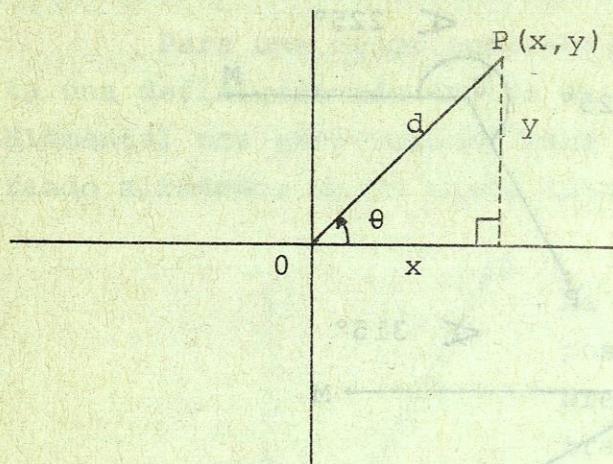


dos será la abcisa (x) del punto y el otro será la ordenada (y), la hipotenusa será la distancia (d) del punto al origen de coordenadas y siempre será positiva.



x: Abcisa del punto "P"
 y: Ordenada del punto "P"
 d: Distancia del punto "P"

Dado que el ángulo "θ" está en el primer cuadrante tanto la abcisa como la ordenada serán positivas, luego los valores de las funciones serán también positivos.

Definiciones:

Sen θ : Es la razón que existe entre la ordenada y la distancia.

$$\text{Sen } \theta = \frac{y}{d}$$

Cos θ : Es la razón que existe entre la abcisa y la distancia.

$$\text{Cos } \theta = \frac{x}{d}$$

Tan θ : Es la razón que existe entre la ordenada y la abcisa.

$$\text{Tan } \theta = \frac{y}{x}$$

ctg θ : Es la razón que existe entre la abcisa y la ordenada.

$$\text{CTG } \theta = \frac{x}{y}$$

Sec θ : Es la razón que existe entre la distancia y la abcisa.

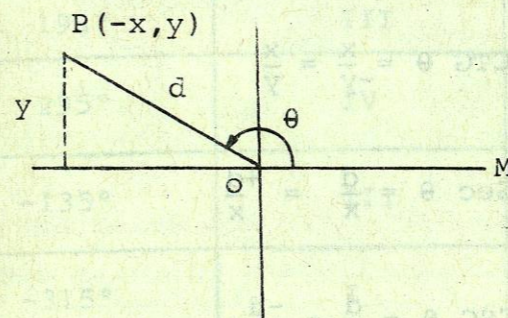
$$\text{Sec } \theta = \frac{d}{x}$$

CSC θ : Es la razón que existe entre la distancia y la ordenada

$$\text{CSC } \theta = \frac{d}{y}$$

Tratemos ahora los casos cuando la línea terminal del ángulo "θ" termine con los demás cuadrantes.

** El ángulo "θ" termina en II cuadrante.



Abcisa de "P" = -x
 ordenada de "P" = y
 distancia de "P" = d

$$\text{Sen } \theta = \frac{y}{d}$$

$$\text{CTG } \theta = \frac{x}{y} = \frac{x}{y}$$

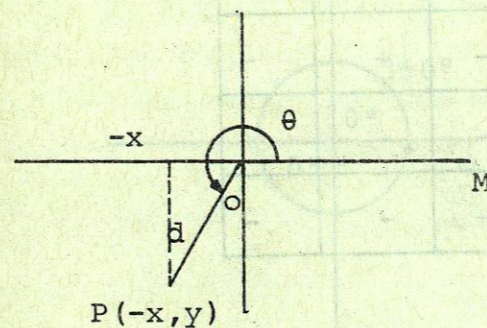
$$\text{Cos } \theta = \frac{-x}{d} = -\frac{x}{d}$$

$$\text{Sec } \theta = \frac{d}{-x} = -\frac{d}{x}$$

$$\text{Tan } \theta = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$$

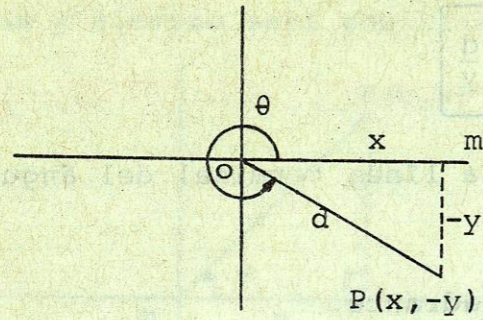
$$\text{CSC } \theta = \frac{d}{y} = \frac{d}{y}$$

*** El ángulo "θ" termina en III cuadrante.



Abcisa de "P" = -x
 ordenada de "P" = -y
 distancia de "P" = d

*** El ángulo "θ" termina en IV cuadrante.



abcisa de "P" = x
 ordenada de "P" = -y
 distancia de "P" = d

$$\text{Sen } \theta = \frac{-y}{d} = -\frac{y}{d}$$

$$\text{CTG } \theta = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y}$$

$$\text{Cos } \theta = \frac{x}{d} = \frac{x}{d}$$

$$\text{Sec } \theta = \frac{d}{x} = \frac{d}{x}$$

$$\text{Tan } \theta = \frac{-y}{x} = -\frac{y}{x}$$

$$\text{CSC } \theta = \frac{d}{-y} = -\frac{d}{y}$$

El signo de las funciones para los ángulos que terminen en los distintos cuadrantes quedan resumidos en la siguiente tabla:*

CUADRANTES				
FUNCION	I	II	III	IV
SEN	+	+	-	-
COS	+	-	-	+
TAN	+	-	+	-
CTG	+	-	+	-
SEC	+	-	-	+
CSC	+	+	-	-

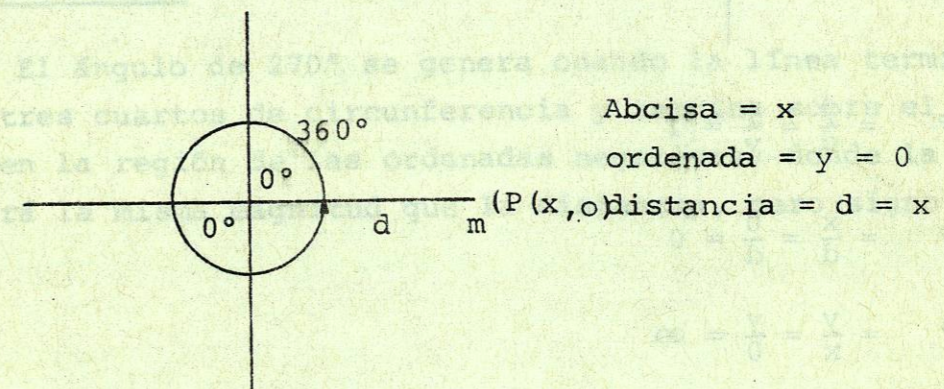
EJEMPLOS:

ANGULO	CUADRANTE	SIGNO DE SEN Y COS	SIGNO DE COS Y SEC	SIGNO DE TAN Y CTG
75°	I	+	+	+
116°	II	+	-	-
198°	III	-	-	+
295°	IV	-	+	-
-135°	III	-	-	+
-315°	I	+	+	+

Funciones trigonométricas de los ángulos : 0°, 360°, 90°, 180°, 270°.

Funciones de 0° y 360°

Para los ángulos 0° y 360° o cualquier múltiplo de 360° sus líneas inicial y terminal coinciden y están sobre el eje de abscisas o eje horizontal y para este caso especial la abscisa y la distancia tienen la misma magnitud.



$$\text{Sen } 0^\circ = \frac{y}{d} = \frac{0}{d} = 0$$

$$\text{Sen } 360^\circ = 0$$

$$\text{Cos } 0^\circ = \frac{x}{d} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\text{Cos } 360^\circ = 1$$

$$\text{Tan } 0^\circ = \frac{y}{x} = \frac{0}{x} = 0$$

$$\text{Tan } 360^\circ = 0$$

$$\text{CTG } 0^\circ = \frac{x}{y} = \frac{x}{0} = \infty$$

$$\text{CTG } 360^\circ = \infty$$

$$\text{Sec } 0^\circ = \frac{d}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\text{Sec } 360^\circ = 1$$

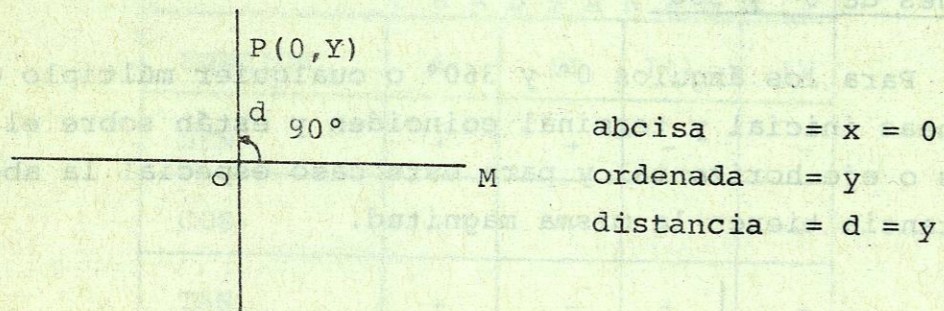
$$\text{CSC } 0^\circ = \frac{d}{y} = \frac{d}{0} = \infty$$

$$\text{CSC } 360^\circ = \infty$$

Nota: Debido a que la división por cero dá, como resultado un número indeterminado que simbolizamos como infinito (∞).

Funciones de 90°

El ángulo de 90° lo tenemos cuando la línea terminal ha girado un cuarto de circunferencia y termina sobre el eje vertical teniendo la misma magnitud la ordenada y la distancia.



$$\text{Sen } 90^\circ = \frac{y}{d} = \frac{y}{y} = 1$$

$$\text{Cos } 90^\circ = \frac{x}{d} = \frac{0}{d} = 0$$

$$\text{Tan } 90^\circ = \frac{y}{x} = \frac{y}{0} = \infty$$

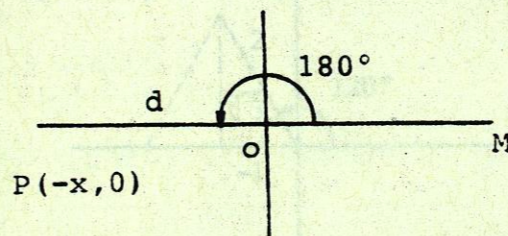
$$\text{CTG } 90^\circ = \frac{x}{y} = \frac{0}{y} = 0$$

$$\text{Sec } 90^\circ = \frac{d}{x} = \frac{d}{0} = \infty$$

$$\text{CSC } 90^\circ = \frac{d}{y} = \frac{y}{y} = 1$$

Funciones de 180°

El ángulo de 180° se genera cuando la línea terminal ha girado la mitad de una circunferencia y termina sobre el eje horizontal, en la región de las abcisas negativas, donde la abcisa tendrá la misma magnitud que la distancia pero signo contrario.



abcisa = -x
ordenada = y = 0
distancia = d = x

$$\text{Sen } 180^\circ = \frac{y}{d} = \frac{y}{y} = -1$$

$$\text{Cos } 180^\circ = \frac{-x}{d} = \frac{-x}{x} = -1$$

$$\text{Tan } 180^\circ = \frac{y}{-x} = \frac{0}{-x} = 0$$

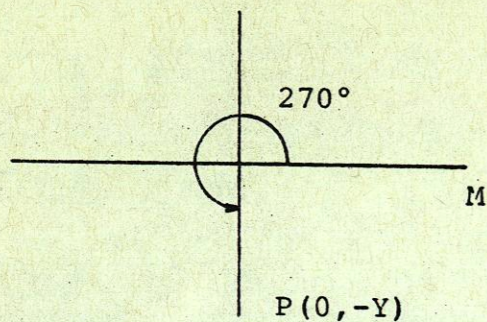
$$\text{CTC } 180^\circ = \frac{-x}{y} = \frac{-x}{0} = \infty$$

$$\text{Sec } 180^\circ = \frac{d}{x} = \frac{x}{x} = -1$$

$$\text{CSC } 180^\circ = \frac{d}{y} = \frac{d}{0} = \infty$$

Funciones de 270°

El ángulo de 270° se genera cuando la línea terminal ha girado tres cuartos de circunferencia y termina sobre el eje vertical, en la región de las ordenadas negativas, donde la ordenada tendrá la misma magnitud que la distancia, pero signo contrario.



abcisa = $x = 0$
 ordenada = $-y$
 distancia = $d = y$

$$\text{Sen } 270^\circ = \frac{-y}{d} = \frac{-y}{y} = -1$$

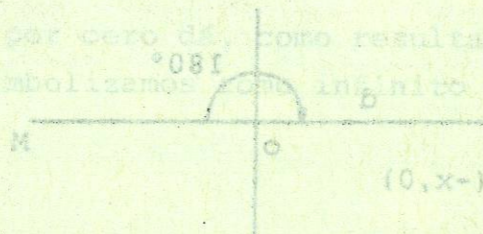
$$\text{Cos } 270^\circ = \frac{x}{d} = \frac{0}{d} = 0$$

$$\text{Tan } 270^\circ = \frac{-y}{x} = \frac{-y}{0} = \infty$$

$$\text{CTG } 270^\circ = \frac{x}{-y} = \frac{0}{-y} = 0$$

$$\text{SEC } 270^\circ = \frac{d}{x} = \frac{d}{0} = \infty$$

$$\text{CSC } 270^\circ = \frac{d}{-y} = \frac{y}{-y} = -1$$



FUNCIONES TRIGONOMETRICAS DE LOS ANGULOS:

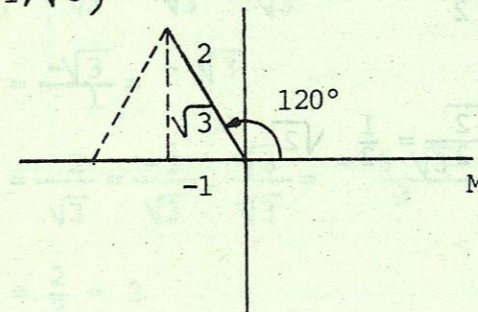
120°; 135°; 150°; 210°; 225°; 240°; 300°; 315°; 330°.

Estos ángulos son de especial interés por ser múltiplos - ya sea del ángulo 45° ó de los ángulos 30° y 60° y los valores de las funciones trigonométricas de los mismos, son iguales en magnitud mas no en signo de los de 45°, 30° y 60°.

a) Funciones de 120°.

Para encontrar el valor de las funciones de este ángulo - usamos los valores ya conocidos del ángulo 30° ó 60°.

P (-1, √3)



Abcisa = -1
 ordenada = $\sqrt{3}$
 Distancia = 2

$$\text{Sen } 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{CSC } 120^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

$$\text{Cos } 120^\circ = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Tan } 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$$

$$\text{CTG } 120^\circ = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$\text{SEC } 120^\circ = \frac{2}{-1} = -2$$