En cada ejercicio a continuación, se dá una función, descompóngala en la suma de dos funciones, en el producto de otras dos, en el cociente.

25) $y^3 - 2y$ 26) $x \log x$

27) $k(a) = ba^2 - 2$ 28) $x \rightarrow k \text{ sen } x^2 + \text{sen } x$

29) $z(a) = \frac{a}{3a-1}$ 30) $y(h) = \pi(h-3)(h+4)$

31) $y(w) = aw^3 - zw^2 + \tan w$ 32) $h(y) = b^x b^y$

En los siguientes ejercicios se dá una sucesión de funciones; considerándolas como eslabones de una cadena, forme la función cadena correspondiente. En esta función, dé 3 valores, y encuentre los correspondientes contravalores.

33) $a(b) = b - 2$, $b(c) = c^2$ 34) $x(y) = \log y$, $y(z) = z - 5$

35) $f(g) = \text{sen } g$, $g(h) = h^2$ 36) $y(h) = \log h$, $h(u) = \text{sen } u$

37) $z(m) = \cos m^2$, $m(p) = p - 1$ 38) $z(a) = (a^2 - 5)^3$, $a(g) = 1 - 2g$

39) $p(b) = 3b - k$, $b(c) = \text{sec } (c-1)$ 40) $y(t) = \text{sen } t$, $t(x) = \text{sen}^{-1} x$

41) $h(k) = k - 1$, $k(g) = g^2 - 1$, $g(m) = \frac{2}{m}$

42) $a(b) = \sqrt{b-1}$, $b(h) = 3h^{-1}$, $h(z) = \text{sen } z$, $z(g) = g + 2$

43) $p(q) = 3^{q-1}$, $q(g) = \log (g+1)$, $g(h) = h^2$, $h(r) = \pi r^2 - 2\pi r$

44) $g(h) = 2h - 1$, $h(g) = 3g^0$, $g(z) = \log \sqrt{z-4}$, $z(n) = \log n$

45) ¿Cómo podemos denotar la función cadena si la variable independiente del primer eslabón no es igual a la variable dependiente del segundo eslabón? Por ejemplo, formar la función cadena a partir de $y(x) = x + 3$; $z(w) = w^2$.

46) $h^2 - 1$, $3g$ 47) $g^3 + 2$, $h - 3h^{-1}$

48) $z \rightarrow 10g\ (z+1)$, $y \rightarrow \text{sen } y$ 49) $k \rightarrow \log k$, 10^h

50) $u \rightarrow \text{sen } u$, $u(x) = u - u^2$ 51) $h(x) = 3$, $x(k) = k^2 - 1$

Para las siguientes funciones, considerándolas como funciones cadenas, de una sucesión de eslabones que la genere .

52) $y(x) = \text{sen } \sqrt{\log (x+1)}$ 53) $z(h) = \cot \left[\text{sen } (\cos h^2)\right]$

54) $p(k) = 3 \sqrt{\text{cosec}(k-3)}$ 55) $a(b) = x - y\ 2^{b-1}$

56) $f(g) = \left[(g-3)^2 + 5\right]$ 57) $g(k) = \sqrt{\frac{1}{k-3}}$

<u>58) al 82)</u> En los ejercicios del 33) al 57) dar la derivada de la función cadena. Una vez obtenida esta derivada, dar dos valores, y encontrar los correspondientes contravalores.

En los siguientes ejercicios se dá una función. Considerándola como f función cadena, encuentre la derivada. Para la función derivada, encuentre los contravalores asignados a los valores π, 3, $-\sqrt{5}$.

83) $y(x) = (3x + 2)^2$ 84) $z(a) = (2a^3 - 3a)^3$

85) $a(b) = (5b^2 - 3)^{-1}$ 86) $b(c) = k(6c^{-2} + 3)^{-3}$

87) $w(h) = 2^h - h^2(\pi h^3 - h^n)^4$ 88) $c(d) = (\cot d)^4$

89) $y(w) = \left[(w^2 - 1)^3 - 5\right]^4$ 90) $\lambda(y) = \left[\pi - \text{sen } (y^2 + 3)\right]^{-2}$

91) $w(f) = 5(f^2 - 3f)^4 - 3(f^2 - 3f)^2 + 6(f^2 - 3f)^{-1} + 7(f^2 - 3f) - a$

92) $h(s) = \frac{7}{2}(\cos s^2)^3 - \frac{3}{5}(\cos s^2)^2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}(\cos s^2)^{-3}$

93) $g(k) = 7\left[f(k)\right]^8 - 5\left[f(k)\right]^3 + 6\left[f(k)\right]^{-4} - 4\left[f(k)\right]^{-5}$

94) $s(r) = (ar^6 - br^2 + b)^4(3r^2 - mr)^3$

95) $t(g) = \left[\pi n - \text{sen } (g^3 - g^2)^3\right]$

SECCION 3.8
PROBLEMAS

Para las siguientes funciones implícitas, obtener la derivada indicada:

1) $3j + c = 4$, $j'(c)$ 2) $2m - 3a^2 + 5v = 0$, $m'(a)$

3) $5j - 3vg = m - 4$, $j'(v)$ 4) $w^3 - 3x^2 - 5w = x$, $w'(x)$

5) $mn - 3m^2 = n + 8$, $\frac{dm}{dn}$ 6) $7gh^2 - 5g^2h = hg + g$, $\frac{dg}{dh}$

7) $3w^2 - a + aw = 3$, $\frac{da}{dw}$ 8) $\sqrt{x} - 3y + xy = 3y$, $\frac{dx}{dy}$

9) $5h^6 - \pi ah - 3ha^2 = -\sqrt{2}$, $D_a h$ 10) $(3p - 2b)^2 - (\pi p - \sqrt{2})^3 = b^2$, $D_b p$

11) $\frac{x}{2y} - \frac{3y}{x} + 4 = y$, $D_x y$ 12) $(\frac{d}{r} - \frac{3r}{d})^4 - r = 3$, $D_d r$

13) $\sqrt{ax - b} + \sqrt{2x - ab^2} = xb$, $\frac{dx}{db}$ 14) $(mx - \pi f)^3 - \sqrt{pfx} = 4$, $f'(x)$

15) $(mp - wc)^8 = 3p^2(tp + 4)$, $p'(w)$ 16) $(tbc - y)^2 = tdg - 6$, $t'(d)$

17) $b(b - \theta + bt)^3 = 3p(2 - b)^2 + 3$, $b'(p)$

18) $(mkt - tk)t = kgt^2 + 4$, $g'(t)$ 19) $\text{sen } xy - y = x + 3$, $y'(x)$

20) $\text{cosec } v - vr = rx$, $v'(r)$ 21) $x^{3y} - 2y^2 = 5x$, $y'(x)$

22) $ab(1 + \cos w^3) = y$, $a'(w)$ 23) $x \tan b - 3w^g = \cos b - g$, $b'(g)$

24) $\frac{3m^2 - 3mn - 4a}{m - nb} = \frac{nx}{m}$, $n'(m)$ 25) $\frac{(pz - 3y)^2 - 6}{(z + y)^3} = z$, $z'(y)$

26) $\frac{3wp - gh + h^2}{p + g} - kh = \frac{g}{h}$, $g'(h)$ 27) $\left[g - (h - k^2)\right]^3 - 3hk = g$, $g'(k)$

28) $3a^2 - a + aw = 3$, $a'(w)$. Además evaluar $a'(2)$, $a'(-\pi)$, $a'(\sqrt{3})$, $a'(p-3)$

29) $2b^3 - p^2 = 5p$, $p'(b)$. Evaluar $p'(3)$, $p'(-2)$, $p'(\sqrt{\pi})$, $p'(\frac{1}{a})$, $p'(x-y)$

30) $5gf - 3af - f^2 = gf^2$, $f'(g)$. Evaluar $f'(\frac{1}{2})$, $f'(\pi)$, $f'(h+2)$, $f'(b^2)$.

31) $y - 2x^2 + x^4 = 0$, $x'(y)$. Evaluar $x'(1)$, $x'(-3)$, $x'(0)$, $x'(a-1)$, $x'(y^5)$

En cada uno de los siguientes problemas, se dan varias funciones. Considerándolas como eslabones de una función cadena, obtenga la derivada indicada:

32) $x = 3xy - 2$, $y - 2w + wy = 3$; $x'(w)$.

33) $-2a^2b - 3ab + a = 5b - ab^2$, $bc - 3b = c$, $2cg^2 - 3g + 1 = 0$; $a'(g)$

34) $xp^{-1} - px + 1 = 0$, $ax - 5ya + x = 0$, $ba - \pi = a - 2w$; $p'(b)$

35) $(m - 2n)^2 + (3m + n)^2 = (m + n)^2$, $(a - m)^3 = 2a - m^3 + 3am^2$; $n'(a)$

36) $\frac{a}{g} - \frac{g}{a} = ag$, $gf - \frac{1}{fg} + 3 = 0$, $f + 2 = w$; $a'(w)$

37) $2wp - w^3 + p^2 = 2$, $wg - g^2 + w = 1$, $gh + h = 3$; $p'(h)$

38) $(a - 2b)^3 = \frac{1}{3a - b}$, $b = 2yb + 3$; $a'(y)$

39) $fg - (3f - g)^3 = 2g + f$, $g^2 - 3h = 5$; $f'(h)$

40) $mn - 3 = m$, $(np - 2)^3 - n = 0$; $m'(p)$

41) $(w + 4xy)^3 - x = w$, $y - 4 = pby$, $b - a = ab$; $w'(a)$

42) $\sqrt{r - 2as} + a^2r = 2s$, $a(xb - 5) = 3$, $6 - by = 3r$; $a'(y)$

43) $h - \sqrt[3]{hp - \pi k} = 3k$, $(k - 5p)^3 - (3b + 6)^2 = 0$, $a - g = \sqrt{a - w}$; $h'(a)$

SECCION 3.9

PROBLEMAS

Para las siguientes funciones, obtener la función derivada.

Evaluar la función y la función derivada para los siguientes valores de la variable independiente: $\frac{\pi}{2}$, 2 , 1 .

1) $\text{sen } 3w$
2) $a \cos x$
3) $3 \text{ sen } a - 5 \cos a$
4) $7 \cos y - m \text{ sen } y + y$
5) $2 \cos r^2$
6) $a \text{ sen } 3x - b \cos px$
7) $b \text{ sen } (a^2 - a)$
8) $m - x \cos (b^3 + b^2)$
9) $(\text{sen } y)^2 - (\cos y)^4$
10) $(\text{sen } y + \cos y)^2$
11) $\sqrt{\text{sen } w} + (\cos w)^3$
12) $\sqrt{3 \text{ sen } p - 4 \cos p}$
13) $(\text{sen } 5x^2 - \cos 3x^2)^2$
14) $\left[\cos (f - 3f^2) + \text{sen } (af - bf^3)\right]$
15) $\cos (\text{sen } y)$
16) $\text{sen } (\cos w)$
17) $\left[\cos (\cos x^2)\right]$
18) $\left[x \text{ sen } (\text{sen } ab^3)\right]^4$

19) $\tan 4y$
20) $8 \cot \pi n$
21) $3 \tan f^2 - \cot 2f$
22) $\pi \text{ sen } a \tan 3a$
23) $n \cos(x-3) \tan(x+2)$
24) $a \text{ sen } 3u^2 \cot u$
25) $-3y \tan 2y$
26) $-(y^2-1) \cot \pi y$
27) $\frac{\cot(-\pi y)}{7 \text{ sen } y^2}$
28) $\frac{2 \tan 3k}{3 \cos 2k}$
29) $\frac{p - \cot 2p}{\tan 2p + p}$
30) $\frac{-\pi \text{ sen } g - \tan 3g}{\cot g - 6g}$
31) $\tan(\text{sen } \pi b)$
32) $6 \cot(\cos f)$
33) $\tan(\tan nu)$
34) $\cot(\tan v)$
35) $b - \text{sen}(\cot x)$
36) $c + \cos(\tan 2n)$
37) $\text{sen}^2(\tan^2 ax - \cos^2 bx)$
38) $(\tan^2 r - \cot r^2)^2$
39) $\text{sen}^8 a \cos^9 a$
40) $\tan^4 v + \cot^6 v$
41) $m \sqrt{\tan w} - \sqrt{\cot 3w}$
42) $\pi \sqrt{\tan^3(\cot \frac{3w}{2})}$
43) $- \sec \pi n$
44) $2 \csc 6x$
45) $-3 \csc(2y + \sqrt{2})$
46) $2 \text{ sen } 2y - 3 \csc y^3$
47) $8 \csc a - 2\pi \cot 3a^2$
48) $2 \text{ sen } 2y - 3 \csc y^3$
49) $\text{sen } ab \sec 3b$
50) $3 \csc(y-\pi) \tan 2y$
51) $n \csc(\pi u - \pi) \cot pu$
52) $\tan x + 3 \sec 2x$
53) $\frac{x^3 \sec x}{1 + \csc x}$
54) $\frac{\csc y^3 - 3 \text{ sen } y}{a - y \sec y}$
55) $-5 \sec(\cos a)$
56) $-\pi \csc(\text{sen } 2b)$
57) $-a \text{ sen}(2b \csc 4a^2)$
58) $-x^3 \sec(\sec x^3)$
59) $n \csc(\sec y^2)$
60) $-f^4 \cot(\csc f^2)$
61) $\cos^2 b + \text{sen}^2 b$
62) $\sqrt{1 - \text{sen}^2 f}$
63) $5 \text{ sen}^4 x - 6 \text{ sen}^3 x + 2 \text{ sen}^2 x - \text{sen } x + \frac{x}{\pi}$
64) $\cos 3a - 6 + 5(\cos 3a)^{-1} - 3(\cos 3a)^{-2}$
65) $\frac{3 \text{ sen } x^2 - 2 \tan 2x}{\pi x^3}$
66) $\frac{2y - y^3}{3 \sec y - 2}$

UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
MONTERREY, MEXICO

PROBLEMAS

SECCION 3.10

A.-Obtener la forma diferencial de cada ecuación, y a partir de ella obtener la derivada de las dos funciones que denota la ecuación. Se señalan los parámetros:

1) $x + 3y = 2$

2) $-3a + 4b = 5k$, $\underline{k}$

3) $fg - g = 3fh$, $\underline{h}$

4) $2mn - np = 4mp$, $\underline{m}$

5) $r^2 - rs = 3s^2 + 1$

6) $2jk^2 - 3jn = n^2k$, $\underline{n}$

7) $\frac{t^2 - uv}{u} = 2$, $\underline{v}$

8) $\frac{w^2x - 3yw}{xy} = 7x$, $\underline{y}$

9) $(r-p)(r+1)r^{-2} = \frac{1}{p}$,

10) $(ag + 2h)(-bg - k)^{-1} = 3k$, $\underline{a}$, $\underline{h}$, $\underline{k}$

11) $2x - \text{sen } y = 3$

12) $-\pi f^{-2} \cot f^2 = \cos f + 3s$

13) $(\tan k - \cos 2k)(3k - \pi) = 1$

14) $-11m^3 \tan h^2 = f + \csc m$, $\underline{f}$

15) $\frac{\text{sen } a - n \csc b}{\tan m} = k$, $\underline{a}$, $\underline{n}$, $\underline{k}$.

16) $\frac{x^2 - 3x \cos(y+2) + \pi y}{\sec(x+\pi)} = 1 - x$

B.-En cada problema se dán los eslabones de la función cadena que se indica a la derecha. Obtener la diferencial de tal función:

1) $y = 3w^2 - 4$, $w = \text{sen } k$; $y(k)$

2) $a = \frac{2}{g} - 4$, $g = \cos h$, $h = b^2 - 1$; $a(b)$

3) $p = \csc x$, $x = 1 - \tan^2 q$; $p(q)$

4) $\cos f = y - y^2$, $f + 2 - \frac{1}{x} = 0$; $y(x)$

5) $3 \text{ sen } w = k$, $k^2 - 1 = g$; $w(g)$

6) $\frac{a - r}{r - 3} = \frac{1}{a}$, $\frac{a}{b} = 1 - b$; $r(b)$

7) $y = \cos f$, $f = \sqrt{1 - \text{sen}^2 k}$; $y(k)$

8) $\cos m (\tan g)^{-1} = 1$, $g^2 - h = 3$; $m(h)$

9) $h = 3b^2 - 1$, $b = \text{sen } a$, $a = j^3 - 2$; $h(j)$

10) $n - 2 \cot f = 0$, $f = \text{sen } k$, $k = \frac{1}{y} - 3$; $n(y)$

PROBLEMAS

SECCION 3.11

A.-En cada problema se dá una función, un valor de $\underline{n}$, y un valor de la variable independiente.

a) Obtenga la derivada de orden $\underline{n}$ de esa función.

b) Indique y efectúe el contravalor que dicha derivada asigna al valor dado de la variable independiente:

1) $5x^4 - 3x^2$, $n = 2$, $x = 3$

2) $7x^{-3} + 4x^3$, $n = 3$, $x = \frac{1}{2}$

3) $\text{sen } y^2 + 2y^4$, $n = 5$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

4) $2 \cos 3w - w^3$, $n = 4$, $w = 3\pi$

5) $\frac{a}{a - 1}$, $n = 2$, $a = 1$

6) $(b - 4) b^{-1}$, $n = 3$, $b = -2$, $b = \pi - 3$

7) $2m^3 - m$, $n = 4$, $m = -3.1876$

8) $4p^4 - p^3 + \pi$, $n = 4$, $p = -\sqrt{5197}$

9) $(\sec q)^2$, $n = 3$, $q = 3$

10) $\text{sen } k$, $n = 45$, $k = -2.15$

11) $\cos h$, $n = 152$, $h = 3.6$

12) $(\cot v)^{-1}$, $n = 3$, $v = \frac{\pi}{4}$

13) x^m , $n = m$, $x = 1000$; $n = m+1$, $x = .001$

14) x^{-1} , $n = 15$, $x = -1$; $n = m+1$, $x = 0$.

B.-En los siguientes problemas, dada una función, calcular los contravalores indicados a la derecha:

1) $3a - b^2 = 5$; $\frac{d^2b}{da^2}(2)$, $D_a^2 b(1)$, $b^{(2)}(0)$

2) $w - 5k - \frac{7}{k} = 0$; $D_w^3 k(0)$, $K^{(3)}(2)$, $\frac{d^3k}{dw^3}(-1)$

3) $3m^2 - 2m = f$; $m^{(3)}(\frac{1}{2})$, $\frac{d^3m}{df^3}(0)$, $D_f^3 m(2)$

4) $\frac{r}{t} - 1 = t$; $\frac{d^3t}{dr^3}(1)$, $D_r^3 t(-1)$, $t^{(3)}(-2)$

5) $x^8 - y = 0$; $D_y^4 x(0)$, $\frac{d^4x}{dy^4}(2^8)$, $x^{(4)}(1)$

6) $\text{sen } y - z + 1 = 0$; $\frac{d^2y}{dz^2}(1)$, $D_z^2 y(\frac{\pi}{2} + 1)$, $y^{(2)}(0)$