Pág.

U N I D A D   I

TRIGONOMETRIA

OBJETIVOS PARTICULARES

Al término de la unidad, el alumno:

Aplicará los conceptos fundamentales de la trigonometría plana en la solución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Demostrará algunas identidades trigonométricas.

O B J E T I V O S   E S P E C I F I C O S

El alumno:

-Definirá el concepto de trigonometría plana.

-Definirá, dado un triángulo rectángulo, las funciones trigonométricas de uno de sus ángulos agudos.

-Encontrará el valor de las demás funciones trigonométricas, dada el valor de una de ellas.

-Encontrará los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos de 30°, 60° y 45°.

-Definirá las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

-Determinará los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos de 0° y 360°, 90°, 180° y 270°.

-Determinará los valores de las funciones trigonométricas de los ángulos de 120°, 135°, 150° etc.

-Determinará los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

-Demostrará las siguientes identidades trigonométricas fundamentales:

a) Recíprocas

b) Pitagóricas

c) Senos, cosenos y tangentes de $(x \pm y)$

d) Angulo doble y semiángulo

-Aplicará los conceptos trigonométricos en la resolución de triángulos rectángulos, en sus diferentes casos.

-Enunciará las leyes de los enos y los cosenos.

-Aplicará las leyes de los senos y los cosenos en la resolución de triángulos oblicuángulos, en sus diferentes casos.

TRIGONOMETRIA

INTRODUCCION.- La palabra trigonometría indica exactamente el objeto original de esta rama de las Matemáticas.

Las tres palabras griegas que la forman <u>TRI</u>-<u>GONO</u>-<u>METRIA</u> significan: <u>TRES</u>-<u>ANGULO</u>-<u>MEDIDA</u>. E indican que cuando se adoptó el nombre, el tema que trataba principalmente estaba relacionado con las medidas de un triángulo.

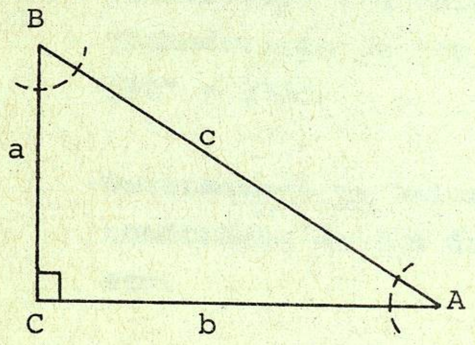
TRIGONOMETRIA: Rama de las Matemáticas que trata de la medida y propiedades de los ángulos y triángulos.

TRIGONOMETRIA PLANA: Trata de las figuras planas, es decir, aquellas que se encuentran sobre un plano.

TRIANGULO RECTANGULO Y FUNCIONES TRIGONOMETRIAS DE UN ANGULO AGUDO.

TRIANGULO RECTANGULO: Es aquel triángulo que posee un ángulo recto (cuya medida es 90°).

Ejemplo: El triángulo ABC es Rectángulo.



<u>Nota</u>: Usaremos letras minúsculas para designar los lados del triángulo que corresponden a la letra del vértice del ángulo opuesto. Por ejemplo: El lado "a" se opone al ángulo "A", etc.

PROPIEDADES DE UN TRIANGULO RECTANGULO

1) En todo triángulo, el lado mayor recibe el nombre de hipotenusa (c) y los otros dos lados, catetos (a y b).

2) En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos (Teorema de Pitágoras).

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2} \quad \text{o bien} \quad \boxed{c = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

3) En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de un cateto es igual al cuadrado de la hipotenusa menos el cuadrado del otro cateto.

$$\boxed{a^2 = c^2 - b^2} \quad \text{o bien} \quad \boxed{a = \sqrt{c^2 - b^2}}$$

$$\boxed{b^2 = c^2 - a^2} \quad \text{o bien} \quad \boxed{b = \sqrt{c^2 - a^2}}$$

4) Los ángulos de un triángulo rectángulo son agudos y además complementarios; es decir la suma de los mismos es igual a 90°.

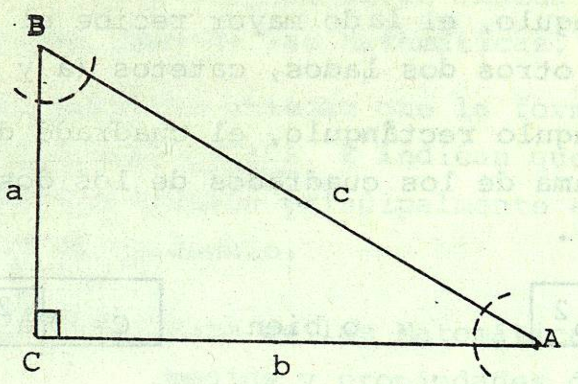
$$\boxed{\measuredangle A + \measuredangle B = 90°}$$

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS DE UN ANGULO AGUDO

Las funciones trigonométricas de un ángulo agudo, resultan de la comparación, por cociente de un par de lados de un triángulo rectángulo, esta comparación es la razón existente entre dos números; o sea el cociente que resulta de dividir el primero de dichos números entre el segundo. Entonces si utilizamos los tres lados del triángulo, resultará evidente que podremos plantear seis posibles razones o funciones.

Cada una de ellas, como pronto aprenderemos y aplicaremos recibe un nombre especial.

Definiremos estas razones para el ángulo agudo ∢A: Utilizando el triángulo siguiente.



c= hipotenusa

a= cateto opuesto al ángulo ∢A; b= cateto opuesto al ángulo ∢B.

B= cateto adyacente al ángulo ∢A

a= cateto adyacente al ángulo ∢B.

1) FUNCION SENO ∢A: En la razón que existe entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

$$\text{Seno } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}; \quad \boxed{\text{Sen } A = \frac{a}{c}}$$

2) FUNCION COSENO ∢A: Es la razón que existe entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

$$\text{Coseno } \sphericalangle A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}; \quad \boxed{\text{Cos } A = \frac{b}{c}}$$

3) FUNCION TANGENTE ∢A: Es la razón que existe entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

$$\text{Tangente } \sphericalangle A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \quad \boxed{\text{Tan } A = \frac{a}{b}}$$

4) FUNCION CONTANGENTE ∢A: Es la razón que existe entre el cateto adyacente y el cateto opuesto.

$$\text{Cotangente } \sphericalangle A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}; \quad \boxed{\text{CTG } A = \frac{b}{a}}$$

5) FUNCION SECANTE ∢A: Es la razón que existe entre la hipotenusa y el cateto adyacente.

$$\text{Secante } \sphericalangle A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}; \quad \boxed{\text{SEC } A = \frac{c}{b}}$$

6) FUNCION COSECANTE ∢A: Es la razón que existe entre la hipotenusa y el cateto opuesto.

$$\text{Cosecante } \sphericalangle A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}; \quad \boxed{\text{CSC } A = \frac{c}{a}}$$

Las funciones trigonométricas para el ángulo ∢B estarían definidas de la siguiente forma:

$\text{Sen } B = \frac{b}{c}$ $\qquad$ $\text{Cos } B = \frac{a}{A}$

$\text{Tan } B = \frac{b}{a}$ $\qquad$ $\text{CTG } B = \frac{a}{b}$

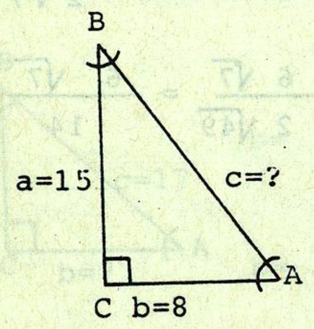
$\text{Sec } B = \frac{c}{a}$ $\qquad$ $\text{CSC } B = \frac{c}{b}$

Encontrar el valor de las demás funciones trigonométricas, dado el valor de una de ellas.

1.- Dado Tan A= $\frac{15}{18}$, hallar el valor de las de más funciones.

Solución.= Como la función tangente asocia cateto opuesto y adyacente tenemos:

$\text{Tan } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b} = \frac{15}{8}$; luego calcularemos - la hipotenusa.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\qquad$ $\text{Sen } A = \frac{a}{c} = \frac{15}{17}$

$c = \sqrt{(15^2 + (8)^2}$ $\qquad$ $\text{Cos } A = \frac{b}{c} = \frac{8}{17}$

$c = \sqrt{225 + 64}$ $\qquad$ $\text{ceg } A = \frac{b}{a} = \frac{8}{15}$