

PROBLEMAS
SECCION 2.5

A.- Grafique las siguientes ecuaciones, diciendo

- a) Cual es su pendiente en el punto de abscisa 1.
- b) Cual es su pendiente en el punto de abscisa -2.
- c) En qué intervalos la curva crece.
- d) En qué intervalos la curva decrece.
- e) Cuáles son sus puntos máximos.
- f) Cuáles son sus puntos mínimos.
- g) En qué intervalos la curva es cóncava.
- h) En qué intervalos la curva es convexa.
- i) Cuáles son sus puntos de inflexión.
- j) Para qué puntos la curva no está definida.
- k) Para qué abscisas hay discontinuidad:

1) $y = x^2 - x - 6$

2) $y = x^3 - x$

3) $a = p^4 - 1$

4) $b = g^3 - g^2 - 2g$

5) $y^2 = x^3 - 8$

6) $h = \frac{3}{5-k}$

7) $h - 5 = \frac{j}{j+2}$

8) $u(f+1) = 2f$

9) $y = 2 \text{ sen } x$

10) $a = \tan x$

11) $b = \cos 2y$

12) $f = \sec u$

13) $k = \cot n$

14) $z = \text{cosec } w$

15) $g = \log x$

16) $h = 2^p$

B.- Conteste las siguientes preguntas:

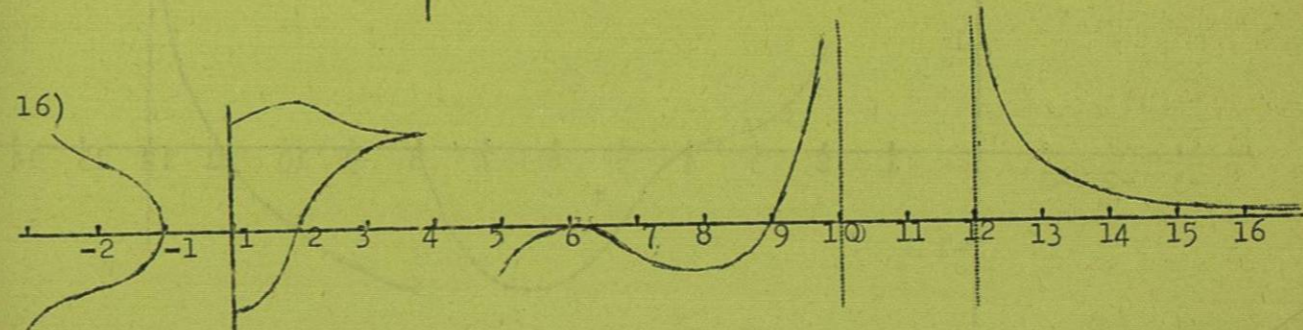
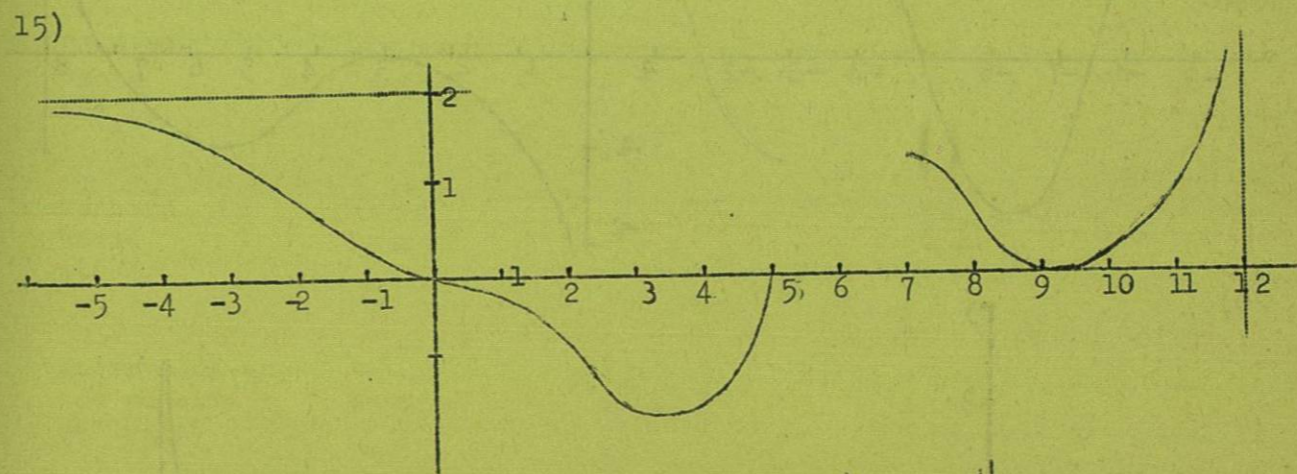
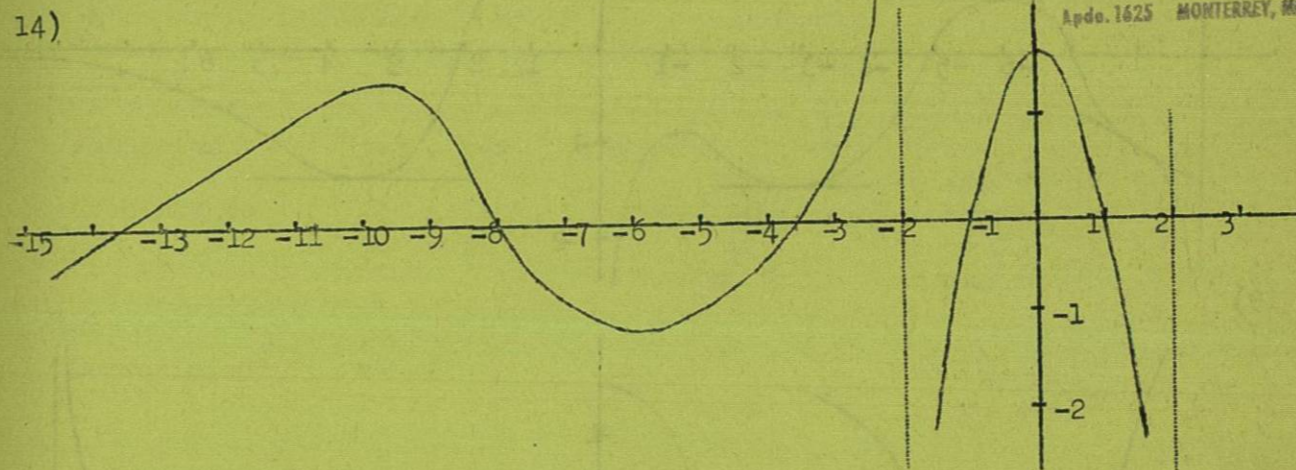
- 1) Defina tangente a una curva en el punto (x,y).
- 2) Defina pendiente de una curva en el punto (x,y).
- 3) ¿Qué diferencia hay entre la tangente y la pendiente?.
- 4) ¿Qué relación hay entre la rapidez de cambio y la pendiente de una curva?
- 5) ¿Qué significa que una curva crece en el punto (x,y)? ¿y decrece?.
- 6) ¿Qué significa que (x,y) es un punto máximo de una curva? ¿y mínimo?.
- 7) ¿Qué significa que una curva es convexa en un punto? ¿y cóncava?.
- 8) Defina punto de inflexión.
- 9) ¿Qué significa que una curva está definida en el intervalo $a < x < b$?.
- 10) ¿Qué es un punto de discontinuidad de una curva?.

- 11) ¿Qué es punto de discontinuidad infinita de una curva?.
- 12) ¿Qué son las asíntotas de una curva?
- 13) ¿Cómo se obtiene el punto de intersección de una curva con su asíntota?

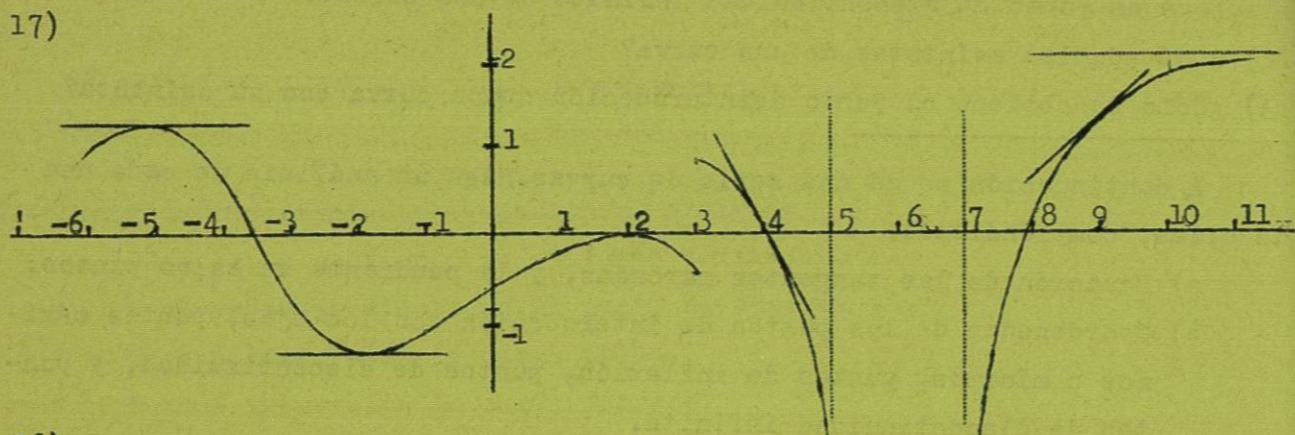
A continuación se dá una serie de curvas. Haga un análisis de cada una de ellas, comprendiendo:

- a) Ecuación de las tangentes marcadas, y la pendiente en tales puntos.
- b) Coordenadas de los puntos de intersección con los ejes, puntos máximos o mínimos, puntos de inflexión, puntos de discontinuidad, y puntos de discontinuidad infinita.
- c) Intervalos en que la curva crece o decrece, en que es cóncava o convexa, y en que no está definida.
- d) Ecuación de las asíntotas.

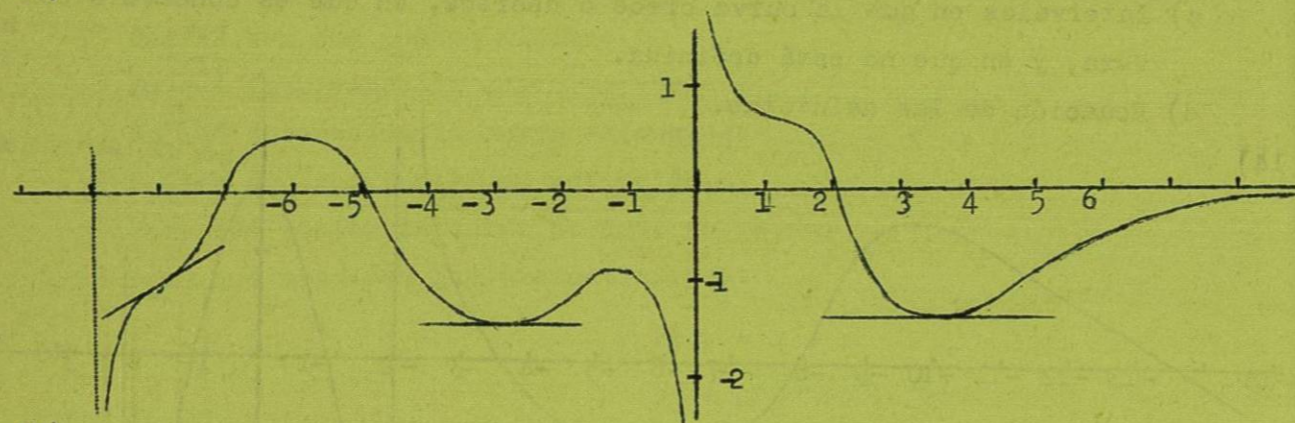
UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
Apdo. 1625 MONTERREY, MEXICO



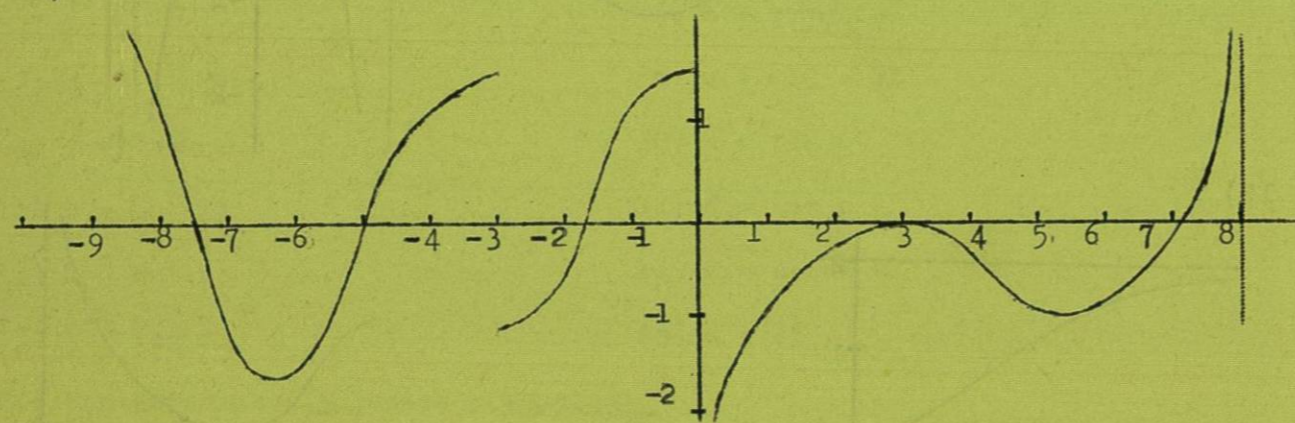
17)



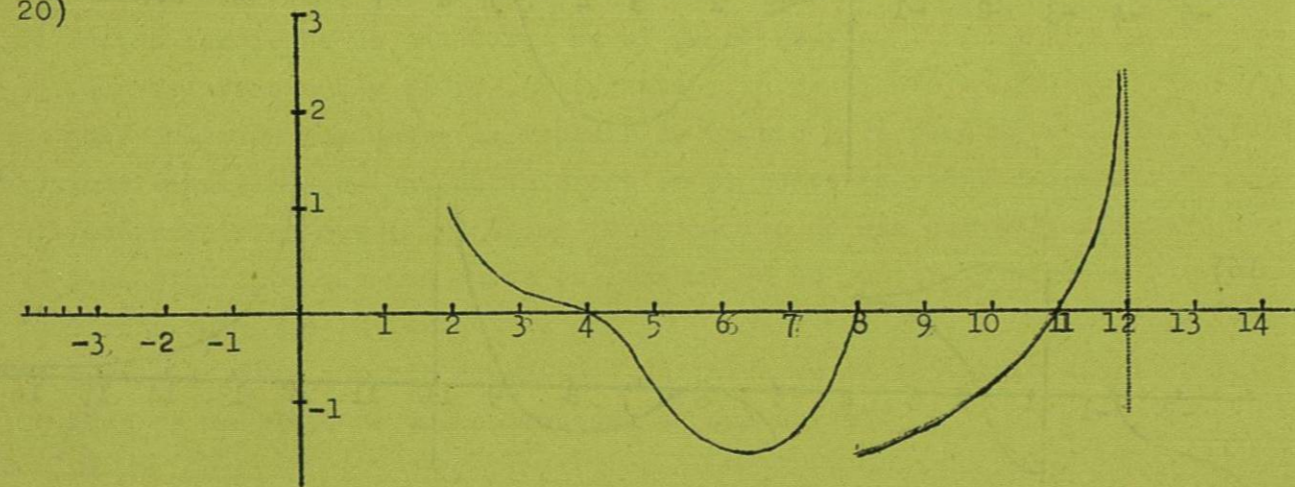
18)



19)



20)



Trazar gráfica aproximada de las curvas con las siguientes propiedades:

	21)	22)	23)
Int. con eje X	$(-4,0)(0,0)$ $(3,0)$	$(-6,0)(-4,0)$ $(-2,0)(3,0)$ $(6,0)$	$(-3.5,0)$
Máximos	$(1,2)$	$(-3,2)(0,1.5)$	$(2,-1)$
Mínimos	$(-2,-3)(3,0)$	$(-5,4)(-2,0)$	$(0,-5)(4,-3)$
Inflexión	$(2,1)(-4,0)$ $(-1,-1)$	$(-4,0)(-1,1)$ $(-2.5,1)$	$(-2,-1)(3,-2)$
Discontinuidad finita		$(1,1)(4,2)$ $(1,-1)$	$(-3,1)(-3,-1)$ $(1,1)(1,-2)$
Discontinuidad infinita	$(4, \infty)$	$(5, \infty)$	
Asíntotas	$y=3, x=4$	$x=5$	
Crecimiento	$-2 < x < 1$ $3 < x < 4$	$-5 < x < -3$ $-2 < x < 0$ $1 < x < 4$	$0 < x < 1$ $1 < x < 2$ $4 < x < 6$
Decrecimiento	$x < -2$ $1 < x < 3$	$-5 < x$ $-3 < x < -2$ $0 < x < 1$ $5 < x$	$-3 < x < 0$ $2 < x < 4$
Cóncava hacia arriba	$-4 < x < 0$ $2 < x < 4$	$-4 < x$ $-2.5 < x < -1$ $1 < x < 4$ $5 < x$	$-2 < x < 1$ $3 < x < 6$
Cóncava hacia abajo	$x < -4$ $0 < x < 2$	$-4 < x < -2.5$ $-1 < x < 1$	$-3 < x < -2$ $1 < x < 3$
Intervalos en que no está definida	$4 < x$	$4 < x < 5$	$x < -3$ $6 < x$

SECCION 2.6

PROBLEMAS

- 1) Dé la definición de un círculo.
- 2) Dé la forma canónica de la ecuación de un círculo, y explique el significado geométrico de los parámetros.

Trace la gráfica de los siguientes círculos, analizando primero cual es el centro, y cual es el radio. Dé los puntos de intersección con los ejes, los puntos máximos o mínimos, puntos de inflexión, puntos de discontinuidad finita o infinita. Dé los intervalos en que la curva crece o decrece, en que es cóncava o convexa, y en los que la curva no está definida. Dé la ecuación de las asíntotas.

- | | |
|---|---|
| 3) $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$ | 4) $(y+2)^2 + (b+3)^2 = 5$ |
| 5) $(x+7)^2 + (a-1)^2 = -9$ | 6) $(y-\sqrt{2})^2 + (w-\pi)^2 = 16$ |
| 7) $(g+5)^2 + h^2 - 6h + 9 = 25$ | 8) $a^2 + 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 = 1$ |
| 9) $x^2 - 10x + 25 + v^2 + 8v + 16 = 4$ | 10) $r^2 + 5r + \frac{25}{4} + s^2 - \frac{7}{3}s + \frac{49}{36} = 36$ |
| 11) $t^2 - \sqrt{2}t + \frac{1}{2} + m^2 + m + \frac{\pi^2}{4} = 2$ | 12) $w^2 - \frac{5\sqrt{3}}{2}w + \frac{75}{16} + y^2 = 3$ |
| 13) $m^2 + n^2 = -7$ | 14) $k^2 + h^2 - h + \frac{1}{2} = 30$ |
| 15) $x^2 + y^2 = 0$ | 16) $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 0$ |
| 17) $x^2 + y^2 - 2x + 5y + 1 = 0$ | 18) $q^2 + 7p - q + p^2 - 18 = 0$ |
| 19) $2a - 3b - a^2 - b^2 + 5 = 0$ | 20) $7h - 3 + 5p + h^2 + p^2 = 0$ |
| 21) $2c^2 - 6c + 2y^2 - 8y - 6 = 0$ | 22) $3k^2 - 2j + 3j^2 - 4k - 6 = 0$ |
| 23) $5d^2 - 13d + 5f^2 + f = 0$ | 24) $6\tilde{n}^2 - 3\tilde{n} + 2p + 6p^2 + 2 = 0$ |
| 25) $\frac{m^2}{2} - 5m + \frac{n^2}{2} + 3n + 1 = 0$ | 26) $\frac{3x^2}{5} - \frac{7x}{4} + \frac{3y^2}{5} + \frac{4y}{7} = 0$ |
| 27) $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 7 = 0$ | 28) $a^2 + b^2 - 3b + 5a + 10 = 0$ |
| 29) $\sqrt{5}x^2 - 3w + \sqrt{2}x + \sqrt{5}w - \sqrt{7} = 0$ | 30) $-z^2 + 4 - 5a - a = 8$ |

Encontrar la ecuación de los círculos que satisfacen las siguientes condiciones:

- | | |
|---|---------------------------------|
| 31) Centro en (4,6) y radio 3. | 32) Centro en (2,10) y radio 5. |
| 33) " (-3,2) " 2. | 34) " (-5,-1) " $\sqrt{5}$. |
| 35) " (π ,1) " π . | 36) " ($-\pi$, $-\pi$) " 1. |
| 37) " (3/4,-7/3) " 1/2. | 38) " (0,0) " 1. |
| 39) " (-4,0) " 3. | 40) " (0,3) " $\sqrt{2}$. |
| 41) " (2,1) y pasa por (3,-5). | |
| 42) " (-3,4) " (0,-1). | |
| 43) " (0,0) " (3,4). | |
| 44) " ($-\sqrt{2}$, π) " (-3,6). | |
| 45) " (3,3) " (-1,-1). | |
| 46) " (2,-7) " (3,1). | |

- 47) Centro en (5,6) y pasa por (0,0).
- 48) " (3,5) " (0,5).
- 49) Pasa por (0,0), (4,0) y (0,-2).
- 50) " (-1,1), (2,0) y (0,-3).
- 51) " (1,1), (3,-2) y (-2,2).
- 52) " (2,2), (3,-2) y (-5,3).
- 53) " (-3,4), (-1,-2) y (2,0).
- 54) Centro en el eje Y, y pasa por (2,3) y (5,3).
- 55) Centro en el eje X, y pasa por (-5,4) y (-5,-1).
- 56) Centro en el eje X, y pasa por (-2,1) y (3,2).
- 57) Centro en el eje Y, y pasa por (3,4) y (-5,1).
- 58) Centro en la línea $y=x$, radio 2, y pasa por (3,1).
- 59) Centro en la línea $y=2x$, radio 8, y pasa por (-2,5).
- 60) Centro en la línea $2y-x=0$, radio 4, y pasa por (2,1).
- 61) Centro en la línea $y-x+1=0$, radio $\sqrt{5}$, y pasa por el origen.
- 62) Centro en la línea $2y+3x-5=0$, radio 10, y pasa por el origen.
- 63) Centro en la línea $3y+4x+2=0$, radio 11, y pasa por (-1,2).
- 64) Centro en (2,3) y tangente al eje X.
- 65) Centro en (-3,5) y tangente al eje Y.
- 66) Centro en (-1,6) y tangente a la línea $y=1$.
- 67) Centro en (3,-7) y tangente a la línea $x=-2$.
- 68) Centro en (5,-7) y tangente a la línea $x=10$.
- 69) Centro en (1,2) y área 25 unidades cuadradas.
- 70) Centro en (-3,4) y área 2 " "
- 71) Centro en $(2, \sqrt{2})$ y circunferencia 8.
- 72) Centro en $(2, \pi)$ y circunferencia 14.

Encuentre la pendiente de cada círculo en los puntos con la abscisa marcada, y dé la ecuación de la recta tangente al círculo en esos puntos. También dé la ecuación de la recta perpendicular a la tangente en el punto de tangencia (esta recta se llama la normal a la curva en el punto dado):

- | | |
|--|---|
| 73) $x^2 + y^2 = 4$; $x=1$. | 74) $x^2 + y^2 = 1$; $y=\frac{1}{2}$ |
| 75) $a^2 + b^2 = 8$; $a=-2$. | 76) $w^2 + z^2 = 25$; $z=-3$. |
| 77) $b^2 + x^2 = 5$; $b=-2$. | 78) $g^2 + p^2 = 12$; $g=1.5$ |
| 79) $y^2 + x^2 = 3$; $x=2$. | 80) $y^2 + x^2 = 1$; $x=-3$. |
| 81) $x^2 + y^2 - 3y + 1 = 0$; $y=1$. | 82) $y^2 + x^2 + 5x - 3 = 0$; $x=-3$ |
| 83) $a^2 - 2a + b^2 + 4b = 0$; $b=0$. | 84) $x^2 + a^2 + 6a - 6x = 7$; $a=-1$ |
| 85) $\frac{w^2}{2} - 3w + \frac{z^2}{2} + 5z - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; $z=-4$. | 86) $\frac{3g^2}{4} + \frac{3h^2}{4} - 2g - 3h - 1 = 0$
h=5. |

87) Dé la ecuación de las tangentes horizontales y de las verticales, a los círculos de los problemas del 73 al 86.

88) Desde el punto (6,0) trazamos una tangente al círculo $x^2 + y^2 = 16$. Dar las coordenadas del punto de tangencia. Dar la pendiente de la tangente y dar la ecuación de ella.

89) Desde el punto (1,3) trazamos una tangente al círculo $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 4$. Dar las coordenadas del punto de tangencia. Dar la pendiente de la tangente y dar la ecuación de ella.

90) Para el círculo $x^2 + y^2 = 25$, dar la ecuación de las siguientes tangentes:

- a) La que tenga pendiente 1.
- b) La que tenga pendiente $-3/4$.
- c) La que sea paralela a $2x - 3y + 1 = 0$.
- d) La que sea perpendicular a $-x - 2y + 3 = 0$.
- e) La que forme un ángulo de 15° con $x - y = 0$.
- f) La que pase por (3,2).

91) Para el círculo $x^2 + y^2 - 6y = 7$, dar la ecuación de las siguientes tangentes:

- a) La que forma un ángulo de 60° con el eje X.
- b) La que forme un ángulo de 45° con $x + y = 0$.
- c) La que pase por el origen.
- d) La que pase por el punto de intersección de las rectas $2x + y = 1$ y $x - y = 2$.

92) Dar la ecuación de la recta que pasa por el centro del círculo $x^2 + 3y - 5x + y^2 = 0$

y que es tangente al círculo con centro en (-1,6) y radio 3.

93) Dé los puntos de intersección de la recta $2x + 3y - 4 = 0$ con el círculo

$$2x^2 - 7x + 2y^2 - 1 = 0.$$

94) Dé la longitud de la cuerda determinada por la recta $x + y - 3 = 0$ en el círculo $x^2 + y^2 = 25$.

95) Dé la ecuación del círculo que tiene por extremos de un diámetro, las intersecciones con los ejes de la recta $2x + 3y - 12 = 0$.

96) Dé la ecuación del círculo inscrito en el triángulo cuyos vértices son (0,0), (5,0) y (0,5).

97) Dé la ecuación de la recta que pasa por los puntos de intersección de los círculos $x^2 + y^2 = 16$ y $x^2 + 8x + y^2 = 25$.

98) Dé la ecuación de la recta que es tangente al círculo $x^2 + y^2 = 36$ en el punto de abscisa 4.

Para cada problema, dé la familia de círculos que cumple la condición indicada: (Grafique algunos elementos de cada familia en forma aproximada).

99) Centro en el eje X, radio 3.

100) Centro en el eje Y, radio 2.

101) Centro en $x = 3y$, radio 4.

102) Centro en $x + y - 3 = 0$, radio 2.

103) Centro en $x^2 + y^2 = 16$, radio 1.

104) Centro en (2,3).

105) Centro en $x^2 + y^2 = 25$, radio 2.

106) Radio 6.

107) Pasan por (2,3) y (5,-3).

108) Pasan por (-6,-1) y por (-6,2).

109) Pasan por (1,1) y (-3,4).

110) Pasan por (3,2) y tangentes al eje X.

111) Pasan por (-1,4) y tangentes al eje Y.

112) Pasan por (3,-1) y tangentes a $x = 3$.

113) Pasan por (-2,5) y tangentes a $y = -1$.

114) Pasan por (4,3) y centro en $y = -2x$.

115) Pasan por (-1,5) y centro $3y + y - x - 1 = 0$.

116) La suma de las coordenadas del centro es igual al radio.

117) La suma de las coordenadas del centro es igual al radio, y radio 5.

118) Centro en (1,2) y radio menor de 4.

119) Centro en (3,-5) y radio mayor que 3, pero menor que 6.

120) Centro en (-5,2) y radio mayor que 12.

121) Centro en el primer cuadrante y pasa por el origen.

122) Centro en el eje X, y pasan por el origen.

123) Centro dentro del círculo $x^2 + y^2 = 1$ y radio menor que $1/4$.

124) Centro abajo de la línea $y + 5 = 0$, y radio 3.

125) Centro a la derecha de la línea $x = 10$ y radio 3.

126) Centro comprendido entre las líneas $x = -1$ y $x = 4$ y radio menor que 1.

127) Centro a lo más distante dos unidades del eje X y radio menor que $1/2$.

128) Centro en la intersección de $x^2 + y^2 = 36$ y $y - x = 2$.

129) La pendiente en el punto de abscisa -2 es $1/2$ y el centro en $y - 3x = 0$

130) La pendiente en el punto de abscisa 3, es -2 y el radio es 4.

131) La tangente en el punto de ordenada 3, es paralela a $3x - 7y + 1 = 0$, $r = 2$.

132) La tangente en el punto de ordenada 3, es perpendicular a $2x+y-1=0$ y el centro en el eje Y.

Dé la ecuación de la familia de rectas que cumplen la condición

- 133) Pasan por el centro de $x^2+y^2=1$.
- 134) Pasan por el centro de $x^2+y^2=3x-y$.
- 135) Pasa por el centro de $2x^2-x+3y+2y^2-1=0$.
- 136) Son tangentes al círculo $x^2+y^2=4$.
- 137) Son tangentes al círculo $x^2+y^2=16$.
- 138) Son tangentes al círculo $(x-1)^2+(y+2)^2=1$.
- 139) Determinan cuerdas de longitud 2 en el círculo $x^2+y^2=2$.
- 140) Pasan por la mas alta de las intersecciones de $x^2+y^2=4$ y el eje X.
- 141) Id., de $x^2+y^2=9$ y $x+y=0$.
- 142) Id., de $x^2+y^2=16$ y $3x-y=0$
- 143) Id., de $x^2+2x+y^2=3$ y $x-y-1=0$.
- 144) Pasan por el punto máximo de $3x^2-x+3y^2+y-2=0$.
- 145) Pasan por el punto mínimo de $5x^2-15x+20y=-5y^2$.

SECCION 2.7
PROBLEMAS.

Analice cuales son las coordenadas del vértice, la ecuación del eje de simetría, hacia donde está abierta, y grafique cada una de las siguientes parábolas.

- | | |
|--|--|
| 1) $y+3x^2-4x-5=0$ | 2) $x-3y+5y^2-1=0$ |
| 3) $(x+y)(x-y)=x^2-3y+x$ | 4) $y-x=x^2-3y+7$ |
| 5) $a-b^2+b-6=0$ | 6) $b-2a^2+3a=8$ |
| 7) $5w-3(w+h)-h^2=3$. | 8) $3z^2-5c-3z+1=0$ |
| 9) $2p-3q=p(3+p)$ | 10) $r(3r-s)+3=r(1-s)$ |
| 11) $(d-1)(f-d)=fd-3f+4$ | 12) $(h-3k)(2h+k)=-3k^2-5hk+h$ |
| 13) $x-r=(r-x)(x-1)-rx$ | 14) $2y^2-3s+4y-7=0$ |
| 15) $3a-4z=(a-3)a$ | 16) $3m-1=5n^2-3$ |
| 17) $y-e=e-y+4e^2+6$ | 18) $6f-q^2+3f+2-q=0$ |
| 19) $\frac{5}{3}y-\frac{4}{7}a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{4}=0$ | 20) $\frac{3}{5}w+\frac{2}{3}d^2+5=0$ |
| 21) $3d-2h^2+h-1=0$ | 22) $\sqrt{3}x^2-\sqrt{2}x+y-\sqrt{5}=0$ |
| 23) $5j^2-\sqrt{2}n-3j+1=0$ | 24) $15t-6t^2+9u-12=0$ |
| 25) $2v-3b^2-b+6=0$ | 26) $3i-2n+i^2-7=0$ |
| 27) $3s^2-9m+7-s=1$ | 28) $4d-7d^2-4q-6=0$ |

Encontrar la ecuación de las parábolas que satisfacen las siguientes condiciones:

- 29) Vertical, vértice en (0,0), pasa por (3,1).
- 30) Horizontal, vértice en (1,-2), pasa por (2,4).
- 31) Horizontal, vértice en (3,-6), pasa por el origen.
- 32) Vertical, vértice en $(-\sqrt{7}, \pi)$, pasa por (3,1).
- 33) Vertical, vértice en (-3,-2), pasa por (2,4).
- 34) Horizontal, vértice en (8,1), pasa por (1,-1).
- 35) Vertical, vértice en (3,6), pasa por (-2,6).
- 36) Horizontal, vértice en $(2/3, -1/4)$, pasa por $(-3/5, 1/7)$.
- 37) horizontal, vértice en $(-7/2, -1)$, pasa por $(7/4, -8/3)$.
- 38) Vertical, vértice en $(-5, a)$, pasa por (3,4).
- 39) Eje en $x=-3$, pasa por el origen y (4,1).
- 40) Eje en $y=8$, pasa por el origen y (2,3).
- 41) Eje en $y=-7$, pasa por (3,2) y (4,4).
- 42) Eje en $x=10$, pasa por (-1,7) y (3,4).
- 43) Eje en $x=-15/4$, pasa por (0,1) y (3,2).
- 44) Eje en $y=-1/3$, pasa por (2,2) y (3,3).
- 45) Tangente en el vértice a la línea $x=4$, pasa por (3,1) y (2,6).
- 46) Tangente en el vértice a $y=-3$, pasa por (2,4) y (8,6).
- 47) Vertical, vértice sobre $y-x=0$, pasa por (1,0) y (5,0).
- 48) Horizontal, vértice sobre $3x-y+1=0$, pasa por (0,0) y (6,0).
- 49) Vertical, vértice sobre $x^2+y^2=4$, pasa por (3,0) y (-3,0).
- 50) Horizontal, vértice sobre $x^2+y^2=1$, pasa por (0,1.5) y (0,-1).
- 51) Pasa por (-1,2), (1,-1), (2,1) y es vertical.
- 52) Pasa por (-1,2), (1,-1), (2,1) y es horizontal.

Encontrar la ecuación de las siguientes familias, y trazar la gráfica aproximada de varios de sus elementos:

- 53) Parábolas con vértice en (3,2).
- 54) Parábolas horizontales con vértice en (3,2).
- 55) Parábolas horizontales abiertas a la izquierda, con vértice en (3,2).
- 56) Parábolas verticales con punto máximo, y vértice en (3,2).
- 57) Parábolas verticales con vértice en $y-5x=0$.
- 58) Parábolas verticales con vértice en $3y-x+5=0$.
- 59) Parábolas horizontales que pasan por (1,4) y (-3,2).
- 60) Parábolas horizontales que pasan por (-1,-3) y (2,3).
- 61) Parábolas verticales que pasan por (-3,0) y (2,0).

UNIVERSIDAD DE NUEVO LEÓN
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
Apdo. 1026 MONTERREY, MEXICO