9.- Un automóvil sale de Monterrey a Cd. Juárez a una velocidad de 100 Km. por hora. Una hora más tarde, sale otro automóvil del mismo lugar con el mismo destino que el anterior, con una velocidad de 110 Km. por hora. ¿Cuánto tiempo tardará el segundo automóvil en alcanzar al primero y qué distancia habrá recorrido?

10.- La longitud de un rectángulo excede a su anchura en 2 unidades. Si cada dimensión fuese incrementada en 3 unidades, el área se incrementará en 51 unidades cuadradas. Encuentre las dimensiones originales.

TERCERA UNIDAD

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Inquietudes múltiples mantienen al hombre en constante evolución desde el momento en que se muestra como un ser eminentemente social....

Entonces, busca, no solo distintas soluciones, sino, a la vez, la forma de resolverlas simultáneamente por medio de sistemas y procedimientos adecuados.

OBJETIVO GENERAL:

Al término de la unidad, el alumno aplicará los diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, en problemas.

OBJETIVO PARTICULAR:

El alumno estará en condiciones de:

1.- Definir el concepto de ecuación con dos variables.

2.- Obtener la solución de sistemas de ecuaciones con dos variables utilizando los métodos; Gráfico y de eliminación por sumas y -- restas, sustitución e igualación.

3.- Resolver problemas de ecuaciones lineales con tres variables y tres ecuaciones, por el método de eliminación o analítico.

4.- Resolver problemas cuya solución implique sistemas de ecuaciones lineales en dos variables.

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1.- ECUACIONES LINEALES EN DOS O MAS VARIABLES O INCOGNITAS.

En la unidad anterior, advertimos que para una ecuación como - $x + 5 = 7$, solo existe un único valor para "x" que satisface plenamente a la igualdad, esto por tratarse de una ecuación con una sola incógnita de primer grado.

Ahora bien, si consideramos la ecuación $x + y = 5$, veremos -- que existe un número infinito de pares de valores para "x" y "y" -- que satisfacen plenamente a la ecuación planteada, lo mismo sucede para la ecuación $x - y = 1$ o para cualquier otra del mismo tipo, - según se puede observar en las siguientes tablas de valores.

$$x + y = 5$$

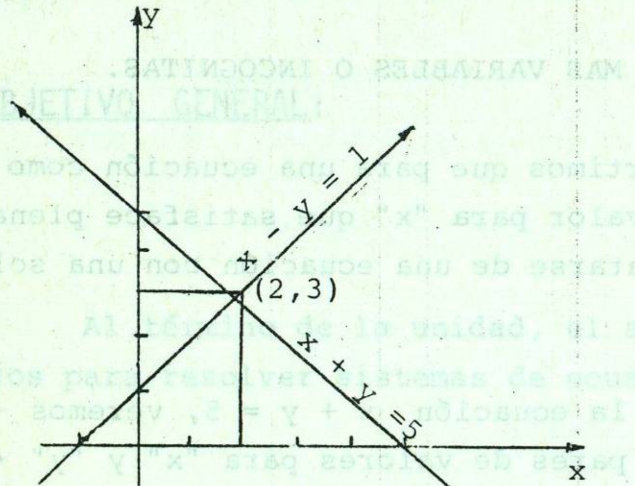
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	7	6	5	4	3	2	1	0	-1

$$x - y = -1$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-1	0	1	2	3	4	5	6	7

Si hacemos un análisis detallado de ambas tablas de valores, - encontramos que solo existe un par de valores repetitivos o comunes entre ellas.

Grafiquemos ahora las ecuaciones propuestas localizando en el plano de coordenadas cartesianas los puntos resultantes de las parejas ordenadas señaladas en las tablas de valores.



Al realizarlo, podemos apreciar - que el punto de intersección en-- tre las rectas resultantes es el formado por la pareja ordenada -- (2,3).

Cuando esto sucede, podemos afirmar que existe un par de valores que satisface al mismo tiempo o simultáneamente a ecuaciones lineales con dos o más incógnitas.

A todo conjunto de ecuaciones de primer grado con dos ó más incógnitas se le llama sitema de ecuaciones lineales.

Ecuaciones lineales porque cuando representamos en el plano - de coordenadas cartesianas una ecuación de primer grado, siempre -- nos resulta una línea recta.

Una ecuación de la forma $a_1x_1 + a_2x_2 \dots a_nx_n = 0$, se llama -- ecuación lineal en "n" variables donde $a_1, a_2, \dots a_n \in R$. Y la solución para $x_1, x_2, x_3 \dots x_n \in R^n$ o sea R x R. Esto, cuando se trata de un sistema en dos variables.

Ejemplos:

1.- $x + y = 8$ es una ecuación lineal en las variables x, y, donde - sus conjuntos solución pertenece a R x R.

Algunas soluciones las forman las parejas; (5,3), (10,-2), ---- (-2,10), etc.

2.- $x + y + z = 0$ es una ecuación lineal en las incógnitas x, y, z.

Algunas soluciones son: (3,-2,-1), (5,-7,2), (3, 1, -4), etc.

Resumiento podemos decir que:

Al conjunto de M ecuaciones de primer grado con "n" variables ó incógnitas, se le llama sistema lineal de ecuaciones.

La solución del sistema es el conjunto n-adas (ordenadas) que satisfacen simultáneamente a la "m" ecuaciones presentadas, es decir, su solución no es otra cosa que la intersección de los conjuntos Solución de las ecuaciones.

Ejemplos:

3.- $x + y = 6$ $\quad$ $4x + 2y = 6$ $\quad$ $ax + by = 2ab$

$3x - y = 14$ $\quad$ $3x - 5y = 15$ $\quad$ $ax - by = 0$

Son sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

4.- $3x + 2y - z = 5$ $\quad$ $4x + y - z = 2$ $\quad$ $3x + 5y - z = 0$

$2x - 3y + z = 7$ $\quad$ $x - y + 3z = 7$ $\quad$ $x + y - z = 0$

$x - y - z = 1$ $\quad$ $3x + 2y - 2z = 1$ $\quad$ $2x - 5y + z = 0$

Son sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas.

Al proceso mediante el cual encontramos la solución de un sistema le llamamos, Solución Simultánea de ecuaciones.

2.- SOLUCION POR EL METODO GRAFICO.

Sabemos ya, que la gráfica de una ecuación lineal es una recta, por lo tanto, la gráfica de un sistema de dos ecuaciones, será un par de rectas que pueden tener las siguientes posibilidades:

A) Ambas se intersecan en un punto.
B) Ambas se intersecan en todos los puntos.
C) Su intersección es un $\emptyset$ en cuyo caso hablamos de paralelas.

Dos puntos de una recta son suficientes para reconocer la dirección de la misma, sin embargo, cuando grafiquemos un sistema de ecuaciones lineales, lo recomendable, aparte del origen en ambos casos es conveniente otorgar un valor negativo a la abscisa y el otro positivo.

Para graficar un sistema de ecuaciones, calculamos la tabla de valores para ambas ecuaciones asignado los valores que queramos a la abscisa y sustituyendo "x", encontramos "y".

Ejemplos:

1.- En el sistema $3x + y = 4$
$x + 2y = 3$

Tenemos que:
Sus gráficas son dos rectas que se intersecan en un punto.
Según se ilustra.

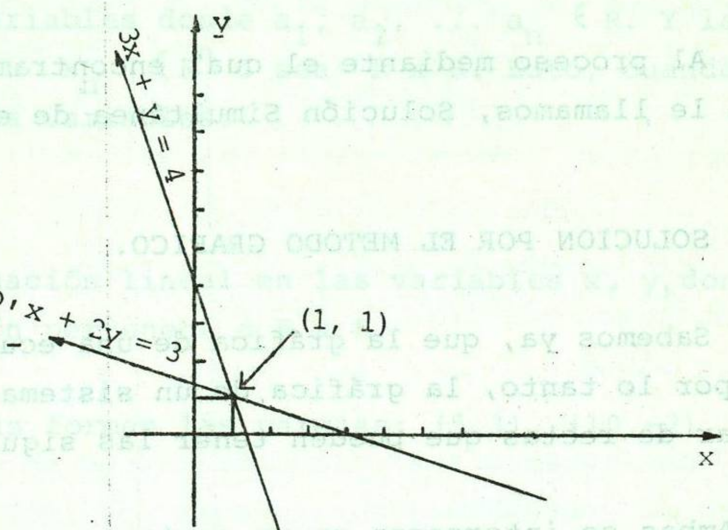
Tablas de valores.

$3x + y = 4$

x	y
-2	10
0	4
3	-5

$x + 2y = 3$

x	y
-2	5/2
0	3/2
3	0



Su $\cap$ = (1,1) por lo tanto, es la solución al sistema.

Cuando esto sucede, las ecuaciones se llaman CONSISTENTES.

2.- En el sistema: $x - 3y = 1$
$3x - 9y = 3$

Tenemos que:
Sus gráficas son rectas que se intersecan en todos sus puntos.
Según se ilustra.

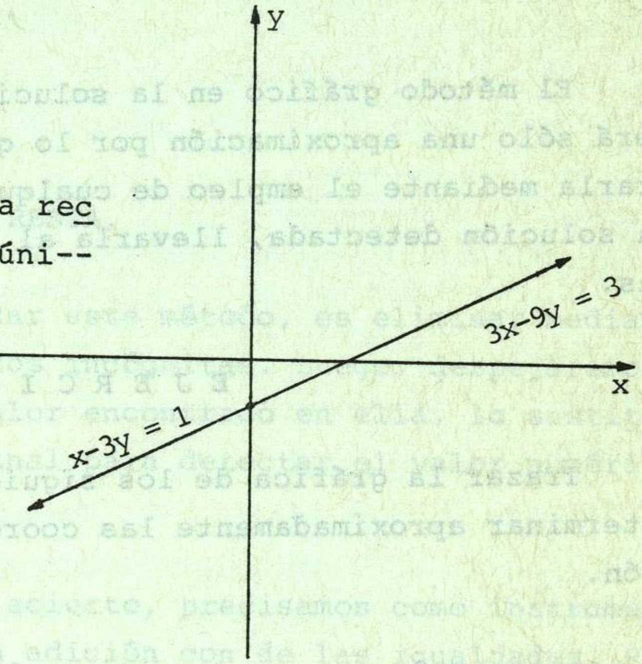
TABLA DE VALORES

$x - 3y = 1$

x	y
-2	-1
0	- 1/3
3	2/3

$3x - 9y = 3$

x	y
-2	-1
0	-.1/3
3	2/3



Su $\cap$ = a todos los puntos de la recta y su solución no es única.

Cuando esto acontece las ecuaciones son EQUIVALENTES.

3.- En el sistema: $x - 2y = 4$
$2x - 4y = 6$

Tenemos que:
Sus gráficas son rectas paralelas cuya intersección es conjunto vacío por carecer de puntos en común.

TABLAS DE VALORES

$x - 2y = 4$

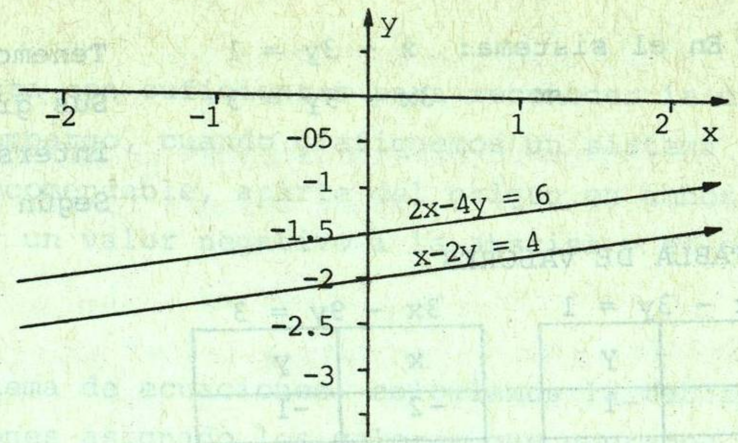
x	y
-2	-3
0	-2
2	-1

$2x - 4y = 6$

x	y
-2	-2.5
0	-1.5
2	-0.5

Su $\bigcap = \emptyset$

Por lo que no tiene solución y la representamos mediante $\emptyset$ a este tipo de ecuaciones le llamamos: INCONSISTENTES.



El método gráfico en la solución de un sistema de ecuaciones será sólo una aproximación por lo que, lo más recomendable es encontrarla mediante el empleo de cualquier método algebraico y luego, la solución detectada, llevarla al plano de coordenadas cartesianas.

E J E R C I C I O 3 - 1

Trazar la gráfica de los siguientes sistemas de ecuaciones, y determinar aproximadamente las coordenadas del punto de intersección.

1) $x + y = 9$
   $x - y = 1$

2) $x + 3y = 18$
   $5x - 4y = -1$

3) $x + 3y = -11$
   $3x - 4y = 6$

4) $x + 2y = 7$
   $5x - 3y = 17$

5) $y + 7x = 14$
   $y - 2x = -4$

6) $2x - 3y = -4$
   $5x + 2y = -29$

7) $2x + 5y = 31$
   $7x - y = -21$

8) $9x + 4y = -31$
   $5x + 4y = -19$

9) $3x + 2y = 5$
   $x - 3y = -10$

10) $4x + 8y = 4$
    $7x - 6y = -8$

3.- SOLUCION POR METODOS ALGEBRAICOS.

Al proceso algebraico mediante el cual buscamos la solución de un sistema le llamamos solución simultánea de ecuaciones.

En este curso veremos:

Solución simultánea por suma ó resta, por sustitución y por igualación.

A) SOLUCION SIMULTANEA POR SUMA O RESTA.

El objetivo inicial al utilizar este método, es eliminar mediante la suma algebraica una de las dos incógnitas. Luego, despejaremos para la incógnita restante y el valor encontrado en ella, lo sustituiremos en cualquier ecuación original para detectar el valor numérico de la segunda incógnita.

Para aplicar este método con acierto, precisamos como instrumentos tanto de las propiedades de la adición con de las igualdades. Recordemos que dos términos semejantes se eliminan cuando poseen el mismo coeficiente y diferentes signos, en tanto que, si los dos miembros de una igualdad los multiplicamos o dividimos por la misma cantidad, la igualdad seguirá siendo cierta.

Ejemplo:

La suma de dos números es 3, si al triple del primer número le restamos el doble del segundo, su diferencia será 14. ¿Cuáles serán dichos números?

$x + y = 3$ (La suma de dos números es 3)

$3x - 2y = 14$ (La diferencia del triple del primero con el doble del segundo es 14).

De donde lo planteado nos da un sistema de ecuaciones lineales que es: