EJERCICIO Nº21

EJEMPLO Nº1 Encuentre los extremos locales de $F(X)=X^3-6X^2+9X+1$.

Describa los intervalos en los cuales F es creciente o decreciente.

SOLUCION:

$F(X)=X^3-6X^2+9X+1$

$F'(X)=3X^2-12X+9$

$F'(X)=0$

$0=3X^2-12X+9=3(X^2-4X+3)$

$0=3(X-3)(X-1)$

$\left.\begin{array}{l}X=3\\X=1\end{array}\right\}$ NUMEROS CRITICOS

$F'(X)$ Siempre existe para todos los valores de x.

$F(X)=X^3-6X^2+9X+1$

$F(1)=5$ MAXIMO RELATIVO

$F(3)=1$ MINIMO RELATIVO

INTERVALO	F'(X)	FUNCION
$(-\infty,+1)$	+	CRECIENTE $(-\infty,1]$
$(1,3)$	−	DECRECIENTE $[1,3]$
$(3,\infty)$	+	CRECIENTE $[3,\infty)$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicios del 1 al 10 encuentre los extremos locales de F, describa los intervalos en los cuales F es creciente o decreciente.

Nº1 $F(X)=5-7X-4X^2$ Nº2 $F(X)=X^3-X^2-40X+8$ Nº3 $F(X)=X^4-8X^2+1$

Nº4 $F(X)=X^{4/3}+4X^{1/3}$ Nº5 $F(X)=X^{2/3}(8-X)$ Nº6 $F(X)=X^2\sqrt[3]{X^2-4}$

Nº7 $F(X)=10X^3(X-1)^2$ Nº8 $F(X)=X^3-3X^2+3X+7$

Nº9 $F(X)=4X^3-3X^4$ Nº10 $F(X)=X\sqrt{4-X^2}$

SOLUCION:

Nº1 MAX=F(-7/8)=129/16, CRECIENTE EN $(-\infty,-7/8]$, DECRECIENTE EN $[-7/8,\infty)$

Nº2 MAX=F(-3.33)=93.19, MIN=F(4)=-104, CRECIENTE$(-\infty,-3.33]$ Y $[4,\infty)$ Y DECRECIENTE EN $[-3.33, 4]$

Nº3 MAX=F(0)=1, MIN=F(±2)=-15; CRECIENTE EN $[-2,0]$ Y $[2,\infty)$ Y DECRECIENTE EN $(-\infty,-2)$ Y $[0,2]$

Nº4 MIN=F(-1)=-3; CRECIENTE $[-1,\infty)$; DECRECIENTE EN $(-\infty,-1]$

Nº5 MAX=F(16/5)=10.41, MIN=F(0)=0; CRECIENTE $[0,16/5]$ Y DECRECIENTE $(-\infty,0]$ Y $[16/5,\infty)$

Nº6 MAX=F(0)=0, MIN=F($\pm\sqrt{3}$)=-3; CRECIENTE $[-\sqrt{3},0]$ Y $[\sqrt{3},\infty)$ Y DECRECIENTE EN $(-\infty,-\sqrt{3}]$ Y $[0,\sqrt{3}]$

Nº7 MAX=F(3/5)=0.346, MIN=F(1)=0; CRECIENTE $(-\infty,3/5]$ Y $[1,\infty)$ Y DECRECIENTE EN $[3/5,1]$

Nº8 MAX=F(1)=8, CRECIENTE EN $(-\infty,\infty)$

Nº9 MAX=F(1)=1, CRECIENTE EN $(-\infty,1]$, DECRECIENTE EN $[1,\infty)$

Nº10 MAX=F(-2)=0, MIN=F($-\sqrt{2}$)=-2, MAX=F($\sqrt{2}$)=2, MIN=F(2)=0, CRECIENTE EN $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$; DECRECIENTE $[-2,-\sqrt{2}]$ Y $[\sqrt{2},2]$

EJERCICIO Nº 22

EJEMPLO No. 1 Sea $f(x)=x^5-5x^3$. Use el criterio de la segunda derivada para encontrar los extremos locales de f. Discuta la concavidad, encuentre los puntos de inflexión y dibuje la grafica de f.

SOLUCION:

$f(x)=x^5-5x^3$

$f'(x)=5x^4-15x^2=5x^2(x^2-3)$

$f''(x)=20x^3-30x=10x(2x^2-3)$

La formula para f'(x) nos muestra que los números criticos son, 0, $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$.

los valores de f'' en estos números son:

$f''(-\sqrt{3})=-30\sqrt{3}<0$

$f''(0)=0$

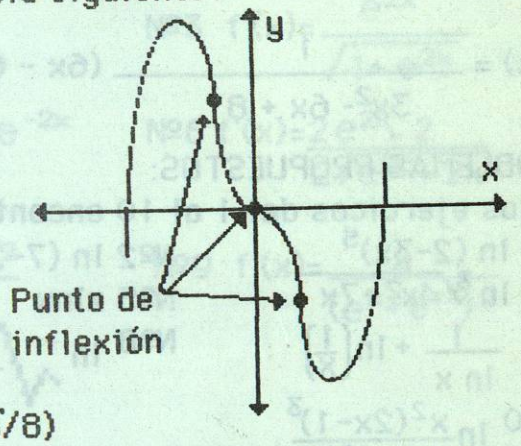
$f''(\sqrt{3})=10\sqrt{3}(6-3)=30\sqrt{3}>0$

Usando el criterio de la segunda derivada vemos que f tiene un minimo local en $\sqrt{3}$ un máximo local en $-\sqrt{3}$ dados por $f(\sqrt{3})=-6/\sqrt{3}$ Y $f(-\sqrt{3})=6/\sqrt{3}$ respectivamente.

Como $f''(0)=0$, el criterio de la segunda derivada no puede aplicarse en 0 y por ello nos vemos obligados a usar la primera derivada. Si $-\sqrt{3}<x<0$ entonces $f'(x)<0$ Y SI $0<x<\sqrt{3}$ entonces $f'(x)<0$. Como f'(x) no cambia de signo cuando x rebasa a cero, entonces no puede haber ni un mínimo ni un máximo en X=0

Para encintrar los puntos de inflexión resolvemos la ecuación $f''(x)=0$, es decir, $10x(2x^2-3)=0$. Las soluciones, odenadas de acuerdo a su magnitud, son $-\sqrt{6}/2$, 0 Y $\sqrt{6}/2$ con esto construimos la tabla siguiente:

Intervalo	f''(x)	Concavidad
$(-\infty,-\sqrt{6}/2)$	−	Hacia abajo
$(-\sqrt{6}/2,0)$	+	Hacia arriba
$(0,\sqrt{6}/2)$	−	Hacia abajo
$(\sqrt{6}/2,\infty)$	+	Hacia arriba



Como el signo de f''(x) cambia cuando x aumenta y rebasa cada uno de los números $-\sqrt{6}/2$, o y $\sqrt{6}/2$, los puntos (0,0), $(-\sqrt{6}/2, 21\sqrt{6}/8)$ y $(\sqrt{6}/2,-21\sqrt{6}/8)$ son puntos de inflexión. Dibujamos la grafica, donde hemos usado escalas diferentes en cada eje para lograr mayor claridad.

Problemas propuestos:

En los ejercicios del 1 al 8 aplique el criterio de la segunda derivada (siempre y -- cuando sea posible) para encontrar los extremos locales de f. discuta la concavidad, encuentre las abcsisas de los puntos de inflexión:

№1 $f(x) = 3x^4-4x^3+6$ №2 $f(x) = 8x^2-2x^4$ №3 $f(x) = 2x^6-6x^4$

№4 $f(x) = 3x^5-5x^3$ №5 $f(x) = x^2 - \frac{27}{x^2}$ №6 $f(x) = x^{2/3}(1-x)$

№7 $f(x)= \frac{x^2}{x^2+1}$ №8 $f(x)= \sqrt[3]{x^2}(3x+10)$

SOLUCION:

№1 MIN= $f(1)=5$, hacia arriba $(-\infty,0)$ y $(2/3, \infty)$, hacia abajo $(0, 2/3)$, punto de inflexión en $x=0$, $x=2/3$.

№2 MIN= $f(0)$; MAX= $f(\pm\sqrt{2})=8$, hacia arriba $(-\sqrt{2/3}, \sqrt{2/3})$, hacia abajo $(-\infty, -\sqrt{2/3})$ y $(\sqrt{2/3}, \infty)$; punto de inflexión en $x=\pm\sqrt{2/3}$.

№3 MAX= $f(0)=0$, MIN= $f(\pm\sqrt{2})=-8$, hacia arriba $(-\infty, -\sqrt{6/5})$ y $(\sqrt{6/5}, \infty)$; hacia abajo $(-\sqrt{6/5}, \sqrt{6/5})$; punto de inflexión en $x=\pm\sqrt{6/5}$

№4 MAX= $f(-1)=2$, MIN= $f(1)=-2$, hacia arriba $(-1/\sqrt{2}, 0)$ y $(1/\sqrt{2},\infty)$,hacia abajo $(-\infty, -1/\sqrt{2})$ y $(0, 1/\sqrt{2})$; punto de infelxión en $x=0$, $x=\pm 1/\sqrt{2}$

№5 Hacia arriba $(-\infty, -3)$ y $(3,\infty)$; hacia abajo $(-3,0)$ y $(0,3)$, punto de infexión en $x=\pm 3$

№6 MAX= $f(2/5)=(2/5)^{2/3}(1-2/5)$, MIN= $f(0)=0$; hacia arriba $(-\infty, -1/5)$, hacia abajo -$(-1/5, 0)$ y $(0,\infty)$; punto de inflexión en $x=-1/5$

№7 MIN $f(0)=0$, hacia arriba $(-\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3)$, hacia abajo $(-\infty, -\sqrt{3}/3)$ y $(\sqrt{3}/3, \infty)$ -- punto de inflexión en $x=\pm\sqrt{3}/3$

№8 MAX = $f(-4/3)= 7.27$, MIN = $f(0)=0$, hacia arriba $(2/3, \infty)$, hacia abajo $(-\infty, 2/3)$, - dunto de inflexión en $x=2/3$

EJERCICIO №23

Ejemplo N º 1.- Dada $f(x) = \ln (3x^2 - 6x + 8)$,hallar $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{3x^2-6x+8}(6x-6) = \frac{6x-6}{3x^2-6x+8}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicos del 1 al 10 encontrar $f'(x)$, donde $f(x)$ es la expresión dada.

№1 $\ln (2-3x)^5$ №2 $\ln (7-2x^3)^{1/2}$ №3 $\ln(3x^2-2x+1)$

№4 $\ln \sqrt[3]{4x^2+7x}$ №5 $x\ln x$ №6 $\ln x^3+(\ln x)^3$

№7 $\frac{1}{\ln x}+\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ №8 $\ln\sqrt{\frac{4+x^2}{4-x^2}}$ №9 $\ln\frac{\sqrt{x^2+1}}{(9x-4)^2}$

№10 $\ln\frac{x^2(2x-1)^3}{(x+5)^2}$

SOLUCION:

№1 $f'(x)=\frac{-15}{2-3x}$ №2 $f'(x)=\frac{-3x^2}{7-2x^3}$ №3 $f'(x)=\frac{6x-2}{3x^2-2x+1}$

№4 $f'(x)=\frac{8x+7}{3(4x^2+7x)}$ №5 $f'(x)= 1+\ln x$ №6 $f'(x)=\frac{3+3\ln^2 x}{x}$

№7 $f'(x)= (-1/x)[1/(\ln x)^2+1]$ №10 $f'(x)=\frac{2}{x}+\frac{6}{2x-1}-\frac{2}{x+5}$ №8 $f'(x)=\frac{8x}{16-x^4}$

№9 $f'(x)=\frac{x}{x^2+1}-\frac{18}{9x-4}$

EJERCICIO № 24

Ejemplo №1 Dada $f(x)= e^{1/x^2}$, hallar $f'(x)$

SOLUCION:

$$f'(x)=e^{1/x^2}\left(\frac{-2}{x^3}\right)=\frac{-2e^{1/x^2}}{x^3}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicios del 1 al 10 encuentre $f'(x)$, donde $f(x)$ es la expresióbn dada.

№1 e^{-5x} №2 e^{3x} №3 $\sqrt{1+e^{2x}}$

№4 $\frac{1}{e^{x+1}}$ №5 x^2e^{-2x} №6 $(e^{2x}+2x)^{1/2}$

№7 $(e^{4x}-5)^3$ №8 $e^{\sqrt{x}}+\sqrt{e^x}$ №9 $\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

№10 $e^{x\ln x}$

SOLUCION:

№1 $f'(x)=-5e^{-5x}$ №2 $f'(x)=3e^{3x}$ №3 $f'(x)=\frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

№4 $f'(x)=\frac{-e^x}{(e^x+1)^2}$ №5 $f'(x)=-2x^2e^{-2x}+2xe^{-2x}$ №6 $f'(x)=\frac{2e^{2x}+2}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$

№7 $f'(x)=3(e^{4x}-5)^2 4e^{4x}$ №8 $f'(x)=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}+\frac{e^{x/2}}{2}$ №9 $f'(x)=\frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$

№10 $f'(x)=e^{x\ln x}(1+\ln x)$

EJERCICIO Nº 25

Ejemplo Nº1 Dada $y=\dfrac{\sqrt[3]{x+1}}{(x+2)\sqrt{x+3}}$ encuentre y' por derivación logaritmica.

SOLUCION:

Tomando el logaritmo natural y aplicando las propiedades de los logaritmos

$$\ln y=\ln \frac{(x+1)^{1/3}}{(x+2)(x+3)^{1/2}}= 1/3 \ln (x+1) - \ln (x+2) - 1/2 \ln (x+3)$$

Diferenciando implicitamente respecto a "x" y aplicando las formulas

$$\frac{1}{y} D_x y= \frac{1}{3(x+1)} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2(x+3)}$$

Multiplicando ambos miembros por y obtenemos

$$D_x y= (y) \frac{2(x+2)(x+3) - 6(x+1)(x+3) - 3.(x+1)(x+2)}{6(x+1)(x+2)(x+3)}$$

Sustituyendo "y" por su valor obtenemos

$$D_x y=\frac{(x+1)^{1/3}}{(x+2)(x+3)^{1/2}} \bullet \frac{2x^2+10x+12-6x^2-24x-18-3x^2-9x-6}{6(x+1)(x+2)(x+3)} \quad \text{y asi}$$

$$D_x y=\frac{-7x^2-23x-12}{6(x+1)^{2/3}(x+2)^2(x+3)^{3/2}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicos del 1 al 8 encuentre $D_x y$ por derivación logaritmica

Nº1 $y=\dfrac{(x^2+3)^5}{\sqrt{x+1}}$ Nº2 $y= (x+1)^2(x+2)^3 (x+3)^4$ Nº3 $y= \sqrt[3]{2x+1}\,(4x-1)^2(3x+5)^4$

Nº4 $y=\dfrac{x^3+2x}{\sqrt[5]{x^7+1}}$ Nº5 $y=\dfrac{3x}{[(x+1)(x+2)]^{1/2}}$ Nº6 $y= \sqrt{x^2+1}\ln(x^2-1)$

Nº7 $y=\dfrac{(2x-3)^2}{\sqrt{x+1}\,(7x+2)^3}$ Nº8 $y= \dfrac{(x^2+3)^{2/3}(3x-4)^4}{\sqrt{x}}$

SOLUCION:

Nº1 $D_x y= \dfrac{(19x^2+20x-3)(x^2+3)^4}{2(x+1)^{3/2}}$ Nº2 $D_x y=(9x^2+34x+29)(x+1)(x+2)^2(x+3)^3$

Nº2 $D_x y=\left[\dfrac{2}{3(2x+1)} + \dfrac{8}{4x-1} + \dfrac{12}{3x+5}\right] \sqrt[3]{2x+1}\,(4x-1)^2(3x+5)^4$

Nº4 $D_x y= \dfrac{8x^9-4x^7+15x^2+10}{5(x^7+1)^{6/5}}$ Nº5 $D_x y=\dfrac{3(3x+4)}{2(x+1)^{3/2}(x+2)^{3/2}}$

Nº6 $D_x y=\dfrac{x\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{2x\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ Nº7 $D_x y=\left[\dfrac{4}{2x-3} - \dfrac{1}{2(x+1)} - \dfrac{21}{(7x+2)}\right]\dfrac{(2x-3)^2}{\sqrt{x+1}\,(7x+2)^3}$

Nº8 $D_x y= \left[\dfrac{(x^2+3)^{2/3}(3x-4)^4}{\sqrt{x}}\right]\left[\dfrac{4x}{3(x^2+3)} + \dfrac{12}{(3x-4)} - \dfrac{1}{2x}\right]$

EJERCICIO Nº 26

EJEMPLO Nº1 Dado $f(x)=5^{x^4}$ encontrar $f'(x)$

SOLUCION:

$f'(x)= 5^{x^4}\ln5(4x^3)$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicios del 1 al 10 encuentre f'(x) para la expresión dada f (x).

No.1 $\log_{10}(3x+1)$ No.2 3^{5x} No.3 4^{3x^2}

No.4 $2^{5x}\,3^{4x^2}$ No.5 $\dfrac{\log_{10}x}{x}$ No.6 $\sqrt{\log_a x}$

No.7 $\log_{10}[\log_{10}(x+1)]$ No.8 x^x No.9 $(x^2+1)^{3x}$

No.10 $x^{x^2}e^{x^3}$

Solución:

No.1 $f'(x) = \dfrac{3}{(3x+1)\ln 10}$ No.2 $f'(x) = (5 \ln 3)\, 3^{5x}$

No.3 $f'(x) = 6x\, 4^{3x^2}\ln 4$ No.4 $f'(x) = 2^{5x}\,3^{4x^2}(5 \ln 2 + 8x \ln 3)$

No.5 $f'(x) = \dfrac{1- \ln 10 \log_{10} x}{x^2 \ln 10}$ No.6 $f'(x) = \dfrac{1}{2x \ln a \sqrt{\log_a x}}$

No.7 $f'(x) = \dfrac{1}{(x + 1) \ln^2 10 \; \log_{10}(x + 1)}$ No.8 $f'(x) = x^x(1 + \ln x)$

No.9 $f'(x) = \left[3 \ln (x^2 + 1) + \dfrac{6x^2}{x^2+1} \right] (x^2+1)^{3x}$

No.10 $f'(x) = (2x \ln x + x + 3x^2)\, x^{x^2} e^{x^3}$

EJERCICIO Nº 27

Ejemplo Nº1 Dado $f(x)=\dfrac{\operatorname{sen}x}{1-2\cos x}$ encontrar f'(x)

SOLUCION:

$$f'(x)=\frac{(1-2\cos x)(\cos x)-\operatorname{sen}x(2\operatorname{sen}x)}{(1-2\cos x)^2}=\frac{\cos x-2(\cos^2 x+\operatorname{sen}^2x)}{(1-2\cos x)^2}=\frac{\cos x-2}{(1-2\cos x)^2}$$

Ejemplo Nº2 Dado $y=(1+\cos 3x^2)^4$ encontrar D_xy

SOLUCION:

$$D_xy=4(1+\cos 3x^2)^3(-\operatorname{sen}3x^2)(6x)=-24x\operatorname{sen}3x^2(1+\cos 3x^2)^3$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En cada uno de los ejeercicios del 1 al 20 encuentre f'(x) suponiendo que f(x) es igual a la expresión dada.

Nº1 $\operatorname{sen}(8x+3)$
Nº2 $\cot(x^3-2x)$
Nº3 $\tan^3\sqrt[3]{5-6x}$
Nº4 $\cos^2 3x$
Nº5 $\operatorname{sen}e^{-2x}$
Nº6 $x^2\csc 5x$
Nº7 $x^2\sec^3 4x$
Nº8 $(\operatorname{sen}5x-\cos 5x)^5$
Nº9 $\operatorname{sen}\sqrt{x}+\sqrt{\operatorname{sen}x}$
Nº10 $\sec 2x/(\tan 2x+1)$
Nº11 $\ln(\csc x+\cot x)$
Nº12 $\operatorname{sen}(2x+3)^4$
Nº13 $\ln\ln\sec 2x$
Nº14 $\csc(\cot 4x)$
Nº15 $\tan^3 2x-\sec^3 2x$
Nº16 $(\tan x)^{3x}$
Nº17 $\csc(4x)$
Nº18 $\tan^2 x$
Nº19 $\sqrt{\cot 3x}$
Nº20 $\sec^2 x\tan^2 x$

SOLUCION:

Nº1 $f'(x)=8\cos(8x+3)$

Nº2 $f'(x)=(2-3x^2)\csc^2(x^3-2x)$

Nº3 $f'(x)=\dfrac{-2\sec^2\sqrt[3]{5-6x}}{\sqrt[3]{(5-6x)^2}}$

Nº4 $f'(x)=-6\cos 3x\operatorname{sen}3x$

Nº5 $f'(x)=-2e^{-2x}\cos e^{-2x}$

Nº6 $f'(x)=-5x^2\csc 5x\cot 5x+2x\csc 5x$

Nº7 $f'(x)=12x^2\sec^3 4x\tan 4x+2x\sec^2 4x$

Nº8 $f'(x)=25(\operatorname{sen}5x-\cos 5x)^4(\operatorname{sen}5x+\cos 5x)$

Nº9 $f'(x)=\dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\operatorname{sen}x}}$

Nº10 $f'(x)=\dfrac{(\tan 2x+1)(2\sec 2x\tan 2x)-2\sec^3 2x}{(\tan 2x+1)^2}$

Nº11 $f'(x)=-\csc x$

Nº12 $f'(x)=8(2x+3)^3\cos(2x+3)^4$

Nº13 $f'(x)=\dfrac{2\tan 2x}{\ln\sec 2x}$

Nº14 $f'(x)=[\csc(\cot 4x)][\cot(\cot 4x)(\csc^2 4x)(4)]$

Nº15 $f'(x)=6\tan 2x\sec^2 2x(\tan 2x-\sec^2 2x)$

Nº16 $f'(x)=3(\tan x)^{3x}\left[\dfrac{x\sec^2 x}{\tan x}+\ln(\tan x)\right]$

Nº17 $f'(x)=-4\cot 4x\csc 4x$

Nº18 $f'(x)=2\tan x\sec^2 x$

Nº19 $f'(x)=\dfrac{-3cs^2 3x}{2\sqrt{\cot 3x}}$

Nº20 $f'(x)=4\tan^5 x+6\tan^3 x+2\tan x$

EJERCICIO Nº 28

Ejemplo Nº1 dado $f(x)=\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$ encontrar f'(x)

SOLUCION:

$$f'(x)=\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x+1}\right)^2}\left[\frac{-1}{(x+1)^2}\right]=\frac{-1}{(x+1)^2+1}=\frac{-1}{x^2+2x+2}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:

En los ejercicios del 1 al 20 encuentre f'(x), suponiendo que f(x) es igual a la expresión dada.

Nº1 $f(x)=2\cos^{-1}\sqrt{x}$
Nº2 $\sec^{-1}(5x)$
Nº3 $\operatorname{sen}^{-1}\sqrt{1-x^2}$
Nº4 $\cot^{-1}(2/x)+\tan^{-1}(x/2)$
Nº5 $4\operatorname{sen}^{-1}(x/2)+x\sqrt{4-x^2}$
Nº6 $\sec^{-1}x+\csc^{-1}x$
Nº7 $x\cot^{-1}x+\ln\sqrt{1+x^2}$
Nº8 $\operatorname{sen}^{-1}2x$
Nº9 $\sec^{-1}4x$
Nº10 $(1+\operatorname{arc}\cos 3x)^2$
Nº11 $\dfrac{\operatorname{arc}\tan e^{2x}}{e^{2x}}$
Nº12 $\operatorname{arc}\operatorname{sen}x-x\sqrt{1-x^2}$
Nº13 $2x^3\tan^{-1}x+\ln(1+x^2)-x^2$
Nº14 $\operatorname{sen}^{-1}(x/3)$
Nº15 $\tan^{-1}(x^2)$
Nº16 $e^{-x}\operatorname{arc}\sec e^{-x}$
Nº17 $x^2\sec^{-1}5x$
Nº18 $\ln\operatorname{arc}\tan x^2$
Nº19 $\operatorname{arc}\operatorname{sen}(\ln x)$
Nº20 $1/\operatorname{sen}^{-1}(x)$

SOLUCION:

Nº1 $f'(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{x-x^2}}$

Nº 2 $f'(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{25x^2-1}}$

Nº3 $f'(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

Nº4 $f'(x)=\dfrac{4}{4+x^2}$

Nº5 $f'(x)=2\sqrt{4-x^2}$

Nº6 $f'(x)=0$

Nº7 $f'(X)=\cot^{-1}x$

Nº8 $f'(x)\ \dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

Nº9 $f'(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{16x^2-1}}$

Nº10 $f'(x)=\dfrac{6(1+\operatorname{arcsen}3x)}{\sqrt{1-9x^2}}$

Nº11 $f'(x)=\dfrac{2}{1+e^{4x}}-\dfrac{2\arctan e^{2x}}{e^{2x}}$

Nº 12 $f'(x)=\dfrac{2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

Nº13 $f'(x)=6x^2\tan^{-1}x$

Nº14 $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

Nº15 $f'(x)=\dfrac{2x}{1+x^4}$

Nº16 $f'(x)=\dfrac{-e^{-x}}{\sqrt{e^{-2x}-1}}-e^{-x}\operatorname{arcsec}e^{-x}$

Nº17 $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{25x^2-1}}+2x\sec^{-1}5x$

Nº18 $f'(x)=\dfrac{2x}{(1+x^4)\operatorname{arc}\tan x^2}$

Nº19 $f'(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$

Nº20 $f'(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}\,(\operatorname{sen}^{-1}x)^2}$

EJERCICIO Nº 29

EJEMPLO Nº1 Hallar $D_x y$ si $y = \tan h(1 - x^2)$
SOLUCION: $D_x y = -2x \sec h^2 (1-x^2)$

EJEMPLO Nº2. Obtener $\frac{dy}{dx}$ si $y = 1.n \operatorname{sen} hx$

SOLUCION:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\operatorname{sen} hx} (\cos hx) = \frac{\cos hx}{\operatorname{sen} hx} = \cot hx$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:
En los ejercicios del 1 al 10 encuentre $f'(x)$, suponiendo que $f(x)$ es igual a la expreción dada.

Nº1. $\sec h^2 4x$ Nº2. $e^x \cos hx$ Nº3. $1n (\tan h x)$

Nº4. $x^{\operatorname{sen} hx}$ Nº5. $\operatorname{sen} h5x$ Nº6. $\cos h \sqrt{4x^2+3}$

Nº7. $\frac{\sec h x^2}{x^2+1}$ Nº8. $\frac{\cot hx}{\cot x}$ Nº9. $3 \cos h^2 x \operatorname{sen} hx$

Nº10. $\operatorname{sen} h^2(3x)$

SOLUCION:

Nº1. $f'(X) = -8 \sec h^2 4x \tan h 4x$ Nº2. $f'(x) = e^{2x}$ Nº3. $f'(x) = 2\csc h(2x)$

Nº4 $f'(x) = x^{\operatorname{senh}x-1}(x\cosh x \ln x + \operatorname{senh}x)$ Nº5 $f'(x) = 5\cosh(5x)$

Nº6 $f'(x) = \frac{4x\operatorname{senh}\sqrt{4x^2+3}}{\sqrt{4x^2+3}}$ Nº7 $f'(x) = \frac{-2x\operatorname{sech}x^2[1+(x^2+1)\tanh x^2]}{(x^2+1)^2}$

Nº8 $f'(x) = \frac{-(\cot x \operatorname{csch}^2 x + \csc^2 x \coth x)}{\cot^2 x}$ Nº9 $f'(x) = 3\cosh^3 + 6\cosh x \operatorname{senh}^2 x$

Nº10 $f'(x) = 6\operatorname{senh}3x\cosh3x$

EJERCICIO Nº30

Ejemplo Nº1 Encontrar $f'(x)$ si $f(x) = \tanh^{-1}(\cos 2x)$
Solución:

$$f'(x) = \frac{-2\operatorname{sen}2x}{1-\cos^2(2x)} = \frac{-2\operatorname{sen}2x}{\operatorname{sen}^2(2x)} = -2\csc 2x$$

PROBLEMAS PROPUESTOS:
En los ejercicios del 1 al 10 encuentre $f'(x)$, suponiendo que $f(x)$ es igual a la expresión dada

Nº1 $\operatorname{senh}^{-1} e^x$ Nº2 $\cosh^{-1}\sqrt{x}$ Nº3 $\tan h^{-1}(x^2-1)$ Nº4 $\frac{1}{\operatorname{senh}^{-1}x^2}$

Nº5 $\cosh^{-1}\ln 4x$ Nº6 $\operatorname{senh}^{-1}x^2$ Nº7 $x^2\cosh^{-1}x^2$ Nº8 $(\coth^{-1}x^2)^3$

Nº9 $\coth^{-1}(3x+1)$ Nº10 $\cosh^{-1}(\csc x)$

SOLUCION:

Nº1 $f'(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}$ Nº2 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x-1}}$ Nº3 $f'(x) = \frac{2x}{(2x^2-x^4)}$

Nº4 $f'(x) = \frac{-2x}{(\operatorname{senh}^{-1}x^2)^2\sqrt{x^4+1}}$ Nº5 $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln^2 4x - 1}}$

Nº6 $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^4+1}}$ Nº7 $f'(x) = 2x(\cosh^{-1}x^2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^4-1}})$

Nº8 $f'(x) = \frac{6x(\coth^{-1}x^2)^2}{1-x^4}$ Nº9 $f'(x) = \frac{-1}{2x+3x^2}$ Nº10 $f'(x) = -\csc x$

EJERCICIO Nº31

Ejemplo Nº1 DADA $(X+Y)^2 - (X-Y)^2 = X^4 + Y^4$ Encontrar $D_x y$
$2(x+y)(1+D_x y) - 2(x-y)(1-D_x y) = 4x^3 + 4y^3 D_x y$ de lo cual se obtiene
$2x+2y+(2x+2y)D_x y - 2x+2y+(2x-2y)D_x y = 4x^3 + 4y^3 D_x y$
$D_x y(4x-4y^3) = 4x^3 - 4y$
$D_x y = \frac{x^3-y}{x-y^3}$

PROBLEMAS PROPUESTOS:
En los ejercicios de 1 al 10use derivación implicita para encontrar $D_x Y$

Nº1 $3y - x^2 + \ln xy = 2$ Nº2 $y^3 + x^2\ln y = 5x+3$ Nº3 $xe^y + 2x - \ln(y+1) = 3$
Nº4 $y^3 + xe^y = 3x^2 - 10$ Nº5 $xy = \tan(xy)$ Nº6 $e^x \cos y = xe^y$
Nº7 $\ln(x+y) = \tan^{-1}(xy)$ Nº8 $x^2 \tan hy = \ln y$ Nº9 $\ln xy + x + y = 2$
Nº10 $x = \ln(x+y+1)$

SOLUCION:

Nº1 $D_x y = \frac{y(2x^2-1)}{x(3y+1)}$ Nº2 $D_x y = \frac{5y-2xy\ln y}{3y^2+x^2}$ Nº3 $D_x y = \frac{2+e^y}{(y+1)^{-1}-xe^y}$

Nº4 $D_x y = \frac{6x-e^y}{3y^2+xe^y}$ Nº5 $D_x y = \frac{-y}{x}$ Nº6 $D_x y = \frac{e^x\cos y - e^y}{e^x \operatorname{sen} y + xe^y}$

Nº7 $D_x y = \frac{xy+y^2-x^2y^2-1}{x^2y^2+1-x^2-xy}$ Nº8 $D_x y = \frac{2x\tan hy}{y^{-1}-x^2\operatorname{sech}^2 y}$

Nº9 $D_x y = \frac{-xy+y}{xy+x}$ Nº10 $D_x y = x+y$