ahora hagamos $\overline{PA} = \overline{PB}$

$$\left(\sqrt{(x-9)^2+(y-3)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x-3)+(y-7)^2}\right)^2$$

$$(x-9)^2+(y-3)^2 = (x-3)^2+(y-7)^2$$

$$x^2-18x+81+y^2-6y+9 = x^2-6x+9\ y^2-14y+49$$

$$\cancel{x^2}-18x+81+\cancel{y^2}-6y+\cancel{9}-\cancel{x^2}+6x-\cancel{9}-\cancel{y^2}+14y-49$$

$$-12x+8y+32 =$$

OBTENIENDO

$-12x+8y+32=0$ sacando partes

$\underline{-3x+2y+8=0}$

A continuación tomamos la distancia $\overline{PA} = \overline{PC}$ efectuamos la misma operación anterior.

$$\left(\sqrt{(x-9)^2+(y-3)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x+2)^2+y-6)^2}\right)^2$$

$$x^2-18x+81+y^2-6y+9 = x^2+4x+4+y^2-12y+36$$

$$\cancel{x^2}-18x+81+\cancel{y^2}-6y+9 = \cancel{x^2}-4x-4-\cancel{y^2}+12y-36=0$$

22

$$-20x+6y+50=0$$

$$-11X+3y+25=0$$

Formemos el sistema.

$$-3x+2y+8=0$$

$$-11x+3y+25=0$$

Y resolvamos para encontrar $\underline{x}$ e $\underline{y}$.

$$(-3x+2y+8=0)\ (3) \qquad -9x+\cancel{6y}=24=0$$

$$(-11x+3y+25=0)\ (-2) \qquad \underline{+22x-\cancel{6y}-50=0}$$

$$13x-0-26=0$$

$$13x-26=0 \qquad -3\ (2)+2y+8=0$$

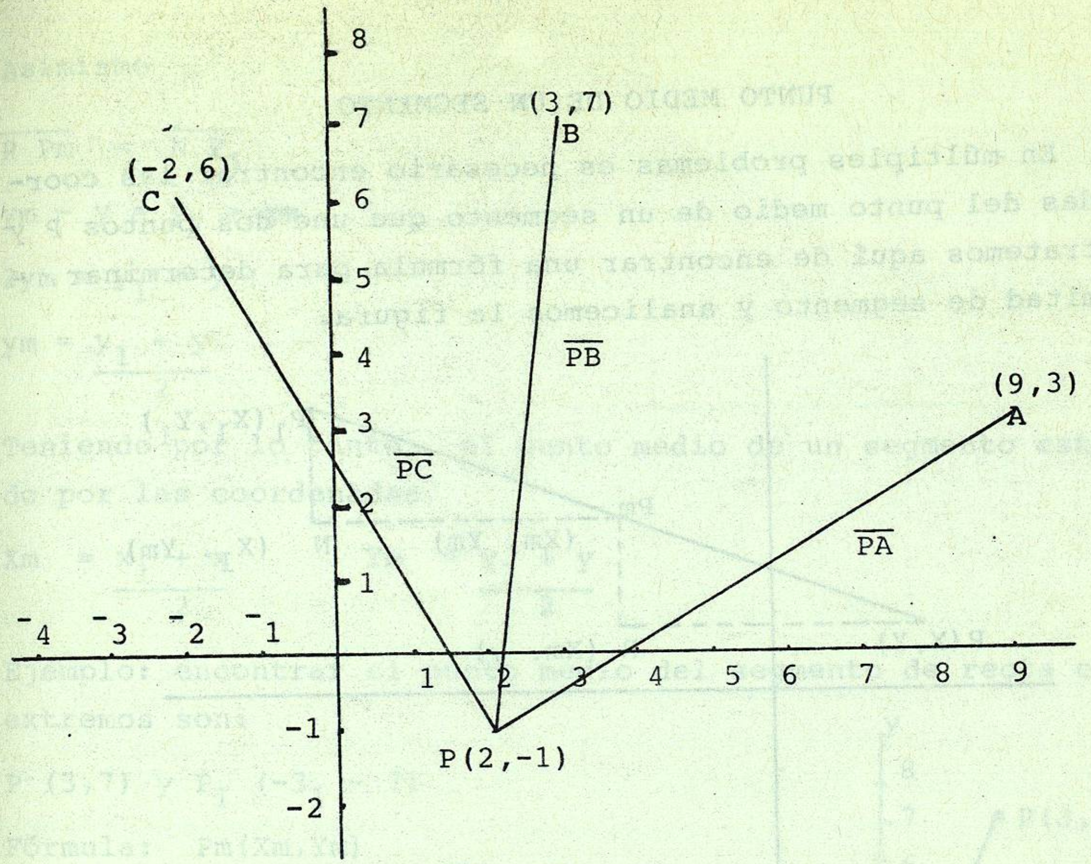
$$x=26/13 \qquad -6+2y+8=0$$

$$x=2 \qquad 2y+2=0$$

$$y={}^-2/2$$

$$y=-1$$

Las coordenadas del punto $\underline{P}$. (x,y) son (2, - 1) veamos la figura en la siguiente página.



$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$

Ejemplo: Determine si los puntos A(3,7) B(5,5), $C(^-2,0)$ son los vértices de un triángulo equilatero.

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-3)^2 + [\ ({}^-5) + (7)^2\ ]}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{148}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{[({}^-2)-3]^2+(0-7)^2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{74}$$

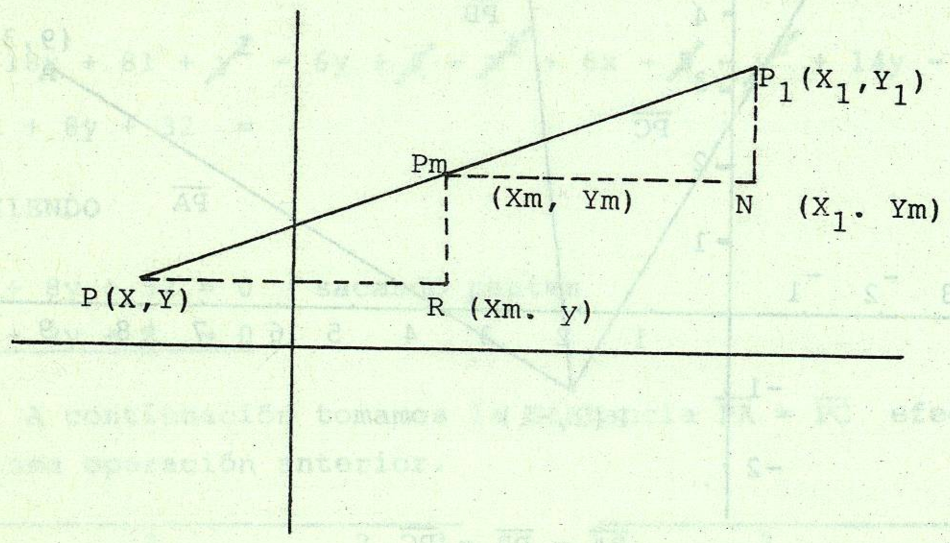
$$\overline{BC} = \sqrt{[(-2)-5]^2+(0+5)^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{74}$$

RESPUESTA: Un triángulo equilatero debe tener sus tres lados iguales por lo tanto este no es triángulo equilatero.

PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

En múltiples problemas es necesario encontrar las coordenadas del punto medio de un segmento que une dos puntos P y P_1, tratemos aquí de encontrar una fórmula para determinar esa mitad de segmento y analicemos la figura.



Supongamos que P y P_1, son extremos de un segmento de recta que Pm es el punto medio, formemos dos triángulos rectángulos y encontremos la coordenada de R y N: y así tendremos.

$\overline{P.\,R} = \overline{PmN}$ y $\overline{P.Pm} = \overline{Pm\,P_1}$

y ahora.

$\overline{P.R} = xm - x$

$\overline{PmN} = x_1 - xm$

$xm - x = x_1 - xm$

$2xm = x_1 + x$

$\therefore\ xm = \underline{x_1 + x}$

Asimismo

$\overline{R\,Pm} = \overline{N\,P_1}$

$ym - y = y_1 - ym$

$2ym = y_1 + y$

$ym = \dfrac{y_1 + y}{2}$

Teniendo por lo tanto el punto medio de un segmento está dado por las coordenadas.

$Xm = \dfrac{x_1 + x}{2}$ $\qquad Ym = \dfrac{y_1 + y}{2}$

Ejemplo: encontrar el punto medio del segmento de recta cuyos extremos son:

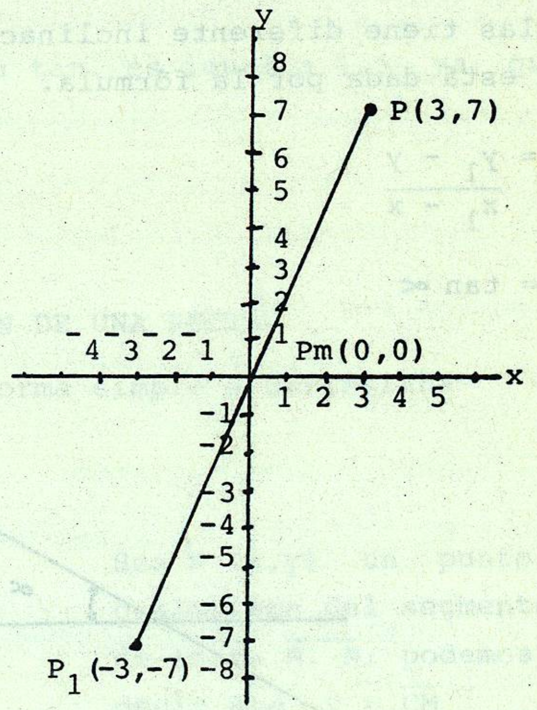
P (3,7) y P_1 $(-3_1 - 7)$

Fórmula: Pm(Xm,Ym)

$Xm = \dfrac{3 + (-3)}{2}$ $\qquad Ym = \dfrac{7 + (-7)}{2}$

$Xm = 0$ $\qquad Ym = 0$

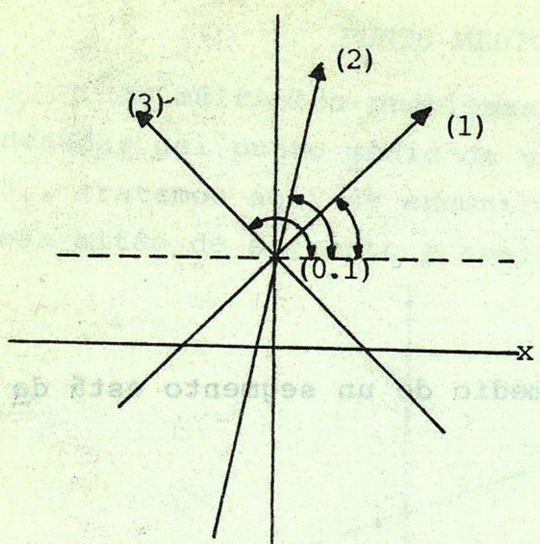
RESULTADO (0,0)



PENDIENTE DE LA RECTA

Se entiende por pendiente de una recta el ángulo formado por la inclinación de dicha recta con la dirección positiva del eje de las x., (la pendiente es un número, la inclinación es un ángulo).

Grafiquemos las siguientes rectas.



$y = x + 1$ (1)

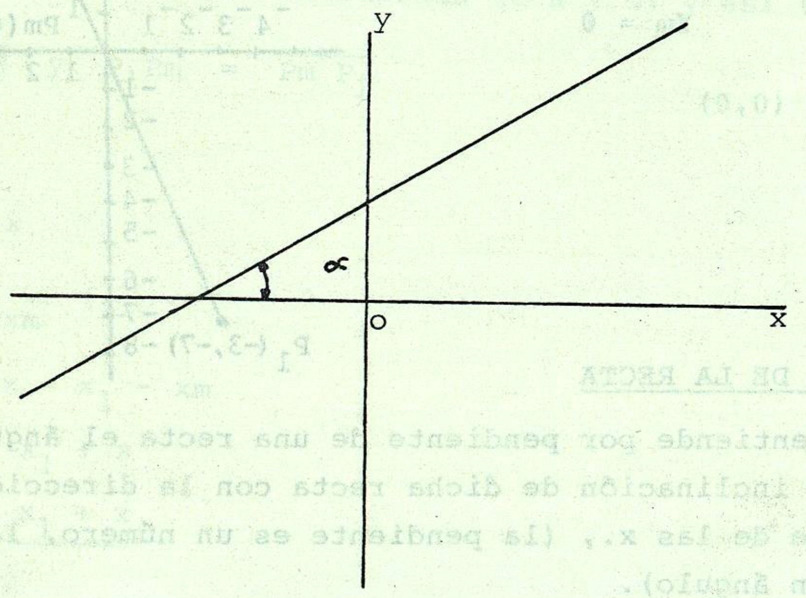
$y = 2x + 1$ (2)

$y = -x + 1$ (3)

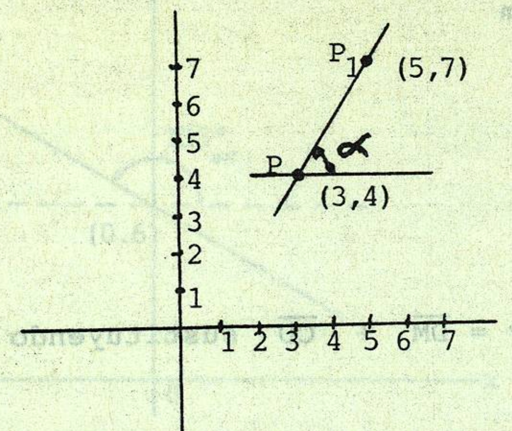
Todas pasan por el mismo punto (0,1) pero cada una de - ellas tiene diferente inclinación, la pendiente m de una recta está dada por la fórmula.

$$m = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$$

$$m = \tan \alpha$$



Ejemplos: Encontrar la pendiente de la recta que pasa - por los puntos P (3,4) y P_1 (5,7).



$$m = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$$

$$m = \frac{7 - 4}{5 - 3} = 3/2$$

$$m = 1.5$$

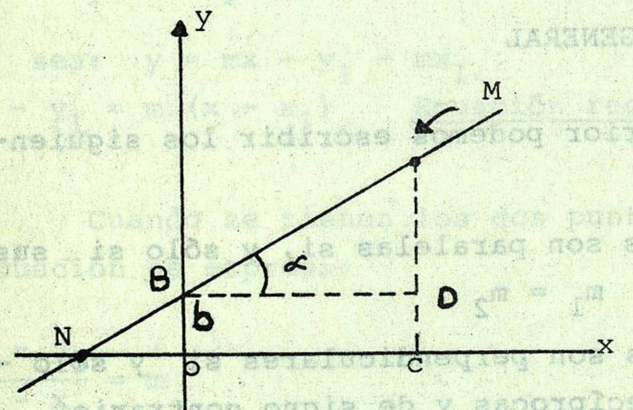
Ahora buscamos el $\measuredangle$ cuya tan. es igual a 1.5 ya que $m = \tan \alpha$

$\therefore \measuredangle = 56.30°$

$m = 1.5$

DIFERENTES FORMAS DE LA ECUACION DE UNA RECTA.

Ecuación de la recta en forma simple o cartesiana



Sea M (x,y) un punto cualquiera del segmento de recta M. N; podemos decir que $y = \overline{CM}$

$\overline{CM} = \overline{CD} + \overline{DM}$

ó

$\overline{CD} = \overline{OB} = b$

También podemos decir que

$$\frac{\overline{DM}}{\overline{BD}} = \tan\alpha$$

y, como $\tan\alpha = m$

$$\frac{\overline{DM}}{\overline{BD}} = m$$

como $\overline{BD} = x$

entonces $\overline{DM} = mx$

O sea que teniendo $y = \overline{DM} + \overline{CD}$ sustituyendo por sus equivalentes tenemos:

$\underline{y = mx + b}$ __Forma simplificada o cartesiana de la Ecuación - de una recta.__
__Siendo b la ordenada en el origen.__

Otra forma de la ecuación, la podemos derivar de la misma sustituyendo los valores de $m = \frac{A}{B}$ y $b = -\frac{C}{B}$

tenemos entonces

$$y = -\frac{A}{B}x + \left(\frac{C}{B}\right)$$

ordenando y simplificando

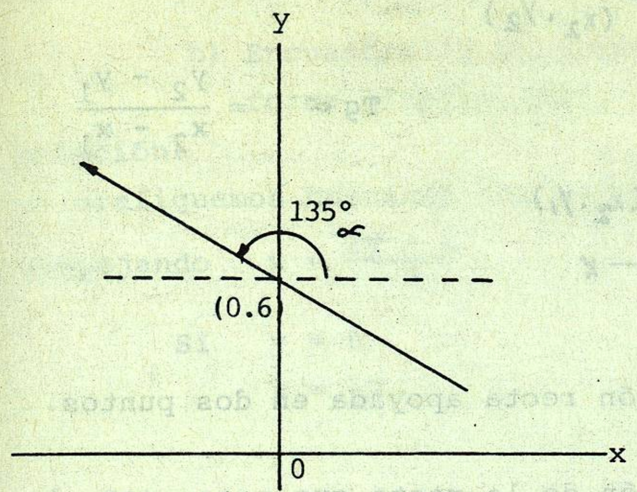
$\underline{Ax + By + C = 0}$ FORMA GENERAL

Debido a todo lo anterior podemos escribir los siguientes teoremas:

1.- Dos rectas no verticales son paralelas si, y sólo si sus pendientes son iguales. $m_1 = m_2$

2.- Dos rectas no verticales son perpendiculares si y sólo - si sus pendientes son recíprocas y de signo contrario.

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad ó \quad m_1 = \frac{-1}{m_2}$$



Tan 135° $= -1$

$m = \tan\alpha$

$m = -1$

$\therefore b = 6$

ec. $y = -x + 6$

ECUACION DE LA RECTA APOYADA EN UN PUNTO.

Encontraremos la ecuación de una recta con pendiente $\underline{m}$ que pasa por el punto $P_1\ (x_1, y_1)$.

La ecuación pedida es de la forma simplificada o sea - $y = mx + b$.

Como P_1, es un punto de la recta se tiene:

$$y_1 = mx_1 + b$$

$$b = y_1 - mx_1$$

o sea: $y = mx + y_1 - mx_1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ __Ecuación recta apoyada en un punto__ (Fórmula)

Cuando se tienen los dos puntos A $(x_1 y_1)$, B $(x_2 - y_2)$ la ecuación se expresa:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$