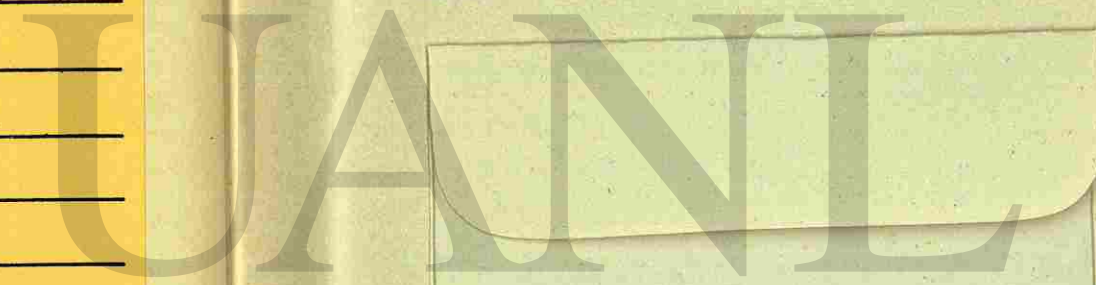
UL
150.7253
I 24j

CUADERNOS

- 1. Robert S. Hartman, *Términos fundamentales en ética.*
- 2. Severo Iglesias, *Jean Piaget: epistemología matemática y psicología.*

EN PREPARACION

- 3. Neftalí Pérez, *Análisis conductual aplicado. La psicología de B. F. Skinner.*
- 4. Ma. Guadalupe Martínez Berrones, *La idea de justicia en "Las manos sucias" de Jean Paul Sartre, "Los justos" de Albert Camus y "Antígona" de Jean Anouilh.*
- 5. Varios Autores, *¿Qué es eso de filosofía?* (Compilación de Humberto Martínez).



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





U A N L

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECA

11
ALMA MATER
ALBOR
BPA