$$\begin{array}{lrcrcr}
1) & x & + & y & = & 3 \\
2) & 3x & - & 2y & = & 14 \\
3) & 2x & + & 2y & = & 6 \\
2) & \underline{3x} & \underline{-} & \underline{2y} & \underline{=} & \underline{14}
\end{array}$$

Observamos que si multiplicamos la -- primera ecuación por el factor 2 po-- dremos igualar los coeficientes de la segunda incógnita y como sus signos - son distintos, al sumar término a término cada ecuación, fácilmente eliminaremos una incógnita.

$$4)\quad 5x = 20$$

Despejando para "x".

$$x = \frac{20}{5}$$

$$\boxed{x = 4}$$

Encontramos su valor.

$$(4) + y = 3$$

$$y = 3 - 4$$

$$\boxed{y = -1}$$

Sustituyendo el valor de "x" en la -- primera ecuación, despejando para "y". Encontramos su valor

$$3(4) - 2(-1) = 14$$

$$12 + 2 = 14$$

Comprobación: Sustituyendo en la segunda ecuación - por sus valores, verificamos que la - solución es la pareja ordenada (4,-1).

En este método, para eliminar una de las dos incógnitas podemos encontrarnos, entre otros, con los siguientes casos:

$$\begin{array}{lrcrcr}
a)\ 1) & 3x & + & y & = & 7 \\
2) & 5x & - & y & = & 9 \\
 & 8x & & & = & 16
\end{array}$$

$$x = \frac{16}{8}$$

Cuando una de las 2 incógnitas poseen en ambas ecuaciones signos distintos y coeficientes iguales. En cuyo caso, la suma algebraica se realiza directamente.

Despejando para "x".

$$\boxed{x = 2}$$

Encontramos su valor.

$$3(2) + y = 7$$

$$6 + y = 7$$

Sustituyendo en la primera ecuación - por el valor encontrado para "x".

$$y = 7 - 6$$

Despejando para "y".

$$\boxed{y = 1}$$

Encontramos su valor.

$$5(2) - (1) = 9$$

$$10 - 1 = 9$$

Comprobación:

Sustituyendo en la segunda ecuación con los valores encontrados deci-- mos que la pareja solución es ---- (2,1).

$$\begin{array}{lrcrcr}
b)\ 1) & 5x & - & 2y & = & 4 \\
2) & \underline{4x} & \underline{-} & \underline{2y} & \underline{=} & \underline{2}
\end{array}$$

Cuando una de las dos incógnitas - poseen signos y coeficientes iguales, en cuyo caso, una de las dos ecuaciones la multiplicamos por -- (-1).

$$\begin{array}{lrcrcr}
1) & 5x & - & 2y & = & 4 \\
3) & \underline{-4x} & \underline{+} & \underline{2y} & \underline{=} & \underline{-2} \\
4) & \boxed{x = 2}
\end{array}$$

Para efectuar luego la eliminación vía la suma o resta.

Encontrando en este ejemplo, directamente el valor de "x".

$$(5)(2) - 2y = 4$$

$$10 - 2y = 4$$

$$-2y = -6$$

$$y = \frac{-6}{-2}$$

$$\boxed{y = 3}$$

Sustituyendo en la primera el va-- lor de "x".

Despejando para "y".

$$4(2) - 2(3) = 2$$

$$8 - 6 = 2$$

Comprobación:

Sustituyendo en la segunda ecuación los valores para concluir que la pareja solución es (2,3).

$$\begin{array}{lrcrcr}
c)\ 1) & 3x & + & 5y & = & 22 \\
2) & 2x & - & 3y & = & 2
\end{array}$$

Cuando una de las incógnitas poseen signos y coeficientes distintos.

En cuyo caso, se igualan coeficientes de la incógnita a eliminar.

$$\begin{array}{lrcrcr}
3) & 9x & + & 15y & = & 66 \\
4) & \underline{10x} & \underline{-} & \underline{15y} & \underline{=} & \underline{10} \\
 & 19x & & & = & 76
\end{array}$$

Multiplicando la primera ecuación - por (3).

Multiplicando la segunda ecuación - por (5).

Eliminando una incógnita.

$x = \frac{76}{19}$ — Despejando para "x".

$\boxed{x = 4}$

$9(4) + 15y = 66$ — Sustituyendo "x" por su valor encontrado.

$36 + 15y = 66$ — Despejando para "y".

$15y = 30$

$y = \frac{30}{15}$

$\boxed{y = 2}$

Comprobación:

$10(4) - 15(2) = 10$ — Sustituyendo en la segunda ecuación.

$40 - 30 = 10$ — La validez de la pareja (4,2).

RESUMIENDO:

Diremos que la solución de un sistema de ecuaciones simultáneamente por el método de suma y resta requiere por lo menos de los siguientes pasos.

PRIMERO: Selección de la incógnita a eliminar.

SEGUNDO: Igualación de coeficientes cuidando a la vez que tengan signos contrarios los términos a eliminar.

TERCERO: Sumar algebraicamente término a término los dos miembros de ambas ecuaciones.

CUARTO: Despejar para encontrar el valor numérico de la incógnita que no se eliminó.

QUINTO: Sustituir en una de las ecuaciones originales el valor numérico de la incógnita encontrada para detectar su homólogo en la segunda variable.

SEXTO: Comprobar en la segunda ecuación original en base a los valores numéricos obtenidos para las incógnitas presentadas.

E J E R C I C I O 3 - 2

Aplicando el método de eliminación por suma o resta, resuelve los siguientes sistemas lineales de ecuaciones:

1) $\begin{aligned} x + y &= 8 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$

2) $\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ 3x - 3y &= 3 \end{aligned}$

3) $\begin{aligned} 4x + 6y &= -10 \\ 4x - 3y &= -1 \end{aligned}$

4) $\begin{aligned} 4x - 6y &= 8 \\ -2x - 2y &= -14 \end{aligned}$

5) $\begin{aligned} x - 7y &= -33 \\ x + 8y &= 42 \end{aligned}$

6) $\begin{aligned} x - 3y &= -1 \\ x + 4y &= 6 \end{aligned}$

7) $\begin{aligned} 4x + 7y &= 26 \\ -2x + 5y &= 2 \end{aligned}$

8) $\begin{aligned} -4x + 9y &= -59 \\ 2x + 5y &= 1 \end{aligned}$

9) $\begin{aligned} 2x + 9y &= 11 \\ 4x - 3y &= 1 \end{aligned}$

10) $\begin{aligned} 2x - 3y &= 2 \\ 8x + 6y &= 44 \end{aligned}$

11) $\begin{aligned} 3x + 4y &= -2 \\ 2x + 3y &= -1 \end{aligned}$

12) $\begin{aligned} 3x + y &= 6 \\ 4x + y &= 15 \end{aligned}$

13) $\begin{aligned} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} &= 9 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} &= -1 \end{aligned}$

14) $\begin{aligned} \frac{5}{x} - \frac{8}{y} &= 12 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} &= 14 \end{aligned}$

15) $\begin{aligned} \frac{2}{x} - \frac{4}{y} &= 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} &= 2 \end{aligned}$

16) $\begin{aligned} \frac{4}{x} + \frac{6}{y} &= 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} &= 4 \end{aligned}$

B) SOLUCION SIMULTANEA POR SUSTITUCION.

Aquí nuestro objetivo primario es encontrar en cualquiera de las dos ecuaciones el valor de una incógnita en términos de la --- otra. Luego, en la ecuación que dejamos libre, sustituiremos la incógnita de la cual ya tenemos su valor, para, posteriormente, mediante operaciones que nos conducen al despeje de incógnitas en -- ecuaciones, encontrar el valor numérico de una variable.

Por último, hacemos la sustitución numérica de la incógnita -- descubierta en la ecuación que nos sirvió de punto de partida llegando a encontrar el valor de la otra incógnita.

EJEMPLO:

La suma de dos números es 9 y su diferencia es 1. ¿Cuáles son dichos números?

Solución:

1) $x + y = 9$	(La suma de dos números es 9).
2) $x - y = 1$	(Su diferencia es 1).
1) $x + y = 9$ 3) $x = 9 - y$	Tomamos la primera ecuación para encontrar el valor de "x" en términos de "y".
2) $x - y = 1$ $(9 - y) - y = 1$	En la segunda ecuación sustituimos el - valor encontrado de "x".
$9 - 2y = 1$	Quitando paréntesis y agrupando términos semejantes.
$-2y = 1 - 9$	Despejando para "y".
$\boxed{y = 4}$	Dividiendo ambos miembros entre (-2).
3) $x = 9 - y$ $x = 9 - (4)$ $\boxed{x = 5}$	Sustituyendo "y" por valor numérico tendremos el valor de "x".

2) $(5) - (4) = 1$	Comprobación: Sustituyendo ambas incógnitas en la segunda ecuación podemos afirmar -- que la pareja solución es (5, 4).

Otro Caso:

1) $2x + 4y = 2$	
2) $x - y = 4$	Presentación.
3) $x = 4 + y$	Despejando para "x" en términos "y".
4) $2(4 + y) + 4y = 2$	Sustituyendo en la otra ecuación el valor "x".
$8 + 6y = 2$	Quitando paréntesis y agrupando términos semejantes.
$6y = -6$	Despejando para 6y.
$\boxed{y = -1}$	Despejando para "y".
3) $x = 4 + (-1)$	Sustituyendo "y" por su valor numérico.
$\boxed{x = 3}$	Despejando para "x".
	Comprobación:
1) $2(3) + 4(-1) = 2$ $6 - 4 = 2$	Sustituyendo en la primera ecuación las incógnitas por sus valores numéricos nos damos cuenta que el con-- junto solución es (3, 1).

RESUMIENDO:

Los pasos mínimos que exige la solución simultánea por sustitución de un sistema de ecuaciones lineales, son:

PRIMERO: Despejar en una de las ecuaciones propuestas el valor de una incógnita en términos de la otra.

SEGUNDO: Sustituir en la otra ecuación la incógnita por su valor - detectado.

TERCERO: Despejar, hasta encontrar el valor numérico de la incógnita que nos quedó.

CUARTO: Sustituir el valor numérico de la incógnita detectada, a partir de la ecuación que nos dió el valor de una incógnita en términos de la otra.

QUINTO: Comprobar los valores numéricos de la pareja en cualquiera de las ecuaciones originales.

E J E R C I C I O 3 - 3

Resuelve cada sistema para $\underline{x}$ y $\underline{y}$ por el método de sustitución y verifica sus resultados.

1) $\begin{aligned} 3x + 7y &= 19 \\ -x + 7y &= 31 \end{aligned}$ 2) $\begin{aligned} 2x + 9y &= 11 \\ 4x - 3y &= 1 \end{aligned}$

3) $\begin{aligned} 2x - 7y &= 17 \\ 4x - 5y &= 25 \end{aligned}$ 4) $\begin{aligned} 15x + 3y &= 2 \\ 10x + 2y &= 3 \end{aligned}$

5) $\begin{aligned} 4x - 3y &= 5 \\ 3x - 2y &= 3 \end{aligned}$ 6) $\begin{aligned} 2x - 3y &= -4 \\ 5x + 2y &= -29 \end{aligned}$

7) $\begin{aligned} 3x - 11y &= 47 \\ 2x + 4y &= -14 \end{aligned}$ 8) $\begin{aligned} 7x - 9y &= 66 \\ 8x + 5y &= -1 \end{aligned}$

9) $\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ x - 4y &= -5 \end{aligned}$ 10) $\begin{aligned} 5x - y &= 19 \\ x + 3y &= 7 \end{aligned}$

11) $\begin{aligned} 14x + 9y &= 37 \\ 11x - 8y &= 14 \end{aligned}$ 12) $\begin{aligned} -6x + 5y &= 1 \\ -11x + 9y &= 1 \end{aligned}$

C) SOLUCION SIMULTANEA POR IGUALACION.

Nuestro objetivo en este método, es encontrar en las dos ecuaciones dadas el valor de una de las variables en términos de la otra. -- Luego igualaremos los valores obtenidos para así eliminar una variable, posteriormente, mediante el despeje de incógnitas en ecuaciones, encontrar el valor numérico de una de estas. Por último mediante la sustitución numérica de la incógnita en cualquiera de los valores que se igualaron, encontrar el valor de la otra variable.

Ejemplo:

La diferencia entre el doble de un número y otro es 4 y la diferencia del triple de uno, con el triple del segundo es 3, ¿Cuáles serán dichos números?

1) $2x - y = 4$ (Diferencia del doble de un número con otro)

$3x - 3y = 3$ (Diferencia de los triples de ambos números)

$2x - y = 4$ Tomamos primera ecuación para encontrar el valor de "x".

$\boxed{x = \frac{4 + y}{2}}$

$3x - 3y = 3$ Usando la segunda ecuación para encontrar el valor de "x".

$\boxed{x = \frac{3 + 3y}{3}}$

$\frac{4 + y}{2} = \frac{3 + 3y}{3}$ Igualando valores obtenidos.

$12 + 3y = 6 + 6y$ Eliminando denominadores.

$\boxed{y = 2}$ Depejando para "y".