$c = \sqrt{289}$ $\qquad$ $\text{Sec } A = \frac{c}{b} = \frac{17}{8}$

$\boxed{c = 17}$ $\qquad$ $\text{CSC } A = \frac{c}{a} = \frac{17}{15}$

2.- Dado Sen A = $\frac{18}{30}$; hallar el valor de las demás

Solución: La función seno asocia cateto opuesto con la hipot nusa luego será necesario hallar el otro cateto.

$\text{Sen } A = \frac{18}{30} = \frac{a}{c}$ $\qquad$ $\text{Cos } A = \frac{b}{c} = \frac{24}{30}$

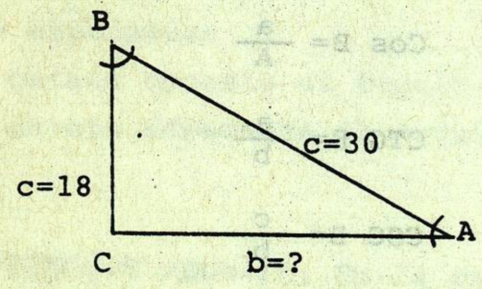
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\qquad$ $\text{Tan } A = \frac{a}{b} = \frac{18}{24}$

$b = \sqrt{(30)^2 - (18)^2}$ $\qquad$ $\text{CTG } A = \frac{b}{a} = \frac{24}{18}$

$b = \sqrt{900-324}$ $\qquad$ $\text{Sec } A = \frac{c}{b} = \frac{30}{24}$

$b = \sqrt{576}$ $\qquad$ $\text{CSC } A = \frac{c}{a} = \frac{30}{18}$

$\boxed{b = 24}$



3.- Dado Cos A= $\frac{2\sqrt{7}}{8}$; hallar las demás funciones.

$\text{Cos } A = \frac{b}{c} = \frac{2\sqrt{7}}{8}$ $\qquad$ $\text{Sen } A = \frac{a}{c} = \frac{6}{8}$

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $\qquad$ $\text{Tan } A = \frac{a}{b} = \frac{6}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

$a = \sqrt{(8)^2 - (2\ 7)^2}$ $\qquad$ $\frac{6\sqrt{7}}{2\sqrt{49}} = \frac{6\sqrt{7}}{14}$

$a = \sqrt{64 - 4(7)}$

$a = \sqrt{64-28}$ $\quad$ 14

$a = \sqrt{36}$

$\boxed{a = 6}$

OPERACION PARA RACIONALIZAR EL DENOMINADOR

$\text{CTG } A = \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{7}}{6}$

$\text{SEC } A = \frac{c}{b} = \frac{8}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{2\sqrt{49}} = \frac{8\sqrt{7}}{2.7} = \frac{8\sqrt{7}}{14}$

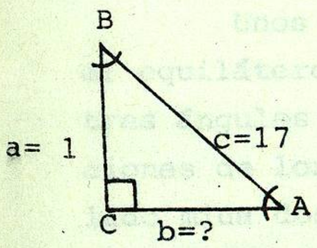
$\text{CSC } A = \frac{c}{a} = \frac{8}{6}$

4.- Dado CSC A=7; hallar el valor de las demás funciones.

Solución: La cosecante asocia hipotenusa y cateto opuesto -- por lo tanto:

$\text{CSC } A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat.opuesto}} = \frac{7}{1}$ $\qquad$ $\frac{c}{a}$

Nota: El valor de las funciones trigonométricas no depende de -- los lados del triángulo, depende exclusivamente del ángulo si éste cambia, el valor de la función cambia. Por lo que- el cociente 7 se puede obtener como: $\frac{7}{1}$; $\frac{14}{2}$; $\frac{28}{4}$; $\frac{56}{8}$ -- etc. Usaremos el más sencillo.



$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\qquad$ $\text{SEN } A = \frac{a}{c} = \frac{1}{7}$

$b = \sqrt{(7)^2 - (1)^2}$ $\qquad$ $\text{COS } A = \frac{b}{c} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$

$b = \sqrt{49-1}$ $\qquad$ $\text{TAN } A = \frac{a}{b} = \frac{1}{4\sqrt{3}} \quad \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{4\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$

$b = \sqrt{48}$ $\qquad$ CTE $A = \frac{b}{a} = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3}$

$b = \sqrt{16.3}$

$\boxed{b = 4\sqrt{3}}$ $\qquad$ SEC $A = \frac{-7}{4\sqrt{3}} \quad \frac{3}{\sqrt{}} = \frac{7 \quad 3}{4\sqrt{9}} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$

E J E R C I C I O

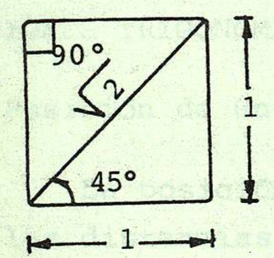
Encontrar en cada uno de los siguientes ejercicios el valor de las demás funciones trigonométricas.

1.- Sen $A = \frac{4}{5}$	6.- Sec $A = 5$
2.- Cos $A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$	7.- CSC $A = \frac{25}{7}$
3.- Tan $A = \frac{9}{40}$	8.- CTG $A = 3$
4.- CSC $A = \frac{29}{20}$	9.- Cos $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$
5.- CTG $A = \frac{5}{12}$	10.- Tan $A = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS DE LOS ANGULOS DE: 45°, 30°, 60°.

ANGULO DE 45°

El ángulo de 45°, se puede considerar como el ángulo mitad de un ángulo recto (90°). Para representar este ángulo, usaremos un -- cuadrado que posee cuatro ángulos rectos y dividiremos uno de -- ellos en dos ángulos iguales; arbitrariamente asignaremos como - uno las dimensiones del cuadrado y en base a este valor encontraremos el valor de las funciones trigonométricas del ángulo 45°.



Usando el teorema de Pitágoras encontraremos la diagonal del cuadrado que corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo.

$$\text{Diagonal} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$\text{Diagonal} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} = 1.4142$$

$$\text{Sen } 45° \ \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071$$

$$\text{Cos } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071$$

$$\text{Tan } 45° = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{CTG } 45° = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Sec } 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = 1.4142$$

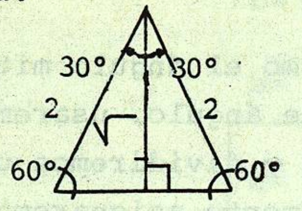
$$\text{CSC } 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = 1.4142$$

Nota: los valores de las funciones trigonométricas serán los mismos si usamos otra dimensión para el cuadrado.

ANGULOS DE 30° Y 60°

Unos de los triángulos más comunes y de más utilidad es- el equilátero, triángulo que posee sus tres lados iguales y sus- tres ángulos iguales a 60°. Para determinar el valor de las funciones de los ángulos 30° y 60° consideramos un equilátero cuyo- lado mida dos unidades.

Toda la información la concentraremos en la siguiente fi-
gura:



Altura del= $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$

Funciones de 30°

$\text{Sen } 30° = \frac{1}{2} = 0.5$

$\text{Cos } 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.732}{2} = 0.8660$

$\text{Tan } 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = 0.5773$

$\text{CTG } 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 1.732$

$\text{SEC } 30° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1.1547$

$\text{CSC } 30° = \frac{2}{1} = 2.$

Funciones de 60°

$\text{Sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.732}{2} = 0.8660$

$\text{Cos } 60° = \frac{1}{2} = 0.5$

$\text{Tan } 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 1.732$ $\quad$ $\text{SEC } 60° = \frac{2}{1} = 2$

$\text{CTG } 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.5773$ $\quad$ $\text{CSC } 60° = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1.15$

De acuerdo con los valores, encontramos que: el seno de un ángulo tiene el mismo valor que el coseno de su complemento y viceversa:

$\text{Sen } 30° = \frac{1}{2} = \text{Cos } 60°$ $\quad$ $\text{Cos } 30° = 0.8660 = \text{Sen } 60°$

Igualmente, cualquier función de un ángulo es igual a la confución de su complemento.

Tan 50° = ctg 40°

Cos 20° = Sen 70°

Ctg 1° = Tan 89°

Sen 58° = Cos 32°

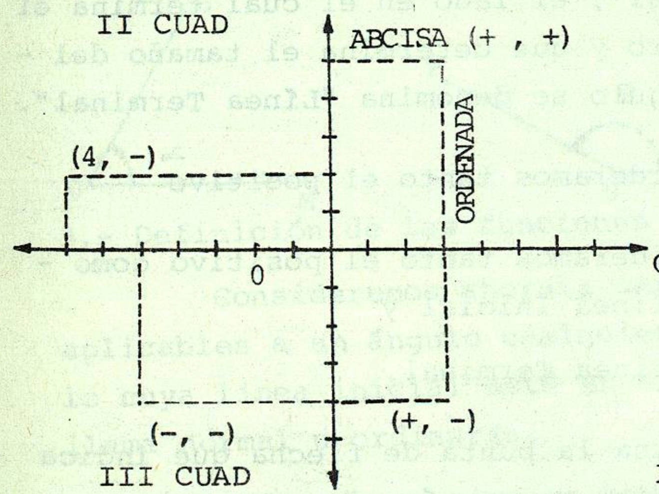
Estos valores los podremos verificar consultando una tabla de valores de las funciones trigonométricas.

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS DE ANGULOS DE CUALQUIER MAGNITUD.

1.- Posición de un punto en un plano:

La posición de un punto en un plano, queda determinada por las distancias a las que se encuentra de dos rectas perpendiculares entre sí; estas distancias se llaman "Coordenadas Rectangulares" y las rectas perpendiculares "Ejes".

La recta horizontal se llama eje "X" o eje de "Abcisas" y la vertical recibe el nombre de eje "Y" o eje de las ordenadas; el punto donde se cortan es el origen de coordenadas, dichos ejes dividen al plano en cuatro cuadrantes, como se muestran a continuación:



ABCISA: Es la distancia perpendicular trazada desde un punto al eje vertical.

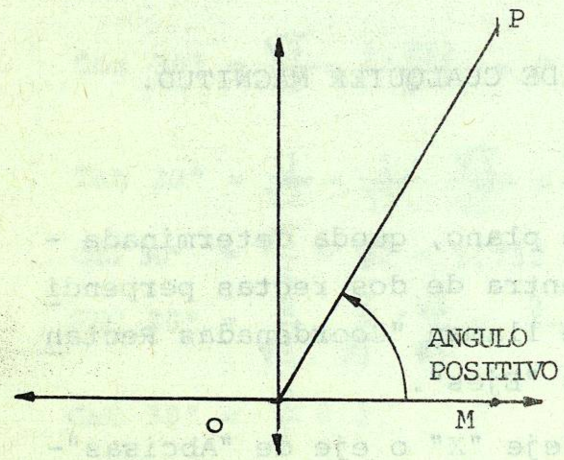
ORDENADA: Es la distancia perpendicular trazada desde un punto al eje horizontal.

Las medidas se consideran positivas cuando se toman hacia la derecha del eje vertical y hacia arriba del horizontal.

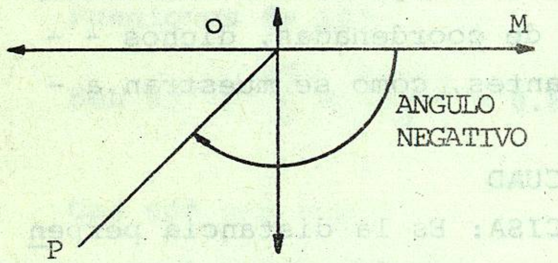
Las medidas se consideran negativas cuando se toman hacia la izquierda del eje vertical y hacia abajo del horizòntal.

2.- Angulo de cualquier magnitud.

Para una mejor comprensión de la trigonometría se necesita una definición más amplia de "angulo" que la que la Geometría-Elemental nos proporciona. Para esto consideremos una recta OP girando alrededor de un punto fijo 0 que pertenece a otra recta OM.



La magnitud del giro de OP desde su -posición original OM, recibe el nombre de ángulo. Cuando el giro es contrario al de las manecillas del re--loj el ángulo generado es positivo. Cuando el giro es favorable a las manecillas del reloj el ángulo generado es negativo.



El lado del ángulo a partir del cual comienzo el giro se llama "Línea Inicial"; el lado en el cual termina el giro y que determina el tamaño del -ángulo se denomina "Línea Terminal".

En los ángulos que consideramos tanto el positivo

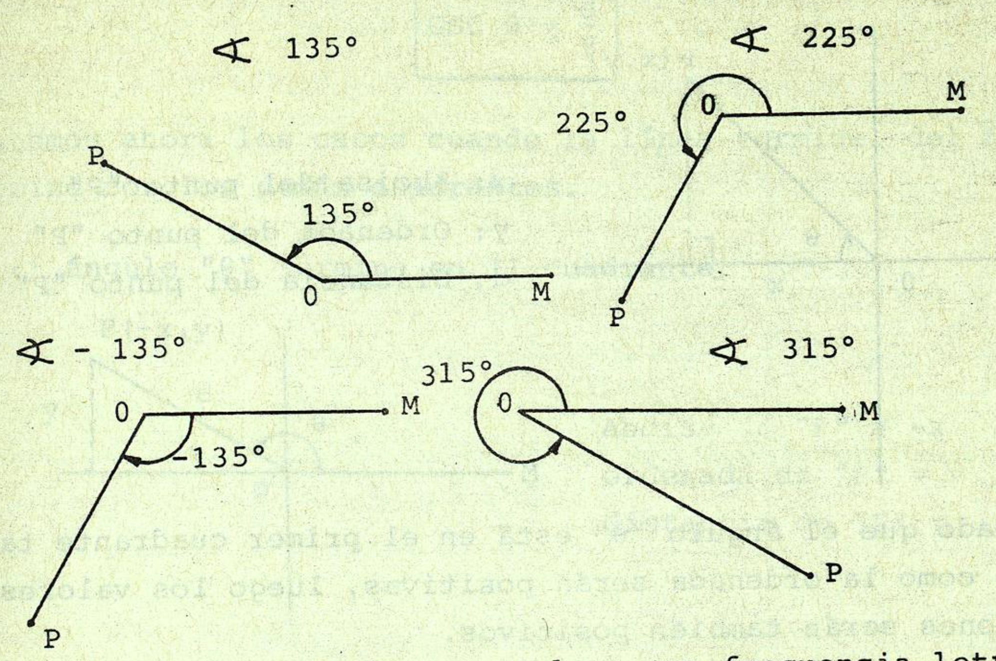
En los ángulos que consideramos tanto el positivo como -el negativo; OM representa la linea Inicial y

OP representa la linea Terminal.

y el signo del ángulo lo determina la punta de flecha que indica el sentido del giro. Además, se dice que un ángulo pertenece a un determinado cuadrante cuando la linea terminal detiene su movi--miento rotacional en dicho cuadrante. Si la Linea Terminal coincide con uno de los ejes a 90°, 180°, 270°, 360° se dice que el-

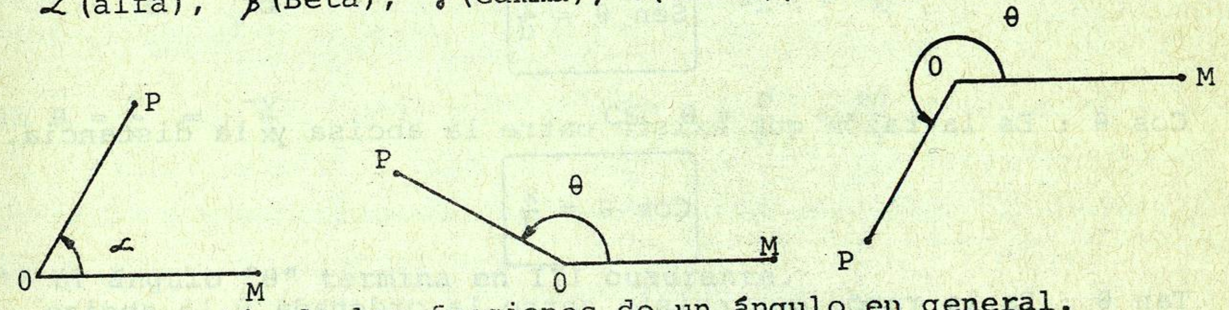
ángulo es de un cuadrante o múltiplo de un cuadrante.

A continuación se muestra la gráfica de algunos ángulos.



En trigonometría, se emplean con frecuencia letras del alfabeto griego para representar de un modo general, el número de-grados de un ángulo. Algunas letras griegas son:

α (alfa), β (Beta), γ (Gamma), θ (Theta), ϕ (Fi), ω (Omega).



3.- Definición de las funciones de un ángulo en general.

Consideremos ahorala definición general de las funciones aplicables a un ángulo cualquiera. Supongamos para esto un ángulo cuya linea inicial esté en el eje horizontal. Posición que se llama normal u ordinaria.

Ahora si efectúa un giro en sentido contrario a las manecillas -del reloj, en torno al origen determinará un ángulo positivo θ. Tomando un punto cualesquiera de la linea terminal, trazamos una perpendicular hasta el eje horizontal, de esta manera se forma -un triángulo rectángulo de referencia en el cual uno de sus la--