

$$\cos A = 0.531704$$

Entonces, por lo tanto:

$$A = \cos^{-1} (.53170)$$

$$A = 57^\circ 52' 45''$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{(2.51)^2 + (2.33)^2 - (2.79)^2}{2(2.51)(2.33)}$$

$$\cos B = .33726$$

$$B = \cos^{-1} (.33626)$$

$$B = 70^\circ 17' 24'' 4''$$

Para calcular el ángulo C, tenemos:

$$A+B+C = 180^\circ$$

$$C = 180^\circ - A - B$$

$$C = 51^\circ 49' 51''$$

EJERCICIO

Encuentra las partes faltantes del triángulo en cuestión, dados los siguientes datos.

- | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------------|
| 1) a = 2 | b = 3 | c = 4 | |
| 2) a = 5 | b = 7 | c = 6 | |
| 3) a = 10 | b = 9 | c = 8 | |
| 4) a = 5.6 | b = 4.3 | c = 4.9 | |
| 5) a = .85 | b = .93 | c = .78 | |
| 6) a = 61.3 | b = 84.7 | c = 47.6 | |
| 7) a = 705 | b = 562 | c = 639 | Hallar <u>A</u> |
| 8) a = 0.291 | b = .0184 | c = .0358 | Hallar <u>B</u> |
| 9) a = 3019 | b = 6731 | c = 4228 | Hallar <u>C</u> |

Caso IV. - Dados dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos. Por ejemplo:

$$a = 52.1; \quad b = 61.2$$

y el ángulo $A = 31^\circ 26'$

Hallar: B, C y c

Para calcular el ángulo B.

Usaremos la ley de los senos: $\frac{a}{b} = \frac{\text{Sen } A}{\text{Sen } B}$

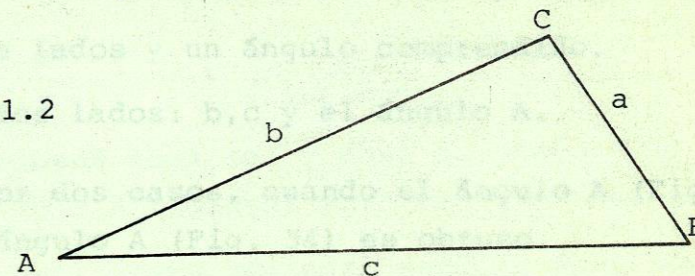
Despejando Sen B, resulta:

$$\text{Sen } B = \frac{b \text{ Sen } A}{a}$$

Sustituyendo valores:

$$\text{Sen } B = \frac{(61.2) \text{ Sen}(31^\circ 26')}{52.1}$$

$$\text{Sen } B = \frac{(61.2) (.52151)}{52.1}$$



$$\text{Sen } B = \frac{(61.2) (.52151)}{52.1}$$

$$\text{Sen } B = 0.61256$$

Entonces:

$$B = \text{Sen}^{-1} (0.61256)$$

$$B = 37^\circ 46' 28''$$

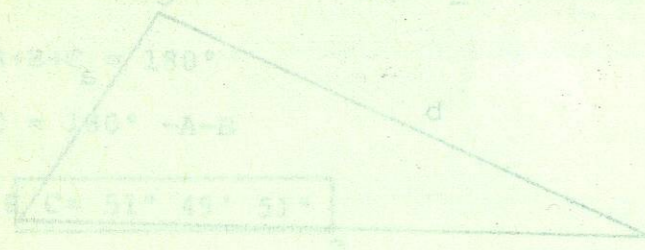
Tenemos que:

$$A+B+C = 180^\circ$$

$$\text{Entonces: } C = 180^\circ - A - B$$

$$C = 180^\circ - 31^\circ 36' - 37^\circ 46' 28''$$

$$C = 110^\circ 37' 32''$$



$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

EJERCICIO

Resolver los siguientes triángulos; según los datos que se te dan:

- 1) Dado $a = 5.98$, $b = 3.59$ $A = 62^\circ 50'$
- 2) Dado $b = 74.1$ $c = 64.2$ $C = 27^\circ 18'$
- 3) Dado $b = .2237$, $c = .0982$ $D = 108^\circ$
- 4) Dado $a = 4.254$, $c = 4.536$, $C = 37^\circ 9'$
- 5) Dado $a = .2789$, $b = .2271$, $B = 65^\circ 38'$
- 6) Dado $a = 60.935$, $c = 76097$, $A = 133^\circ 41'$
- 7) Dado $b = 74.8067$ $c = 98.7385$ $C = 81^\circ 47'$
- 8) Dado $a = 9.51987$ $c = 11$, $A = 59^\circ 96'$
- 9) Dado $b = 4.521$ $c = 5.03$, $B = 40^\circ 32' 7''$
- 10) Dado $a = 186.82$ $b = 394.2$ $B = 114^\circ 29' 51''$

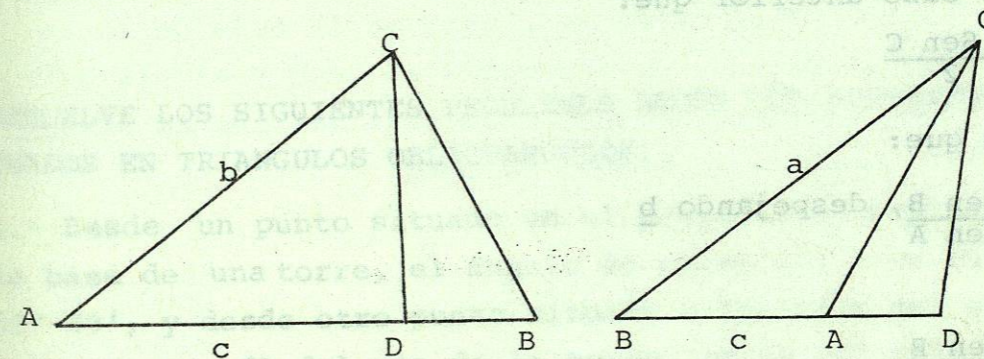
FORMULAS PARA DETERMINAR EL AREA DE UN TRIANGULO OBICUANGULO.

Para esto analizaremos los siguientes casos:

Caso I. - Cuando se dan dos lados y un ángulo comprendido.

Analizemos cuando se dan dos lados: b, c y el ángulo A .

Para esto tendremos dos casos, cuando el ángulo A (Fig. 53) es agudo y cuando el ángulo A (Fig. 54) es obtuso.



Tracemos en ambos triángulos una perpendicular CD al lado AB .

Representaremos con la letra k el área del triángulo.

El área de un triángulo es igual al producto de la base por la altura del triángulo entre dos. 79

Por lo tanto en cada triángulo tenemos que:

$$K = \frac{C \times CD}{2}$$

Pero observando en la Fig. 53 encontramos que:

$$CD = b \text{ Sen } A \text{ y en la Fig. 54 } CD = b \text{ Sen } CAD$$

Analizando el ángulo: C A D tenemos que es igual a: $(180^\circ - A)$

Por lo tanto:

$$CD = b \text{ Sen } (180^\circ - A) = b \text{ Sen } A$$

Luego en ambas figuras:

$$CD = b \text{ Sen } A$$

Por lo tanto:

$$K = bc \text{ Sen } A$$

y de igual forma:

$$K = \frac{ca \text{ Sen } B}{2}$$

$$K = \frac{ab \text{ Sen } C}{2}$$

Caso II. - Dado un lado y los tres ángulos. Por ejemplo cuando se dan el lado a y los tres ángulos: A, B, C .

Tenemos para el caso anterior que:

$$K = \frac{ab \text{ Sen } C}{2}$$

también sabemos que:

$$\frac{b}{a} = \frac{\text{Sen } B}{\text{Sen } A}, \text{ despejando } b$$

Tenemos:

$$b = \frac{a \text{ Sen } B}{\text{Sen } A}$$

Por lo tanto:

$$K = \frac{a}{2} \times \frac{a \text{ Sen } B \times \text{Sen } C}{\text{Sen } A}$$

$$K = \frac{a^2 \text{ Sen } B \text{ Sen } C}{2 \text{ Sen } A}$$

Del mismo modo, tenemos:

$$K = \frac{b^2 \text{ Sen } C \text{ Sen } A}{2 \text{ Sen } B}$$

y

$$K = \frac{c^2 \text{ Sen } A \text{ Sen } B}{2 \text{ Sen } C}$$

EJERCICIO

Encuentre el área de los siguientes triángulos, a partir de los datos que se le dan:

- 1) Dado $b = 6.074$, $A = 70^\circ 39'$ $B = 56^\circ 23'$
- 2) Dado $b = 761.86$, $A = 526.02$ $A = 124^\circ 6' 13''$
- 3) Dado $a = 97$, $b = 83$ $C = 71$
- 4) Dado $a = 1.9375$ $A = 43^\circ 18'$ $B = 29^\circ 47' 36''$
- 5) Dado $b = .43592$ $A = 62^\circ 40' 8''$ $C = 54^\circ 32' 25''$
- 6) Dado $a = 39.5$ $b = 44.8$ $C = 52.3$
- 7) Dado $c = .804639$ $c = .357173$ $B = 18^\circ 11' 49''$
- 8) Dado $c = 95.86157$ $B = 115^\circ 24' 52''$ $C = 32^\circ 57' 21''$
- 9) Dado $a = 02409481$ $b = 0.2763834$ $C = 81^\circ 9' 34''$
- 10) Dado $a = 7.825$ $b = 6.592$ $C = 9.643$

NOTA: En cada uno de los ejercicios de las páginas (111, 114, 115 y 117).

RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS SEGUN LOS DISTINTOS CASOS ESTUDIADOS EN TRIANGULOS OBLICUANGULOS.

1.- Desde un punto situado en el plano horizontal que pasa por la base de una torre, el ángulo de elevación a su cúspide es de $52^\circ 39'$, y desde otro punto situado a 100 pies del anterior y más distante que él del pie de la torre, es de $35^\circ 16'$. Hallar la altura de la torre y las distancias a ella desde cada una de los puntos de observación.

2.- Un lado de un paralelogramo es 56, y los ángulos comprendidos entre este lado y los diagonales son: $31^{\circ} 14'$ y $45^{\circ} 37'$.

Hállense todos los lados del paralelogramo.

3.- En un campo ABCD, los lados AB, y Da miden 155, 336, 252, y - 105 varas respectivamente, y la diagonal AC, 311 varas. Hállese el área del campo.

4.- El área de un triángulo es 1356, y dos de sus dos 53 y 69. -- Hállese el ángulo comprendido entre ellos.

5.- Desde la cima de un farallón, los ángulos de depresión a dos postes situados en un plano más bajo, en línea con el observador y distante uno del otro 1000 pies, son $27^{\circ} 40'$ y $9^{\circ} 33'$ respectivamente. Hállese la altura del farallón sobre el plano que ocupan los postes.

6.- Para encontrar la distancia de un objeto inaccesible. A, desde una posición B, mide una línea BC de 208.3 pies de largo.

Mido los ángulos ABC y ACB y halló que son de $126^{\circ} 35'$ y $31^{\circ} 48'$ respectivamente. Hállase la distancia AB.

7.- Las diagonales de un paralelogramo miden 81 y 106, y el ángulo formado por ellas es de $29^{\circ} 18'$.

Hallar los lados y ángulos del paralelogramo.

7.- Un asta de bandera de 40 pies de altura está situada en lo alto de una torre. Desde un punto situado cerca de la base de la torre se observa que los ángulos de elevación al tope y al pie del asta, son de $38^{\circ} 53'$ y $20^{\circ} 18'$ respectivamente. Hállase la distancia del punto de la torre y la altura de ésta.

OBJETIVO PARTICULAR
UNIDAD II

GEOMETRIA ANALITICA

Al término de esta unidad se aplicarán los conceptos de secciones cónicas, en la solución de problemas sencillos.

$$K = \frac{a}{2} \times \frac{b \operatorname{Sen} B \times \operatorname{Sen} C}{\operatorname{Sen} A}$$

$$K = \frac{a^2 \operatorname{Sen} B \operatorname{Sen} C}{2 \operatorname{Sen} A}$$