

dad de una coordinación heurística y estructural analizable bajo el lente filosófico.

Cabe también mencionar que la problemática presentada aquí es expresión de la inquietud intelectual de la Facultad de Filosofía de la Universidad Autónoma de Nuevo León, a través del seminario sobre Jean Piaget, desarrollado como uno de los trabajos ordinarios de la escuela.

El contenido del cuaderno aborda los temas fundamentales de la Epistemología Genética de Jean Piaget, tomando como base la síntesis de la obra *Epistemología matemática y Psicología. Relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real*. (Veáse el capítulo II de este cuaderno).

I. APROXIMACION AL CONTEXTO

El número es un objeto espiritual, y el ocuparse de él y sus relaciones es una ocupación espiritual; el espíritu se halla, pues, estimulado por esta vía hacia la reflexión en sí y hacia un trabajo interior abstracto, que tiene gran importancia y sin embargo es unilateral. . . aquella ocupación se vuelve carente de pensamiento, mecánica. El esfuerzo consiste especialmente en lo siguiente: mantener firme lo carente de concepto y combinarlo de un modo carente de concepto. . . el contenido sólido de la vida moral y espiritual y de las configuraciones individuales de ésta, con que la educación debe criar al espíritu juvenil como el alimento más noble, es expulsado por lo uno carente de contenido. El efecto —cuando aquellos ejercicios son convertidos en el punto capital y en la ocupación principal— no puede ser otro que el de vaciar al espíritu de forma y contenido y volverlo obtuso. Puesto que el calcular es asunto tan exterior y, por ende, mecánico, se han podido fabricar máquinas que cumplan operaciones aritméticas de la manera más perfecta. . . y al convertir el cálculo en el medio fundamental de la educación del espíritu, se pone a éste en la tortura de perfeccionarse transformándose en máquina. (Hegel, *Ciencia de la lógica*, I, 2; 2o. Cap., A, 2).

I. Contrasta el avance de las disciplinas matemáticas y la importancia que las ciencias están dando a sus técnicas con lo limitado de las investigaciones respecto a la fundamentación epistemológica de las operaciones.

De una parte, se ha querido reducir todo a un formalismo puro donde el contenido de las matemáticas puede ser establecido tomando prestadas las operaciones de la lógica, construyendo "intuitivamente" los contenidos de la matemática

(números, operaciones, objetos geométricos, etc.) y cerrando la puerta a todo intento de explicación respecto a los procesos que subyacen bajo los resultados.

Esto, como ya es sabido, ha sido reforzado por la carencia de conciencia crítica por parte de los mismos creadores de las modernas teorías matemáticas respecto a los procesos mencionados.

De tal suerte, la condenación de Husserl respecto al genetismo historicista (que intentaba confinar toda esta problemática a las condiciones prácticas que han originado las diversas disciplinas matemáticas) y al naturalismo psicologista (que instaba a reducir todo el problema a los datos aportados por el empirismo) ha sido tomada con el escepticismo característico de quienes minimizan todo el trabajo de las matemáticas como ciencia al manejo de las operaciones técnicas de la geometría, el álgebra, el cálculo, etc., así como de quienes pretenden reducir toda la matemática a una correspondencia con la realidad. La búsqueda de las "actividades primeras" aparecía manifiestamente como una actividad fuera del campo matemático. Y, en apariencia, lo está, pero la ignorancia de este problema refuerza los "prejuicios" y "presupuestos" de la matemática y las disciplinas que usan sus técnicas.

Estamos lejos de pensar que la obra de Piaget sea el desarrollo de programa de Husserl, así como tampoco creemos que la epistemología genética sea la última palabra que responda al problema planteado. Sin cerrar la discusión, indudablemente resulta superior la tesis de Piaget frente al empirismo, el psicologismo, el formalismo y demás teorías interpretativas de las matemáticas.

Las matemáticas y lo empírico. La interpretación empirista de la matemática presenta a ésta como conectada directa o indirectamente a la experiencia; sea esta física (abstrayendo las nociones a partir de objetos que se encuentran fuera del sujeto investigador) o psicológica (a partir de lo dado en el sujeto y construido por una visión interna llamada introspección).

Sin pretender reducir todo el pensamiento de quienes sustentan la tesis al contenido exclusivo de ésta, podemos mencionar entre ellos a F. Bacon, E. P. Cantelli, E. H. Larguier, W. Feller, y F. Gonseth. La tesis común a los autores mencionados señala lo concreto-empírico como fuente de la axiomática a la que se llega por "abstracción generalizadora", abstracción "esquemática", "síntesis inductiva" y otros medios.¹

El psicologismo. Esta posición sostiene que la investigación no ha de centrarse en las fórmulas sino en los procesos psicológicos que conducen a las reglas y convenciones axiomáticas y a las que se puede arribar por medio de una "reflexión psicológica" (introspección).²

El intuicionismo. En esta posición, D. Hilbert sostiene que además de la experiencia y la deducción, un tercer elemento cognoscitivo integra la matemática. Esta es la intuición, que se presenta como elemento a priori.³ Para H. Poincaré, al tratar de la "demostración por recurrencia" (estableciendo un teorema para $n-1$, demostrando que si es cierto para $n-1$ es cierto para n ; y, por tanto, válido para todos los números enteros), afirma que la experiencia no puede ser base de la regla (dado que no se puede abarcar empíricamente una variación indefinida de números). La analítica del silogismo tampoco puede ser el fundamento. Es una "intui-

¹ F. Bacon, *Novum Organum*, Losada, 1961, I, XIX y II, XX; E. P. Cantelli, "Consideraciones sobre la convergencia en el cálculo de probabilidades", *Anales de L'Institut Henry Poincaré*, vol. 19, pp. 3-50; E. H. Larguier, "Las escuelas del pensamiento en las matemáticas modernas", *Thought*, vol. XII, 1937, pp. 225-240; W. Feller, "Acerca de las axiomáticas del cálculo de probabilidades y sus relaciones con las experiencias", *Les Fundaments du calcul des probabilités*, París, Hermann, 1938, pp. 7-21; F. Gonseth, *Le méthode axiomatique*, Gauthier Villars, 1938; J. L. Destouches, *Essai sur la forme generale des théories physiques* Université de París, 1938.

² F. Enriques, *Problemas de la lógica*, Espasa Calpe, 1947; "La crítica de los principios y su papel en el desarrollo de las matemáticas", *Scientia*, vol. XII, 1912, pp. 59-70.

³ D. Hilbert, "El conocimiento de la naturaleza y la lógica", *L'enseignement mathématique*, t. XXX; *Fundamentos de la geometría*, en Euclides, *Elementos*, UNAM, 1944.

ción directa" del espíritu que concibe la repetición indefinida de un acto lo que permite el razonamiento por recurrencia; y la experiencia no es sino un fenómeno ocasional del cual se sirve el espíritu. De la misma manera, la construcción de los diversos espacios geométricos (de n dimensiones, por ejemplo) se levanta sobre la intuición del continuo espacial.⁴

El formalismo. Ya Descartes había presentado la posibilidad de una *mathesis universalis*, como la disciplina que estudiaría el orden y la medida aislados de todo objeto, como formas universales que contendrían lo que hace que las otras ciencias se presenten como parte de ella. Leibniz recogió la tesis insistiendo en la necesidad de un razonamiento que concluyera exclusivamente por la fuerza de la forma.⁵

Ese formalismo se ha expresado de manera sistemática con B. Russell y A. N. Whitehead. Se reduce todo el problema al establecimiento de los axiomas, soportados sobre formas lógicas, estableciendo previamente los elementos y las reglas combinatorias que integran tales axiomas.⁶

II. El otro problema que compone el contexto temático donde se gesta la obra de Piaget es el referente a las relaciones entre matemáticas y pedagogía. De una parte, la herencia de los siglos anteriores que han centrado la educación del niño y el adolescente sobre las matemáticas ayudando a vaciar el espíritu de su movimiento y determinaciones, como dijera Hegel, y convirtiendo la actividad del pensar en un cálculo mecánico donde el acto consciente ha sido extirpado porque la enseñanza de las matemáticas no ha conectado sus temas a lo real y lejos de cumplir su vanidosa pretensión (de formar un

⁴ H. Poincaré, *La ciencia y la hipótesis*, Espasa Calpe, 1963, pp. 26-27; *Ciencia y método*, pp. 32-52; *El valor de la ciencia*, 1946, pp. 19-33; *Últimos pensamientos*, 1946, *passim*.

⁵ R. Descartes, *Reglas para la dirección del espíritu*, en *Oeuvres Philosophiques*, IV, Garnier, 1963; W. Leibniz, *Nouveaux essais sur L'entendement humain*, Garnier-flamarion, 1966, IV, 17.

⁶ B. Russell-A. N. Whitehead, *Principia mathematica*, Cambridge, 1967; B. Russell, *The principles of mathematics*, Allen & Unwin, 1964

pensamiento capaz de hacer abstracciones y llegar a las determinaciones de lo real) imposibilita incluso para conectarse con lo real ante un trabajo donde su sentido no queda claro.

En principio, los tanteos pedagógicos hacen caso omiso de las investigaciones epistemológicas que, indiscutiblemente, son la piedra de toque, junto con las estructuras sociales, para la determinación de los rumbos educativos en los niveles inferiores y medios de la instrucción.

Por otro lado, las matemáticas, reducidas al abigarramiento de disciplinas atomizadas (álgebra, geometría, cálculo, etc.) y con las arcáicas formas de exposición y aprendizaje con que se trabaja, no conducen siquiera a fomentar la iniciativa por el pensamiento inteligente sino que incitan hacia la memorización mecánica de las operaciones y formulizaciones, cosa que ha motivado el repulso del niño y el adolescente hacia tales disciplinas.

La memorización de los detalles y minucias a las que es sometido el estudiante, sin que le quede claro el sentido de lo que hace, es una tónica muy acorde con nuestro tiempo donde el empirismo ha intentado reducir la realidad física a las partículas más elementales, como la lógica a las "proposiciones atómicas" o "protocolares" en el neopositivismo. Como consecuencia, se pasan de largo las estructuras fundamentales que integran las disciplinas, poniéndose el pretexto de que el estudio de los "principios" de la ciencia no pertenece a las materias. Se ignoran, así, los problemas del espacio, el número, la cantidad, la formación de las operaciones, los conjuntos, etc., que son más importantes que la acumulación de teoremas de manera mecánica. Esto implica que se sigue viendo a la ciencia sólo como un cuerpo de conocimiento o un amontonamiento de datos, cayéndose en un callejón sin salida: por un lado se reduce la ciencia a los datos y formulizaciones atomizadas cerrando el paso a la comprensión cabal de la problemática y la metodología de la disciplina en cuestión y, por otra parte, se reducen las minucias a unas cuantas cosas dado que la acumulación de los datos cierra el paso a la posibilidad de un conoci-

miento total en la materia dirigiéndose hacia su especialización sin haber siquiera rosado la estructura general del asunto.

No pretendemos, claro está, dar lecciones de pedagogía en las matemáticas ni en ninguna otra disciplina. Presentamos estos aspectos como un condicionante de la época, a cuya respuesta contribuye la obra de Piaget.⁷

⁷ E. Husserl, *L'origine de la géométrie*, introducción de J. Derrida, P. U. F., 1962; M. Frecht, *Las matemáticas y lo concreto*, UNAM, 1953; E. Kant, *Crítica de la razón pura*, Losada, 1960; H. Weyl, *Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural*, UNAM, 1965; A. N. Whitehead, *Los fines de la educación*, Paidós, 1961; J. Piaget, *Educación e instrucción*, Proteo, 1968.

II. EPISTEMOLOGIA Y MATEMATICAS

El matemático no es en verdad el teórico puro, sino solo el técnico ingenioso, el constructor, por decirlo así, que edifica la teoría como una obra de arte técnica, atendiendo meramente a las conexiones formales... hace falta una reflexión paralela, de 'crítica del conocimiento', que compete exclusivamente al filósofo y que no deja privar otro interés que el puro interés teórico, al cual restablece en sus derechos. (E. Husserl, *Investigaciones lógicas*, Prolegómenos XI, 71).

Un primer esbozo del problema nos presenta los límites de los campos temáticos y la dirección en que puede ser conducida la epistemología matemática. La reducción absoluta de la lógica y la matemática a los datos proporcionados por la psicología, el psicologismo, es rechazado para circunscribir la investigación psicológica al estudio de los *mecanismos causales* que permitan se dé una operación matemática en un sujeto; en tanto, el aspecto lógico se refiere a las condiciones que permiten la *validez* de tal demostración.

I. ESTRUCTURAS MATEMATICAS Y ESTRUCTURAS DE LA INTELIGENCIA.

Independientemente de la formalización de los problemas de las matemáticas (cuestión que compete exclusivamente a esta disciplina), algunos problemas generales se presentan para su análisis en relación con la psicología. Tales son: la natu-