4) Idem.: $y' < 0$, $y'' > 0$; $y' = 0$, $y'' < 0$; $y' < 0$, $y'' < 0$

5) Idem.: $y' > 0$, $y'' < 0$; $y' = 0$, $y'' = 0$; $y' > 0$, $y'' > 0$

6) Idem.: $y' < 0$, $y'' > 0$; $y' = 0$, $y'' = 0$; $y' < 0$, $y'' < 0$

7) Idem.: $y' < 0$, $y'' > 0$; $y' = 0$, $y'' = 0$; $y' > 0$, $y'' > 0$

8) Idem.: $y' > 0$, $y'' < 0$; $y' = 0$, $y'' = 0$; $y' < 0$, $y'' < 0$.

D.-Para las siguientes familias de funciones, dar las coordenadas del punto máximo o mínimo, especificando las condiciones bajo las cuales es máximo. (Se indican los parámetros).

1) $p = \frac{n}{k} - k$, $\underline{n}$.

2) $C = bn - \frac{a}{n}$, $\underline{b}$, $\underline{a}$.

3) $h = bx - yx^3$, $\underline{b}$, $\underline{y}$.

4) $y - y_o = k(x - x_o)^2$, $\underline{k}, y_o, x_o$.

5) $x^2 + y^2 = r^2$, $\underline{r}$.

6) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{r}$.

7) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\underline{a}$, $\underline{b}$.

8) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\underline{a}$, $\underline{b}$.

9) $j = 3ma - ka^{-2}$, $\underline{m}$, $\underline{k}$.

10) $a^2 w = y^3 + \frac{a^4}{y}$, $\underline{a}$.

11) $b = \frac{8w^3}{x^2 + 4w^2}$, $\underline{w}$.

12) $z = \frac{y}{(y + n)^2}$, $\underline{n}$

13) $u = (v - x)^3 + y$, $\underline{x}$, $\underline{y}$.

14) $an = m^2 + \frac{a^4}{m^2}$, $\underline{a}$.

E.-De la familia de funciones $y = ax^2 + bx + c$ donde a, b, c, son parámetros:

1) Dar tres miembros de la familia, que sean crecientes en el punto de abscisa 2, y que sean cóncavos hacia abajo en el punto de abscisa 5.

2) Analizar para qué valores de los parámetros, los elementos correspondientes son cóncavos hacia arriba.

3) Dar las coordenadas del punto máximo o mínimo, y decir bajo qué condiciones se tiene un punto máximo.

PROBLEMAS

SECCION 4.3

1) Encontrar dos números cuya suma sea cincuenta, y cuyo producto sea máximo; ¿puede haber un par cuyo producto sea mínimo?.

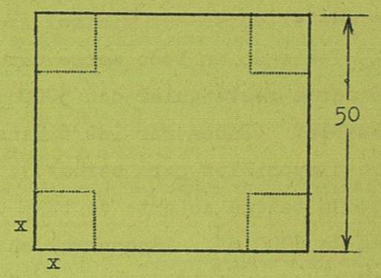
2) Encontrar dos números cuya suma sea $\underline{b}$, y cuyo producto sea máximo.

3) Encontrar dos números cuya suma sea 10 y cuyo cociente sea mínimo.

4) Encontrar dos números cuyo producto sea 10, y cuya suma sea máxima. ¿Puede haber un par cuya suma sea mínima?.

5) Encontrar dos números cuyo producto sea $\underline{k}$, y cuya suma sea máxima.

6) Un cartón cuadrado de 50 cm. de lado, se va a usar para construir una caja cortando las esquinas. ¿De qué tamaño deben cortarse las esquinas para formar una caja de volumen máximo?.



7) ¿Cuál es el número que al restarle su cuadrado, dá la cantidad mas grande?

8) ¿Cuál es el número que al restarle su cubo, dá la cantidad mas grande?.

9) ¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de máxima área inscrito en un círculo de radio 5?.

10) ¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de máxima área inscrito en un círculo de radio $\underline{r}$?.

11) ¿Cuál es el rectángulo de máximo perímetro inscrito en un círculo de diámetro $\underline{D}$?.

12) La resistencia de una viga rectangular, varía como el producto de su ancho por el cuadrado de su alto. ¿Cuáles son el ancho y la altura para una viga de 100 cm^2 de área, y máxima resistencia?.

13) La misma pregunta del 12), para una viga cortada de un tronco de 25 cms. de radio.

14) La misma pregunta del 12), para una viga cortada de un tronco de radio $\underline{k}$.

15) La intensidad luminosa en un punto varía como la luminosidad del foco y como el recíproco del cuadrado de su distancia. Encontrar el punto entre dos focos cuya luminosidad es de 5 y 10 bujías, donde la intensidad luminosa es máxima.

16) Las utilidades de un industrial varían como el producto del dinero invertido en la manufactura y el cuadrado del dinero invertido en la propaganda. Si dispone de un millón de pesos ¿como debe invertirlo para máxima utilidad?

17) Un tanque de agua rectangular de 100 m^3 se construye a \$20 el m^2 de fondo, y a \$40 el m^2 de lados. ¿Cuáles son sus dimensiones para costo mínimo?

18) Encontrar la altura de un cono de máximo volumen, inscrito en una esfera radio 25 cms.

19) El mismo problema anterior, pero el radio de la esfera es $\underline{r}$.

20) Encontrar altura y radio de cilindro de máximo volumen inscrito en una esfera de radio 10 cms.

21) El mismo problema anterior, pero la esfera tiene radio $\underline{k}$.

22) Encontrar altura y radio del cilindro de máximo volumen inscrito en un cono de altura 10 y radio 5 cm.

23)-¿Cuáles son las dimensiones de un cilindro de 1000 lts. de capacidad, para que el costo sea mínimo? ¿Y si la capacidad es c lts.?

24) Teniendo un lado sobre una pared ya construída, se va a cercar un terreno de forma rectangular con 5000 mts. de alambre, encerrando la máxima área posible. Encontrar las dimensiones del terreno. (¿Y si hay g mts. de alambre disponibles para cercar?).

25) Un tanque abierto de base cuadrada y lados verticales tiene una capacidad de 6000 m^3. Encontrar sus dimensiones para que su costo sea mínimo. (¿Y si su capacidad es t m^3 ?).

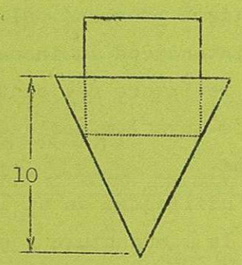
26) Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 15 m. ¿Cuáles son sus dimensiones para área máxima? ¿Y si el perímetro es w metros?.

27) Un alambre de 100 cm. se corta en dos porciones: una se dobla en forma de círculo, y la otra en forma de cuadrado. ¿Cómo cortar el alambre para que el área total de las dos figuras sea máxima? (¿Y si el alambre mide j m?)

28) Un papel filtro circular de 6 cms. de radio es doblado en forma de cono circular recto. ¿Cuál es la altura de ese cono para volumen máximo?. (¿Y si el papel filtro tiene un radio de m cm.?).

29) Un barco consume $400 + 2v^3$ kilos de carbón por hora, donde v es la velocidad en kph. ¿Cuál es la velocidad más económica y la cantidad de carbón consumido a esa velocidad en un viaje de 8000 km.? (¿Y si el viaje es de z km.?).

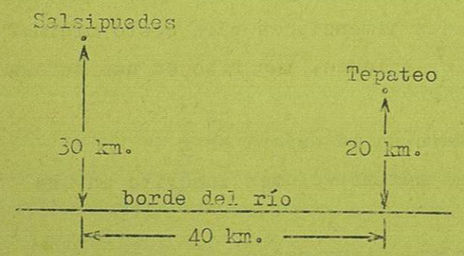
30) Encontrar el lado del cubo que desplaza mayor volumen de un cono de radio 5 y altura 10, tal como muestra la figura:



31) Idem. para un cono de radio r y altura h.

32) Encontrar el radio del cilindro que desplaza mayor volumen de un cono de radio 6 y altura 9.

33) Idem. para un cono de radio h y altura j.



34) Dos pueblos (Salsipuedes y Tepateo) situados respecto a un río como marca el diagrama, han decidido instalar una bomba antigua que abastezca de agua a las dos poblaciones. Para que la economía sea completa, se necesita usar el mínimo de tubería. ¿En qué punto del río hay que montar la bomba?.

PROBLEMAS

A) SECCION 4.4

Obtener las siguientes rapideces de cambio, y evaluarlas para los valores indicados:

1) Volumen de una esfera respecto al radio. Para $r = 10$.

2) Volumen de un cono respecto a su radio. Para $h = 10$, $r = 7$.

3) Volumen de un cono con respecto a su altura, cuando su área total permanece constante. Para $h = 12$, $A = 500\ cm^2$.

4) Volumen de un gas ideal con respecto a la presión a temperatura constante. Para $p = 3$ atmósferas.

5) Area de una esfera con respecto al tiempo, si el radio aumenta $1\ \frac{cm}{hr}$.

6) Longitud de una varilla con respecto al tiempo, si la longitud de la varilla varía como la temperatura y la temperatura como el recíproco del tiempo. Para $t = 15$, $T = 200^oC$.

7) Las coordenadas de una partícula respecto al tiempo, si su posición está dada por $x = t^2 + 3t$; $y = \text{sen } t$. Para $t = 3$.

8) Area de un rectángulo con respecto a su base, si el perímetro es constante. Para $b = 5$ cms. , $P = 30$ cms.

9) Area de un triángulo respecto a su altura si el perímetro es constante. Evaluar la rapidez para $h = 6$ cm. y $P = 15$ cm.

10) Volumen de un cubo, respecto a un lado. Para $L = 3$ cms.

11) Area de un cilindro, respecto a su altura, si el volumen es constante

12) Espacio respecto al tiempo en movimiento uniforme. Para $t = 15$ min.

13) Espacio respecto al tiempo en la caída libre de los cuerpos. $t=8$ seg.

14) Volumen de un cilindro respecto al radio, si el área total es constante Evaluar la rapidez, para $r = 5$, $A = 70\ cm^2$.

15) Volumen de una esfera respecto área de la esfera. Para $A = 5\ cm^2$.

16) Volumen de un cono, respecto área de la base si la altura es constante.

B.-Resolver los siguientes problemas gráficamente:

1) Experimentalmente se ha encontrado que las presiones de vapor de CO_2 sólido a bajas temperaturas, son las siguientes: (la presión está dada en mm. de Hg., y la temperatura en ^oC).

T	-130	-120	-110	-100	-90	-80	-70	-60
P	2.3	9.8	34.6	104.8	279.5	672.2	1486	3073

¿Cual es la rapidez de variación de la presión respecto a la temperatura, a -125^oC , a -100^oC , y a -65^oC ? ¿Cual es la rapidez media de variación entre -110° y -80^oC ?.

2) A continuación se dá el calor de vaporización del CO_2 en cal/gr. a distintas presiones en kg/cm^2:

P	15.5	18.4	21.7	25.44	29.7	33.9	39.2	45	51.6	58.9	67	74
L	70	67.8	65.4	62.7	59.6	56.6	52.7	48.2	42.4	36.2	26.7	12

¿Cual es la rapidez de variación del calor de vaporización respecto a la presión, cuando la presión vale $p = 19$, 30 , 70 kg/cm^2 ?.
¿Cual es la rapidez media entre 25 y 30 kg/cm^2 ? .

3) La solubilidad del Acetato de Bario (en gr/100 gr. de agua) a distintas temperaturas en ^oC es

T	30	40	50	60	70	100
S	75	79	77	74	74	75

¿Cual es la rapidez de variación de la solubilidad respecto a la temperatura a 35° , 45° , 65° , 90^oC ?
¿Cual es la rapidez de variación de la temperatura respecto a la solubilidad, cuando esta es 78 gr/100 gr. de agua? .

4) A continuación se dan distintos porcentajes en peso de alcohol en soluciones acuosas y sus correspondientes porcentajes en volumen:

% en peso	.79	8.04	16.26	24.66	33.35	37.84	41.5
% en vol.	1	10	20	30	40	45	49

¿Cual es la rapidez de variación del % en peso, con respecto al % en volumen a 5 , 25 , y 45 % en volumen ?.
¿Cual es la rapidez de variación del % en volumen con respecto al % en peso a 10 , 25 , y 40 % en peso ? .

PROBLEMAS

SECCION 4.5

1) El lado de un triángulo equilátero es $\underline{k}$ cm. y está creciendo con una rapidez de $h \frac{cm}{hr}$. ¿Cual es la rapidez de crecimiento del área?

2) De un jamón de forma cónica, se están cortando tajadas de 3mm. de espesor con una rapidez de $.5 \frac{\text{tajadas}}{\text{segundo}}$. ¿Cual es la rapidez de crecimiento del área de las tajadas?

3) Un globo esférico pierde gas con una rapidez de $6 \frac{lts}{min}$. En el instante en que el radio es 20 cm. ¿con qué rapidez decrece el radio? ¿con qué rapidez decrece el área?.

4) Un punto se mueve sobre la parábola $x^2 = 6y$ en tal forma que su ordenada aumenta uniformemente con una rapidez de $2 \frac{cm}{seg}$. ¿Cual es la rapidez de crecimiento de la abscisa? ¿Para que punto, la rapidez de crecimiento de la abscisa, vale $6 \frac{cm}{seg}$?.

5) Un profesor de Cálculo es arrojado por sus alumnos en un tanque de agua, y produce una serie de ondas que avanzan radialmente con una rapidez de $2 \frac{mt}{seg}$. Al final de 5 segundos, ¿cual es la rapidez de crecimiento del área cubierta por las ondas?

6) En el Averno hay una licuadora que funde a los estudiantes no estudiosos, y que descarga a un perol semi-esférico de 10 m. de radio, con una rapidez de $3 \frac{\text{lts. de estudiante}}{\text{segundo}}$. ¿Cual es la rapidez con que sube el nivel en el perol, cuando ha subido 3 m.? ¿Cual es la rapidez en el instante en que se llena?

7) Un globo a 50 mts. del suelo, se eleva verticalmente a 6 mt./seg. Un automóvil que pasa bajo el globo tiene una velocidad horizontal de $25 \frac{mt}{seg}$ ¿Cual es la rapidez con que se aleja el globo del automóvil?.

8) El volumen de una esfera de nieve que rueda en una colina, aumenta con una rapidez proporcional a su superficie. ¿Cual es la rapidez de aumento de su radio?.

9) Una bola de nieve de 2 mts. de diámetro está expuesta al sol. La nieve se derrite con una rapidez de 1 lt./min. ¿Con qué rapidez disminuye la superficie de la bola de nieve, cuando el radio es de 50 cm.?.

10) Una barra MN de 15 dm. de largo, está colocada sobre el eje X, con un extremo en el origen. Si ese extremo $\underline{M}$ se eleva sobre el eje Y con una rapidez de $2 \frac{dm}{min}$, mientras el otro extremo N resbala sobre el eje X. ¿Con qué rapidez se mueve N después de 10 min?.

11) La distancia $\underline{s}$ en millas al horizonte, para un observador colocado a $\underline{h}$ pies sobre el suelo, es $s = \sqrt{1.5h}$. Si un hombre asciende en un elevador con una rapidez de 6 pies/seg. , ¿cual es la rapidez de crecimiento de la distancia al horizonte, cuando está a una altura de 76 pies?.

12) Un hombre de 2 mts. de alto camina hacia un poste con un foco a 11 mt. de altura. ¿Con qué rapidez se mueve la sombra de su cabeza, cuando está a 8 mts. del poste, y moviéndose con una rapidez de 3 mt./seg.?.

13) El filo de una mesa está a 1.1 mts. sobre el suelo, y a 3 mts. de un punto directamente abajo de una luz que se mueve verticalmente con una rapidez de 2 mts./seg. ¿Con qué rapidez se mueve la sombra de la mesa, cuando la luz está a 10 mts. sobre el piso?.