

Determinación de todos los Elementos de una Parábola a partir de su Ecuación.

En los siguientes ejemplos los elementos a determinar son:

- Vértice
- Coordenadas del Foco
- Directriz
- Longitud del Lado Recto
- Gráfica de la Ecuación

Ejemplo 1. Determinar los elementos de la Parábola $y^2 - 16x = 0$

Solución: La Parábola $y^2 = 16x$ se abre hacia la derecha y es la forma $y^2 = 4px$.

El vértice es (0,0)

Las Coordenadas del Foco: (p,0) para calcular "p" sabemos que:

$$4p = 16$$

$$p = \frac{16}{4}$$

$$p = 4$$

Entonces el foco es: (4,0)

La directriz es $x = -p$

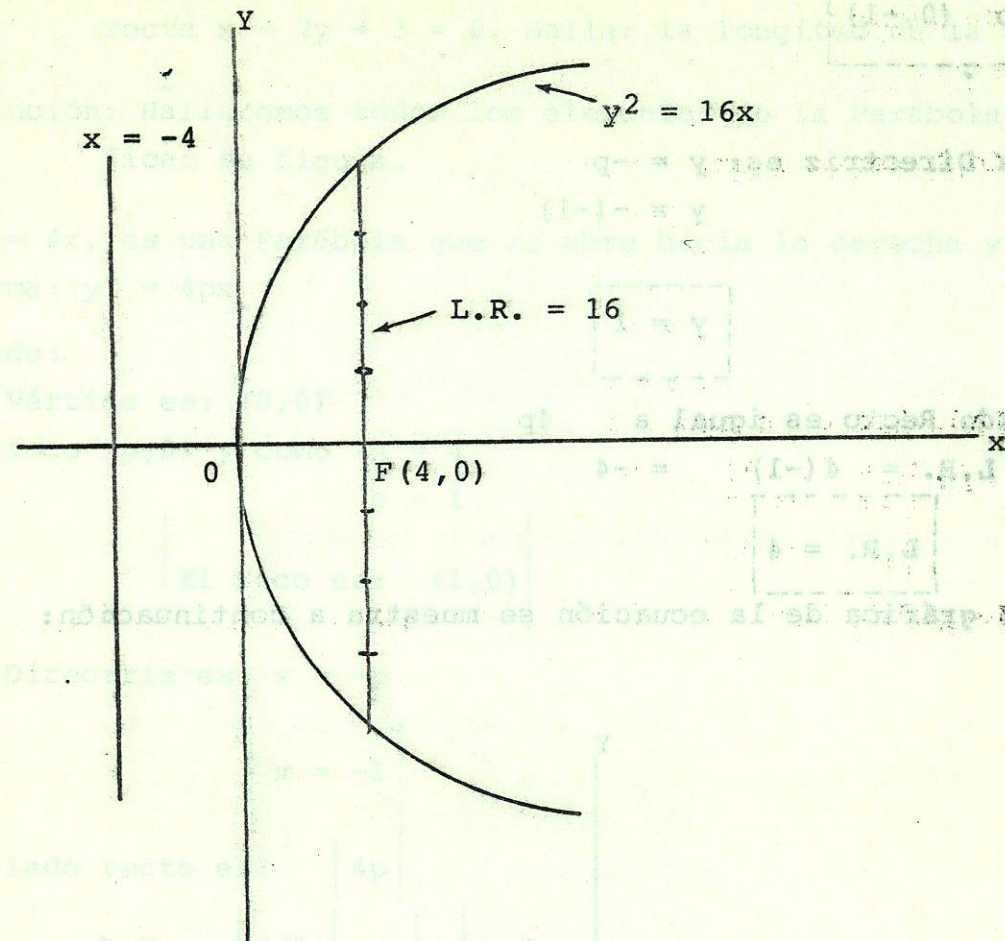
directriz: $x = -4$

Longitud del Lado Recto = $|4p|$

$$\text{L.R.} = |4(4)|$$

L.R. = 16

La gráfica se muestra en la siguiente figura.



Ejemplo 2. Determinar todos los elementos de la Parábola $x^2 = -4y$

Solución: La Parábola $x^2 = -4y$ es de la forma:

$x^2 = 4py$, y se abre hacia abajo.

Vértice: (0,0)

Coordenadas del Foco (0,p)

Para calcular "p" tenemos:

$$4p = -4$$

p = -1

Foco (0,-1)

La Directriz es: $y = -p$
 $y = -(-1)$

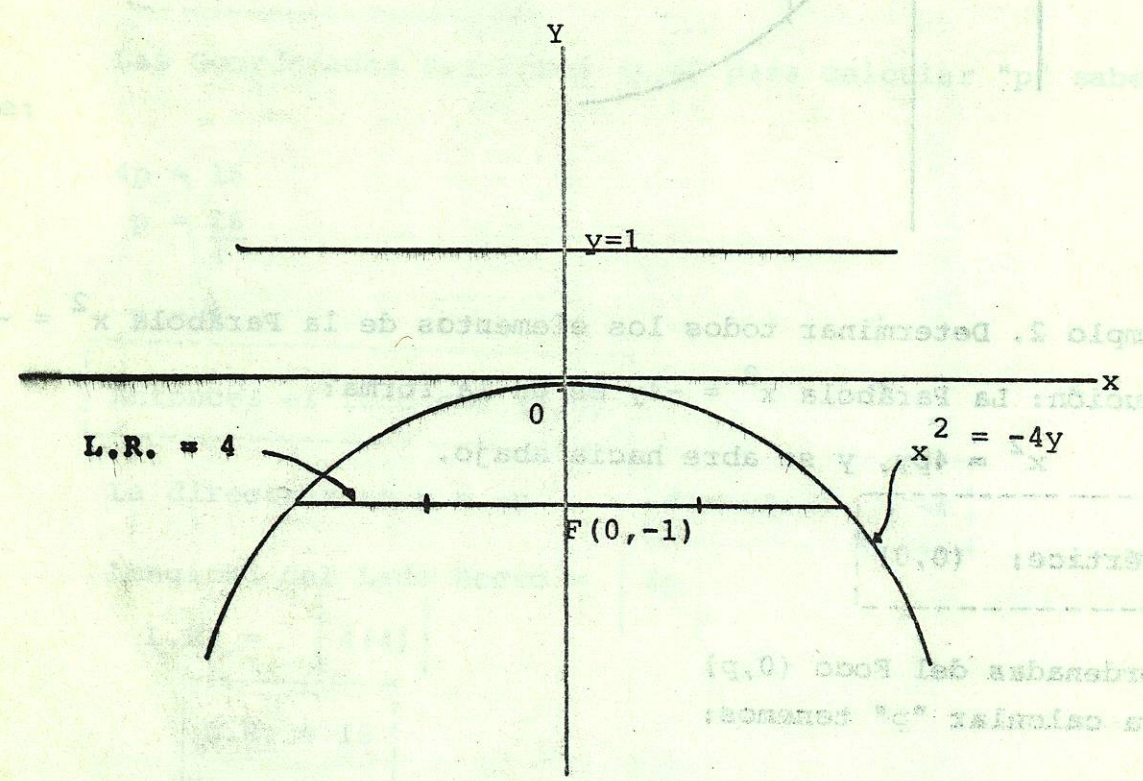
$y = 1$

Lado Recto es igual a $4p$

L.R. = $4(-1) = -4$

L.R. = 4

La gráfica de la ecuación se muestra a continuación:



Ejemplo 3. Una cuerda de la Parábola $y^2 = 4x$ es un segmento de la recta $x - 2y + 3 = 0$. Hallar la longitud de la cuerda.

Solución: Hallaremos todos los elementos de la Parábola para graficar su figura.

$y^2 = 4x$, es una Parábola que se abre hacia la derecha y es de la forma: $y^2 = 4px$

Donde:

El Vértice es: (0,0)

El foco (p,0) y como $4p = 4$

$p = 1$

El Foco es: (1,0)

La Directriz es: $x = -p$

$x = -1$

El lado recto es: $4p$

L.R. = $4(1) = 4$

L.R. = 4

Luego, como la cuerda une dos puntos de la Parábola, que también pertenecen a la ecuación de la Recta dada, se establece un sistema de ecuaciones cuya solución dará dos parejas de valores que son las coordenadas de los puntos extremos de la cuerda de la Parábola.

Sistema $\left\{ \begin{array}{l} y^2 - 4x = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Parábola} \\ \text{Recta} \end{array}$

Este sistema se resuelve por algún método apropiado.

$$x = 2y - 3 \quad \text{Sustituyendo}$$

$$y^2 - 4(2y-3) = 0$$

$$y^2 - 8y + 12 = 0$$

$$(y - 6)(y - 2) = 0$$

$$y = 6 \quad y = 2$$

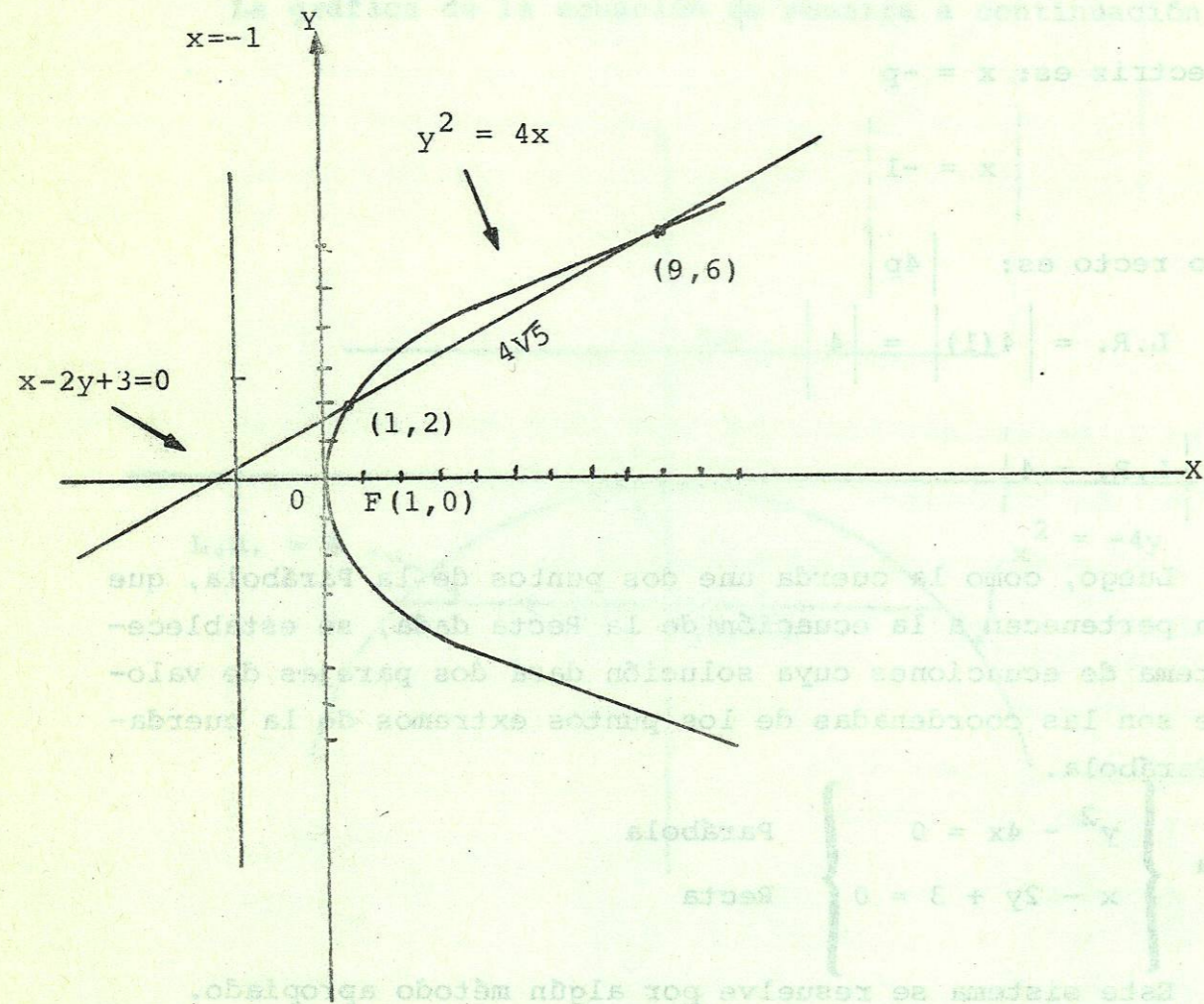
$$x = 2y - 3 \quad x = 2y - 3$$

$$x = 2(6) - 3 \quad x = 2(2) - 3$$

$$x = 9 \quad x = 1$$

Solución: (9,6), (1,2)

Luego gráficamente la Parábola y la Recta.



La distancia entre (1,2) y (9,6) es la longitud de la cuerda buscada.

$$\begin{aligned} \text{Distancia} &= \sqrt{(9-1)^2 + (6-2)^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} \\ \text{Distancia} &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

EJERCICIO I

1.- Hallar la ecuación de la Parábola cuyo vértice está en el origen y su Foco el punto (0,-2).

$$\text{Distancia} = \sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2}$$

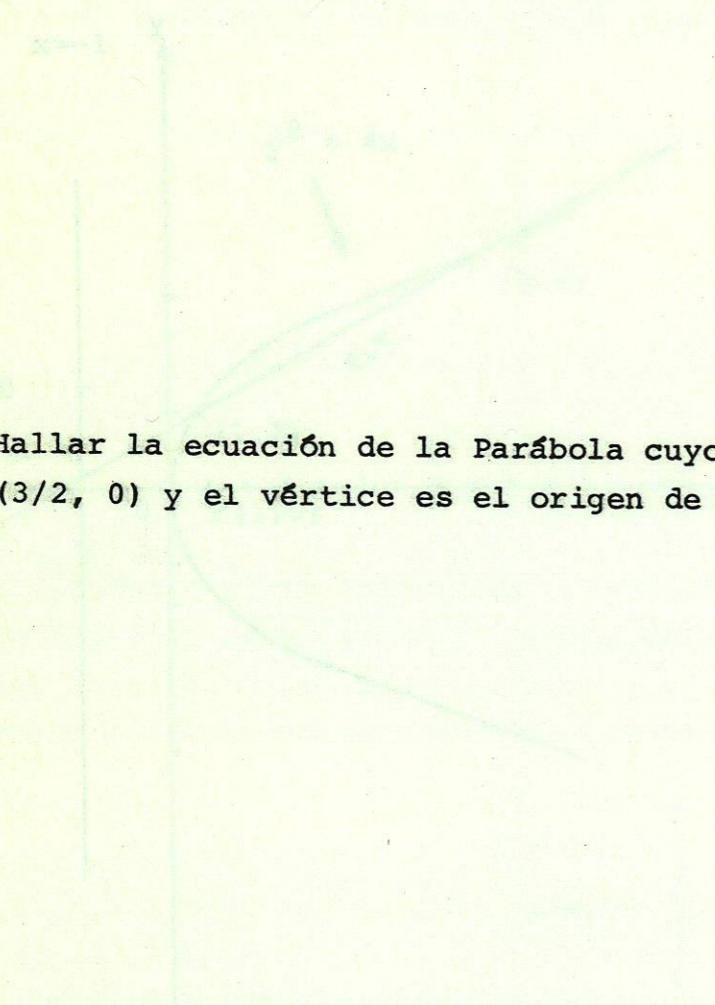
$$= \sqrt{x^2 + (y+2)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 4y + 4}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 4y + 4}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 4y + 4}$$

Longitud de la parábola y la recta.



2.- Hallar la ecuación de la Parábola cuyo Foco es el punto (3/2, 0) y el vértice es el origen de coordenadas.

En los ejercicios del 3 al 6 hallar la ecuación de la Parábola cuyo vértice está en el origen de coordenadas sabiendo que:

3.- La Parábola es Simétrica con respecto al eje "x" y pasa por el punto A(9,6).

4.- La Parábola es Simétrica con respecto al eje "x" y pasa por el punto B(-1,3).

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

5.- La Parábola es Simétrica con respecto al eje "y" y pasa por el punto C(1,1).

6.- La Parábola es Simétrica con respecto al eje "y" y pasa por el punto D(4,-8).

7.- Hallar la ecuación de la Parábola cuyo Foco es (-6,0) y su Directriz es $x = 6$.

8.- Hallar la ecuación de la Parábola cuyo Foco es (0,3) y su Directriz es $y = -3$.

9.- Hallar la ecuación de la Parábola de vértice en el origen y -
Directriz la Recta $x + 5 = 0$.

10.- Una Parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje "y" y pasa por el punto (4,-2). Hallar la ecuación de la Parábola, las coordenadas de su Foco, la ecuación de la Directriz y la longitud de su Lado Recto trazar la gráfica correspondiente.

EJERCICIO II

Hallar las coordenadas del vértice, coordenadas del Foco, ecuación de la Directriz, longitud del lado recto y la gráfica de cada una de las Parábolas que se dan en los ejercicios del 1 al 6.

1) $y^2 = 24x$

2) $x^2 = 16y$

3) $x^2 + 2y = 0$

4) $y^2 + 8x = 0$

Analizar las coordenadas del vértice, coordenadas del foco, ecuación de la Directriz, longitud del lado recto y la gráfica de cada una de las Parábolas que se dan en los ejercicios del 1 al 6.

$y^2 = -8x$

5) $x^2 = 5y$

$x^2 = 5y$

10. Una Parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje "y" y pasa por el punto (2, -3). Hallar la ecuación de la Parábola, las coordenadas del foco, la ecuación de la Directriz y la longitud del lado recto trazar la gráfica correspondiente.

6) $4y^2 = -5x$

$4y^2 = -5x$

7) Hallar los puntos de intersección de la recta: $x + y - 3 = 0$ y la Parábola: $x^2 = 4y$. Trazar una Figura.

8) Hallar los puntos de intersección de la recta: $3x + 4y - 12 = 0$ y la Parábola: $y^2 = -9x$.

CAPILLA ALFONSO
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA