

ANTILOGARITMOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Partes proporcionales (P. P.)								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	7
0.57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	4	5	5	6	7
0.60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	8
0.62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	12
0.79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	14
0.85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	13	15
0.88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8					



## RADICACION

Sólo podemos extraer raíz cuadrada de los números positivos.

$$\sqrt{16} = 4 \quad \checkmark -16 = ?$$

Indeterminada por pertenecer a los números imaginarios.)

**TUO:** La suma y la multiplicación tienen las mismas propiedades que los números naturales.

## NUMEROS RACIONALES (FRACCIONES)

son el cociente de dos números enteros.

**numerador** (partes tomadas de una unidad)

**denominador** (partes en que se divide la unidad)

## SUMA

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$$

## RESTA

$$\frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8}$$

## MULTIPLICACION

Los multiplican numerador por numerador, y denominador por denominador:

$$\frac{4}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{18}$$

## DIVISION

El dividendo se multiplica por el menor del divisor:

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{4} \quad 6 \quad \frac{5}{8} \quad \frac{2}{3} = \frac{15}{16}$$

## POTENCIACION

$$(\frac{3}{4})^3 = (\frac{3}{4})(\frac{3}{4}) = \frac{9}{16}$$

## RADICACION

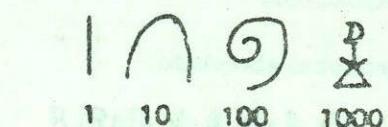
$$\sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

## SISTEMAS DE NUMERACION

### I ANTIGUOS

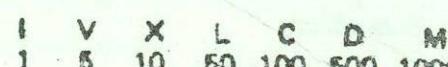
#### EGIPC

Los valores de sus símbolos se suman aunque no estén ordenados (principio aditivo).



#### ROMANO

Sólo se puede repetir el mismo símbolo tres veces.



#### Principio aditivo

Todos los números escritos a la derecha de otro suman su valor:

$$LXV = 50 + 10 + 5 = 65$$

#### Principio sustractivo

Un número de menor valor a la izquierda de otro mayor se resta:

$$XC = 100 - 10 = 90$$

## PROPIADES MULITPLICATIVAS

Una ecuación lineal horizontal es el valor de una posición, entre un número índice multiplicativo usan 10 símbolos llamados dígitos por 1000:  $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ .

$$10 = 1000 \times 1000 = 1000,000$$

#### MAYA

Es un sistema posicional de base 20. Se emplean 3 símbolos:  $10^0, 10^1, 10^2$

0	1	8
9	10	17
11	12	18
13	14	19
15	16	20
17	18	1
19	20	2
21	22	3
23	24	4
25	26	5
27	28	6
29	30	7
31	32	8
33	34	9
35	36	10
37	38	11
39	40	12
41	42	13
43	44	14
45	46	15
47	48	16
49	50	17
51	52	18
53	54	19
55	56	20
57	58	1
59	60	2
61	62	3
63	64	4
65	66	5
67	68	6
69	70	7

Cada posición se la llama orden. Tres dígitos forman una clase, y dos clases dan lugar a un periodo.

Unidades, decena, centena, etc.

Centena, decena, o centena de millar, de millón, etcéteras.

Periodo, unidades, millones, billones, etcétera.

Se escriben de abajo hacia arriba y suman los valores de cada posición.

#### II MODERNOS

#### Binario (base 2).

Emplea las potencias de dos, cada lograr esta clasificación, la Críbela de Eratóstenes nos muestra el camino: sólo se usan dos símbolos: 0 y 1.

$$\dots 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, \\ 32 \quad 16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1$$

$$1 = 1 \\ 10 = 2 \\ 11 = 3 \\ 100 = 4 \\ 101 = 5 \\ \dots \\ 32 \\ 33 \\ 34 \\ 35 \\ 36 \\ 37 \\ 38 \\ 39 \\ 40 \\ 41 \\ 42 \\ 43 \\ 44 \\ 45 \\ 46 \\ 47 \\ 48 \\ 49 \\ 50 \\ 51 \\ 52 \\ 53 \\ 54 \\ 55 \\ 56 \\ 57 \\ 58 \\ 59 \\ 60 \\ 61 \\ 62 \\ 63 \\ 64 \\ 65 \\ 66 \\ 67 \\ 68 \\ 69 \\ 70$$

Para convertir de base 10 a binario usamos divisiones sucesivas tomando los residuos.

23	11	5	2	1
2	11	2	1	
2	5	1	1	
2	2	1	1	
0	0	1	1	0

$$48_{10} = 101110_2$$

Número Unitario. Está representado por el 1 y recibe este nombre por tener un solo divisor: él mismo.

Números Primos. Son aquellos que tienen dos divisores: Ellos mismos y la unidad.

El número 2 es el primer número primo y el primer número par.

Números Compuestos. Son los que tienen más de dos divisores.

## FACTORIZACION

Factorizar es descomponer un número en el producto de sus factores.

$$12 = 1 \times 12, 2 \times 6, 3 \times 4$$

$$20 = 1 \times 20, 2 \times 10, 4 \times 5$$

Toda cantidad es susceptible de factorizar. La factorización única la conseguimos si descomponemos un número en sus factores primos.

Para descomponer un número en sus factores primos analizaremos si es divisible entre 2, 3, 5, 7, ..., en este orden.

64	2	81	3
32	2	27	3
16	2	9	3
8	2	3	3
4	2	1	0
2	2	1	0
1	1	1	0

## DIVISIBILIDAD 20M

Un número es divisible entre otro cuando el residuo es igual a cero.

### CARACTERES DE LA DIVISIBILIDAD

Un entero es divisible entre:

2 si termina en cero, o en cifra par: 10, 20, 32, 108, ...

3 si la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 3: 3, 6, 9, 27, 72, ...

4 si termina en cero, o sus dos últimas cifras son múltiplo de 4: 200, 316, 244, ...

5 si termina en 0 o en 5: 300, 105, ...

6 si al mismo tiempo es divisible y + 3.

7 si descomponemos un número en grupos de tres cifras, la diferencia entre la suma del grupo par, y la grupo impar es múltiplo de 7.

8 si termina en tres ceros, o con cifras que constituyen un número múltiplo de 8.

9 si la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 9.

10 si termina en 0, o en 10.

11 si la diferencia entre la suma de sus cifras de orden par y las de orden impar, contadas de derecha a izquierda, es cero, o múltiplo de 11.

15 si es divisible + 3 y + 5.

25 si sus dos últimas cifras son cero o múltiplos de 25: 25, 50, 75, ...

125 si terminan en tres ceros, o tres cifras que constituyan un múltiplo de 125.

MAXIMO COMUN DIVISOR, METODOS PARA HALLARLO

1. Por la intersección del conjunto de divisores:

M.C.D. de 24 y 40  
Divisores de 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}  
Divisores de 40 = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}

D, o D<sub>ab</sub> = {8}

M.C.D. de 24 y 40 = 8

2. Por descomposición en factores primos:

Se descomponen las cantidades en sus factores primos:

800 = 2<sup>5</sup> × 5<sup>2</sup> = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 5 × 5

450 = 2<sup>2</sup> × 3<sup>2</sup> = 2 × 2 × 3 × 3

225 = 3<sup>2</sup> × 5<sup>2</sup> = 3 × 3 × 5 × 5

75 = 3 × 5<sup>2</sup> = 3 × 5 × 5

25 = 5<sup>2</sup> = 5 × 5

5 = 5

1 = 1

toman todos los factores primos forma exponencial:

$$\begin{aligned} O &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \\ O &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \\ O &= 2^2 \times 3 \times 5^2 \end{aligned}$$

toman todos los factores comunes en su menor exponente:

$$\begin{aligned} M.C.D. &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ &= 4 \times 3 \times 5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

### MÍNIMO COMÚN MULTIPLO

### MÉTODOS PARA HALLARLO

Por la intersección del conjunto de múltiplos:

determinan los múltiplos de los números hasta una cantidad igual.

m.c.m. de 20, 40, y 80

Múltiplos de 20  
0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160,  
180, 200, ...)

Múltiplos de 40  
0, 40, 80, 120, 160, 200, ...)

Múltiplos de 80  
0, 80, 120, 160, 240, ...)

Se toma el menor múltiplo común, sin contar el cero)

m.c.m. de 20, 40 y 80 = 120.

Por descomposición en factores primos:

m.c.m. de 80, 80 y 120

se descomponen el mismo tiempo en factores primos, y se multiplican entre sí.

60	80	120	2
30	40	60	2
15	20	30	2
5	10	15	2
	6	5	3
	1	1	15

$$\begin{aligned} m.c.m. &= 2^4 \times 3 \times 5 \\ &= 16 \times 3 \times 5 \\ &= 48 \times 5 \\ &= 240 \end{aligned}$$

### RAZONES Y PROPORCIONES

#### RAZON

Es la comparación de dos cantidades:

$$\frac{4}{8} \quad 4:8 \text{ se lee } 4 \text{ es a } 8$$

En donde:

4 es el antecedente y 8, el consecuente

#### PROPORCIÓN

Es la igualdad de dos razones:

$$\frac{4}{8} = \frac{12}{24} \quad 4:8 :: 12:24$$

Se lee 4 es a 8, por lo tanto 12 es a 24  
4 y 24 son extremos  
8 y 12 son los medios

### PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

"EL PRODUCTO DE LOS EXTREMOS ES SIEMPRE IGUAL AL PRODUCTO DE LOS MEDIOS"

$$E \times E = M \times M$$

Si desconocemos un extremo, o un medio, aplicamos las siguientes fórmulas para calcularlos:

$$E = \frac{M \times M}{E} \quad M = \frac{E \times E}{M}$$

Cada uno de los términos de una proporción se llama: cuarta proporcional.

Cuando se desconocen los dos extremos, o los dos medios, se llaman: **Medios proporcionales** y los calculamos:

$$M = \sqrt{E \times E} \quad E = \sqrt{M \times M}$$

### TANTO POR CIENTO

Es una razón de partes a 100:

10 centavos de cada 100 representan impuestos. Esta proposición puede representarse en tres formas:

$$\frac{10}{100}, 0.10, 6\%.$$

Para calcular un porcentaje aplicamos la fórmula:

$$p = \frac{c \times \%}{100}$$

También es posible obtenerlo si se multiplica la cantidad por la fracción decimal de 0/0:

$$\text{El } 25\% \text{ de } 280 = 280 \times .25 = 72.50$$

$$\text{El } 400\% \text{ de } 750 = 750 \times 4 = 3000$$

Para determinar interés, capital, etc., a tiempo.

$$I = \frac{c \times \% \times t}{100} \quad C = \frac{I \times 100}{\% \times t}$$

$$\% = \frac{I \times 100}{c \times t} \quad T = \frac{I \times 100}{c \times \%}$$

En donde:

I = Interés

C = Capital

T = Tiempo

\% = Tanto por ciento

## 2.- ALGEBRA GENERAL.

### MONOMIOS Y POLINOMIOS

Lenguaje algebraico emplea letras minúsculas del alfabeto para generar conceptos, fórmulas, etcétera.

Expresión algebraica. Aquella en la que se combinan números, literales y signos.

### ELEMENTOS QUE FORMAN UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

La base o literal: representada por una letra minúscula.

El exponente.

El coeficiente: representado por un número. (Cuando es igual a 1 no se escribe.)

También es posible obtenerlo si se multiplica la cantidad por la fracción decimal de 0/0:  
coeficiente = 5  $x^2$  = exponente  
base o literal

Si se tiene una expresión algebraica en la que únicamente existe la operación de multiplicación se la llama término.

Ejemplo:  $axy, 2a^2, 5ax$ , etcétera.

### CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES

MONOMIOS: un término

Ejemplos:  $ax^2, 4a, 6a^2b$

POLINOMIOS:

BINOMIOS: dos términos.

Ejemplos:  $a + b, 2a^2 - 7a, a - b$

TRINOMIOS: tres términos

Ejemplos:  $a + b + c, 6x^2 + zbc - 2m^3$

Para saber el grado de un monomio se suman los exponentes de las variables y el resultado será el grado al que pertenezcan.

Ejemplos:

$4abc$  es de tercer grado

$x$  es de primer grado

$-3xy^2$  es de tercer grado

$5$  es de grado cero

Para encontrar el grado de un polinomio se analizará cada término por separado, y el más alto grado que alcance uno de los términos será el grado que le corresponda al polinomio.

Ejemplo:

$2ax^3 + a^2x + 5ax + 6$  → Polinomio de cuarto grado

Los polinomios pueden ordenarse en forma ascendente, o descendente con respecto a una de sus literales.

Ejemplo:

$$a^2 + 7a + 6a^3 - 3$$

ascendente  $-3 + 7a + a^2 + 6a^3$

descendente  $6a^3 + a^2 + 7a - 3$

Para calcular el valor numérico de un polinomio, se sustituye el valor de la variable dentro del polinomio.

Ejemplo:

$$3x^2 - 2x + 8 \quad Si x = 4$$

$$= 3(4)^2 - 2(4) + 8$$

$$= 3(16) - 2(4) + 8$$

$$48 - 8 + 8 = 48$$

### TERMINOS SEMEJANTES

Serán aquellos que coincidan en literales y exponentes; difieren solamente en signos y coeficientes.

Ejemplo:

$$5a^2x \text{ es semejante a: } -3a^2x$$

$$-8xyz^2 \text{ es semejante a: } -xyz^2$$

### LEYES DE LOS EXPONENTES

$$(a^3)(a) = a^{3+1} = a^4$$

$$(a^x)^n = a^{xn} \quad (b^2)^3 = b^{2 \times 3} = b^6$$

$$(opq)^2 = o^2 p^2 q^2 \quad (abc)^2 = a^2 b^2 c^2$$

$$\frac{b^2}{b} = b^{2-1} = \frac{ba^3}{a^2} = a^{2-2} = a^0$$

$$a^3 = a^{3-3} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

### LEYES DE LOS SIGNOS

#### PARA LA SUMA

$$(+ ) + (+ ) = +$$

$$(- ) + (- ) = -$$

$$(+ ) + (- ) = \text{(El resultado lleva el signo del sumando de mayor valor absoluto.)}$$

#### PARA LA MULTIPLICACIÓN

$$(+ )(+) = +$$

$$(- )(- ) = +$$

$$(- )(+) = -$$

$$(+ )(- ) = -$$

### REDUCCIÓN DE TERMINOS SEMEJANTES

Sólomente se hacen operaciones los coeficientes; los literales y exponentes no se modifican.

Ejemplos:

$$2ab + 5ab = (2 + 5)ab = 7ab$$

$$3x^2y - 7x^2y = (3 - 7)x^2y = -4x^2y$$

$$-5a^2b - 3a^2b = (-5 - 3)a^2b = -8a^2b$$



