

PROBLEMAS
SECCION 5.1

A.- En los siguientes problemas se pide:

- a) Dibujar aproximadamente en un plano cartesiano, el área entre el eje horizontal y la curva indicada.
- b) Denotar esa área usando el signo de integrar:

- 1) $y = x - 1$, de $x = 1$ a $x = 4$.
- 2) $a = 2b + 3$, de $b = 2$ a $b = 6$.
- 3) $x = -y + 3$, de $y = -3$ a $y = h$.
- 4) $w = -2c + 1$, de $c = -\pi$ a $c = \sqrt{2}$.
- 5) $p = 3w^0$, de $w = \sqrt{3}$ a $w = 3\pi$.
- 6) $b = -2n^0$, de $n = -.66$ a $n = -.002$.
- 7) $y = \sqrt{6-x}$, de $x = -2$ a $x = 0$.
- 8) $k = h^2 - 2h$, de $h = j$ a $h = \tilde{n}$.
- 9) $u = \frac{1}{v-1}$, de $v = 3$ a $v = 4$.
- 10) $t = s^3 - 3s^2$, de $s = 0$ a $s = 7$.
- 11) $t = 4k - k^2$, de $k = 1$ a $k = x$.
- 12) $h = 2f^3 - 3$, de $f = n - 1$, a $f = n^2$.
- 13) $m = (3g+4)^2$, de $g = 1$ a $g = g^2 - 2g + 1$.
- 14) $a(b)$, de $b = 1$, a $b = 5$.
- 15) $f(g)$, de $g = -2$ a $g = k$.
- 16) $w(k)$, de $k = 3$ a $k = -m$.
- 17) $k(w)$, de $w = 3w$ a $w = w^3$.

B.-

1) Triangulando, calcular el área de un polígono inscrito en un círculo de radio 1, y con el siguiente número de lados:

- a) 4. b) 8. c) 16. d) 32. e) 64. f) 128.

2) Calcular el área entre la curva $w = k^2 + 1$ y el eje horizontal, desde $k = 0$ hasta $k = 3$, utilizando el siguiente número de rectángulos con bases iguales:

- a) 2. b) 3. c) 4. d) 5. e) 6. f) 8.

3) Calcular el área entre el eje horizontal y la curva $y = \sqrt{4-x^2}$ usando el siguiente número de rectángulos con bases iguales:

- a) 6. b) 8. c) 16.

4) Calcular $\sum_0^2 y(x) (\Delta x)_n$, con $y(x) = 4 - x^2$, para los siguientes

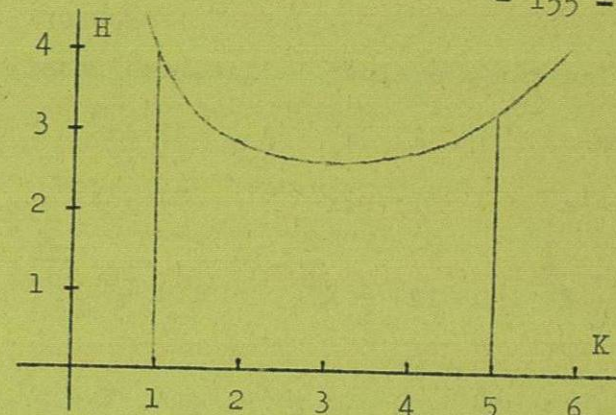
valores de n:

- a) 4. b) 8. c) 16.

Nótese que el símbolo: $\sum_0^2 y(x) (\Delta x)_8$, denota el área de

8 rectángulos de base igual $(\Delta x)_8$, y alturas $y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_8)$ donde $x_1 \dots x_8$ son las abscisas de los puntos de división de las bases.

5) Utilizando la división en rectángulos, calcule el área sombreada en la figura de la derecha. Si la curva de la figura es $h(k)$ ¿con qué símbolo denota el área citada?.



6) A continuación se dan varias parejas de valor y contravalor de una función $s(t)$: $(0.5, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 2.5), (4, 3), (5, 4), (3.5, 5)$. Calcule el área entre el eje T, y la curva correspondiente a tal función, desde $t = .75$ hasta $t = 5.5$.

C.- Conteste las siguientes preguntas:

- 1) ¿Cuál es la diferencia entre el método que se sigue para calcular el área de una figura de lados rectos, y el que se sigue para una de lados curvos?
- 2) Al definir el área de un círculo, se utiliza una sucesión de polígonos ¿hay algún polígono de la sucesión cuya área sea igual a la del círculo? ¿en caso contrario, el área de cual de esos polígonos es la más próxima a la del círculo?.
- 3) ¿Cómo se define el área del círculo?.
- 4) ¿Cómo se define el área entre el eje X y la curva $y = \sqrt{x} + 1$, desde $x = 3$ hasta $x = 5$?
- 5) Explique el significado del símbolo $\sum_3^5 (\sqrt{x} + 1) (\Delta x)_6$
- 6) Explique el significado del símbolo $\int_3^5 (\sqrt{x} + 1) dx$
- 7) Denotan lo mismo los dos símbolos anteriores? ¿Cuál es la diferencia?.
- 8) Dé el nombre y el significado de cada una de las partes del símbolo

$\int_x^y g(a) da$, y diga qué es lo que denota tal símbolo.

PROBLEMAS

SECCION 5.2

A.- Indicar y evaluar la integral indefinida de las siguientes funciones:

- | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) x | 2) $3x^2$ | 3) $4x^3$ | 4) $5x^4$ | 5) $6x^5$ |
| 6) $-x^{-2}$ | 7) $-2x^{-3}$ | 8) $-3x^{-4}$ | 9) $-4x^{-5}$ | 10) $-5x^{-6}$ |
| 11) $\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}-1}$ | 12) $\frac{7}{4}x^{\frac{7}{4}-1}$ | 13) $\frac{-6}{5}B^{\frac{-6}{5}-1}$ | 14) $\pi Y^{\pi-1}$ | 15) $\sqrt{2}W^{\sqrt{2}-1}$ |
| 16) $1.67Z^{.67}$ | 17) $1.8K^{.8}$ | 18) $\sqrt{3}\pi R^0$ | 19) $(\pi+1)X^\pi$ | 20) $.0001.M^0$ |
| 21) $\sqrt[3]{x^2}$ | 22) $\sqrt[3]{x^{-2}}$ | 23) $\sqrt{\frac{1}{x^3}}$ | 24) $\sqrt[3]{\frac{1}{w^2}}$ | 25) $\sqrt[5]{\frac{1}{z^4}}$ |
| 26) $\sin u$ | 27) $\cos h$ | 28) $\sec^2 f$ | 29) $-\csc^2 k$ | 30) $-\tan g \sec g$ |
| 31) $\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ | 32) $\frac{-1}{\sqrt{1-k^2}}$ | 33) $\frac{1}{1+n^2}$ | 34) $\frac{-1}{1+g^2}$ | 35) $\frac{1}{h\sqrt{h^2-1}}$ |
| 36) $x+2$ | 37) $-a^2-1$ | 38) b^3-b | 39) t^2-2t+1 | |
| 40) $4s^3-4s^2+3$ | 41) $6p^4-p$ | 42) $k-\sin k$ | 43) $1+\cos t$ | |
| 44) $\sqrt{x}-\cos x$ | 45) $\sec^2 p+2p$ | 46) $\tan u \sec u - \sin u$ | | |
| 47) $4x^3+3x^2+4x-3$ | 48) $5(2x^3-1)^4(6x^2-0)$ | | | |
| 49) $7(x^3+x^2)^6(3x^2+2x)$ | 50) $3(\sin y)^2(\cos y)$ | | | |

B.- $\int \frac{x}{2} dx = x^2 + C$ es la función que a $x \rightarrow x^2 + C$. Pero como C es parámetro, en realidad se trata de una familia de funciones (la familia de antiderivadas de $\frac{x}{2}$). De esa familia, encontrar aquella función que:

- 1) $2 \rightarrow 3$ 2) $\pi \rightarrow -1$ 3) $-3 \rightarrow -\sqrt{3}$ 4) $a \rightarrow k$.

C.- De la familia de antiderivadas de $x+3$, encontrar aquella que:

- 1) $0 \rightarrow \pi$ 2) $-4 \rightarrow 0$ 3) $0 \rightarrow 0$ 4) $b \rightarrow h+1$.

D.- De la familia de antiderivadas de $\cos h$, encontrar aquella que:

- 1) $0.5\pi \rightarrow 3$ 2) $-30^\circ \rightarrow 1$ 3) $\pi \rightarrow \pi$ 4) $135^\circ \rightarrow \sqrt{2}$

E.- De la familia de antiderivadas de $a - \sin a$, encontrar aquella que:

- 1) $\frac{\pi}{3} \rightarrow 1$ 2) $2 \rightarrow 3$ 3) $-\frac{\pi}{2} \rightarrow 2.3$ 4) $\frac{7\pi}{4} \rightarrow 0$

F.- Conteste las siguientes preguntas:

- 1) Defina antiderivada de una función $f(x)$.
- 2) ¿La antiderivada de $f(x)$ es también una función?.
- 3) ¿Cuántas antiderivadas tiene una función?.
- 4) ¿Qué denota la integral indefinida de $y(x)$? ¿Cómo se representa?.
- 5) ¿Qué método se sigue para encontrar la integral de una función?.

PROBLEMAS

SECCION 5.3

Indicar y efectuar la integral de las siguientes funciones:

- | | | | | |
|---|--|---------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1) a | 2) b^2 | 3) c^3 | 4) d^4 | 5) e^5 |
| 6) f^{-2} | 7) g^{-3} | 8) h^{-4} | 9) j^{-5} | 10) k^{-6} |
| 11) $m^{1/2}$ | 12) $n^{3/2}$ | 13) $p^{-7/2}$ | 14) $q^{-8/3}$ | 15) $r^{-4/3}$ |
| 16) $s^{-\pi}$ | 17) $t^{\sqrt{2}}$ | 18) $u^{-2\pi}$ | 19) $v^{-.2}$ | 20) $w^{-.07}$ |
| 21) $3x^0$ | 22) $\frac{3}{4}\sqrt{y^{-3}}$ | 23) $\frac{-5}{7}\sqrt[3]{z^4}$ | 24) $\frac{3\sqrt{2}}{4}m^3$ | 25) $-3\pi f^{1/2}$ |
| 26) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ | 27) $\frac{-2}{\sqrt{b}}$ | 28) $\frac{-5}{\sqrt[3]{a}}$ | 29) $\frac{7\pi}{5\sqrt{y}}$ | 30) $\frac{-6}{\sqrt[7]{u}}$ |
| 31) $2x^4-5x+2$ | 32) $-7x^3+6x^{-2}+3$ | 33) $-5x^3+2\sqrt{x}$ | | |
| 34) $\frac{-3}{4}\sqrt[5]{x}+4x^4$ | 35) $5x^{-0.5}-3x^4-1$ | 36) ax^2+bx+c | | |
| 37) $5\sin y+\pi y$ | 38) $-4\cos v+\frac{5}{3}\sec^2 v$ | 39) $2w^2-\sec w \tan w$ | | |
| 40) $\pi \csc^2 q - \pi q^3 + \sqrt{q} - 1$ | 41) $15z^3 + \pi \sqrt{z} - \frac{8}{\sqrt{z}} + 4 \sin z - 3$ | | | |
| 42) $\frac{x^2-3+x^3}{3x^2} + 2\pi$ | 43) $-5(1+x)^2$ | | | |
| 44) $2(\lambda-3)^3$ | 45) $.02(z-3)^2$ | | | |
| 46) $3(4b+1)^2 \times 3$ | 47) $4(8-\pi w)^3 \times (-\pi)$ | | | |

- 48) $4(4+x^2)^3 \times (2x)$ 49) $3(x^2-x^3)^2 \times (2x-3x^2)$
 50) $3(\sqrt{x}-1)^2 \times (\frac{1}{2}x^{-1/2})$ 51) $4(\sin x)^3 (\cos x)$
 52) $3(\cos \lambda)^2 (-\sin \lambda)$ 53) $4(\tan \lambda)^3 (\sec^2 \lambda)$
 54) $6(\sec u)^5 (\sec u \tan u)$ 55) $3(\csc y)^2 (-\csc y \cot y)$
 56) $-\sin x^2 \times (2x)$ 57) $\cos a^3 \times (3a^2)$
 58) $\tan(3p^2+1) \sec(3p^2+1) \times (6p)$ 59) $-\sin(6v^4-3v+2) \times (24v^3-3)$
 60) $(x^2+4)^{3/2} \times (2x)$ 61) $4(\sin x^2)^3 \cos x^2 \times (2x)$

PROBLEMAS

SECCION 5.4

A.- Evaluar las siguientes integrales definidas:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\int_3^4 x dx$ | 2) $\int_{-1}^2 h^2 dh$ | 3) $\int_0^\pi \sin x dx$ |
| 4) $\int_{-2}^{-1} \sqrt{g} dg$ | 5) $\int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \cos u du$ | 6) $\int_{-2}^2 y^3 dy$ |
| 7) $\int_{-2}^2 y^2 dy$ | 8) $\int_{-3}^{-2} k^{-2} dk$ | 9) $\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt[3]{p} dp$ |
| 10) $\int_{10^\circ}^{45^\circ} \sec^2 z dz$ | 11) $\int_{-50^\circ}^{-20^\circ} \sec f \tan f df$ | 12) $\int_{5-\sqrt{2}}^{5+\sqrt{2}} dh$ |
| 13) $\int_1^2 x^4 dx$ | 14) $\int_{-2}^{-1} x^4 dx$ | 15) $\int_2^1 x^4 dx$ |
| 16) $\int_1^3 a da$ | 17) $\int_1^3 u du$ | 18) $\int_1^3 k dk$ |
| 19) $\int_1^x b^2 db$ | 20) $\int_1^y b^2 db$ | 21) $\int_1^k b^2 db$ |

- | | |
|---|---|
| 22) $\int_1^2 (x^2-5x+1) dx$ | 23) $\int_{-2}^0 (2r^3-3r+4) dr$ |
| 24) $\int_2^5 (f-f^2-1) df$ | 25) $\int_{-1}^\pi (h^3-1) dh$ |
| 26) $\int_0^{0.5} x(x-1)(x+1) dx$ | 27) $\int_{1/2}^{3.5} x(x-x^2) dx$ |
| 28) $\int_0^1 (x-1)(x+2)(x-3) dx$ | 29) $\int_2^3 (x+4)(x-5) dx$ |
| 30) $\int_{30^\circ}^{60^\circ} (\sin u + \cos u + 2) du$ | 31) $\int_{90^\circ}^{135^\circ} (\sin^2 u + 2 \sin u) \cos u du$ |
| 32) $\int_{.5\pi}^{.75\pi} (\cos u - 3 \sec^2 u) du$ | 33) $\int_{-.5\pi}^{2\pi} (w - 3 \tan w \sec w - 1) dw$ |

B.- Conteste las siguientes preguntas:

- ¿Qué denota el símbolo $\int f(x) dx$?
- ¿Qué denota el símbolo $\int_a^b f(x) dx$?
- ¿Qué denota el símbolo $[F(x)]_a^b$?
- Si $G(h)$ es una antiderivada de $k(h)$, ¿qué relación existe entre ambas funciones?.
- Si $A(y)$ es una antiderivada de $x(y)$, diga cuáles de las siguientes igualdades son ciertas:

$$\int_k^n x(y) dy = [A(y)]_k^n = A(n) - A(k)$$

$$\frac{dA}{dy} = x(y)$$

6) Sea $\int_1^x a^2$ da la función que $a : x \rightarrow \int_1^x a^2$ da .

Completar las siguientes parejas de valor y contravalor de tal función:

a) $2 \rightarrow ?$ b) $\pi \rightarrow ?$ c) $1 \rightarrow ?$ d) $0 \rightarrow ?$ e) $-\sqrt{2} \rightarrow ?$

f) $k \rightarrow ?$ g) $h-1 \rightarrow ?$ h) $? \rightarrow \frac{4^3}{3} - \frac{1}{3}$ j) $? \rightarrow \frac{8}{3} - \frac{1}{3}$

7) Enuncie el Teorema Fundamental del Cálculo.

PROBLEMAS
SECCION 5.5

Encontrar las siguientes áreas, graficando previamente en forma aproximada:

- 1) Area de un arco de la curva $y = \cos x$.
- 2) Area entre el eje horizontal y la curva $y = 2x - x^2$.
- 3) Area entre el eje horizontal y la curva $y = k^2 - 1$.
- 4) Area entre el eje horizontal y la curva $f = 2 - g^2$.
- 5) Area entre el eje vertical y la curva $y = y^2 - y^3$.
- 6) Area entre eje X y la curva $y = x^3 - 4x$ desde -2 a 0 , de 0 a 2 .
- 7) Area entre eje K y la curva $p = k^4 - 16$ de -1 a 1 .
- 8) Area entre eje W y la curva $h = 2w^2 - 4w$ de 2 a 4 .
- 9) Area entre eje M y la curva $a = 2m - 4$ de -3 a 1 .
- 10) Area entre eje G y la curva $b = \sqrt{25 - g^2}$ de 0 a 5 .
- 11) Area limitada por las curvas $a^2 = b$ y $b = 4$.
- 12) Area limitada por $h = 2r - r^2$ y $h = -3$.
- 13) Area limitada por $t = 3s - s^2$ y $t + s - 3 = 0$.
- 14) Area limitada por $j = b^4 - 2b^2$ y $j = 2b^2$.
- 15) Area limitada por $w = \sin \lambda$, $w = \cos \lambda$ y el eje W .
- 16) Area limitada por $\sqrt{p} + \sqrt{c} = 1$, el eje P , y el eje C .
- 17) Area limitada por $h^2 = 4k$, $h + 2k - 4 = 0$, y el eje K .
- 18) Area limitada por $y = \frac{1}{x^2}$, y el eje X , desde 1 hasta 10^8 .
- 19) Area limitada por $k = \frac{1}{\sqrt{v}}$, y el eje V , desde 1 hasta 10^6 .

$a = 67$
 $c = 33$
 $B = 36^\circ$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
 $b^2 = (67)^2 + (33)^2 - (2(67)(33))(\cos 36)$

67	33
67	33
469	99
102	99
489	1089
089	67
578	33
	201
	201
	7211
	2
	4422

$b^2 = 5578 -$

$b^2 = 2000$

$b = \sqrt{2000}$

$a+c = \frac{a^2+c^2}{a-c} \tan \frac{1}{2} A$

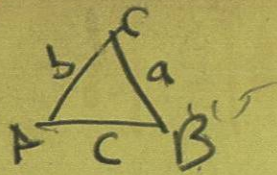
80902	24.
4422	
161804	
81804	
323608	
323608	
3569.48.644	204.

5578
 3578

 2000

6002.64828	44
200	
2426	48

L.O.P.



$$m = \frac{y^2 - y_1}{x^2 - x_1}$$

B =
A =
C =
a =

$$2R = \frac{a^2 \sin A \sin C}{\sin B}$$

$$m = \frac{y^2 - y_1}{x^2 - x_1}$$

$$d = \sqrt{(x^2 + y^2)^2 + (x^2 - y^2)^2}$$

$$d = \sqrt{(x^2 + y^2)^2 + (x^2 - y^2)^2}$$

$$m = \frac{x^2 - y^2}{y^2 - x^2}$$

$$x = \frac{x^1 + x^2}{2} \quad y = \frac{y^1 + y^2}{2}$$

$$y = \frac{x^1 + x^2}{2} \quad x = \frac{y^1 + y^2}{2}$$

$$x = \frac{r_2 x^1 + r_1 x^2}{r_1 + r_2}$$

$$y = \frac{r_2 y^1 + r_1 y^2}{r_1 + r_2}$$



50268

Nº
516
G345

CAPILLA ALFONSINA
U. A. N. L.

Esta publicación deberá ser devuelta
antes de la última fecha abajo indi-
cada.

UNIVERSIDAD DE NUEVO LEÓN
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
Apto. 1025 MONTERREY, MEXICO

