CAPITULO II

LA LINEA RECTA.

12.- VARIABLES Y CONSTANTES.- En todo problema de Geometría Analítica hay cantidades cuyo valor no cambia a las que se llaman constantes y se representan comúnmente con las primeras letras del alfabeto.

Hay otras cantidades que pueden tomar valores diferentes por lo que reciben el nombre de variables y se representan por las últimas letras del alfabeto.

Ejemplos: En la línea L_1, Fig. 19, la pendiente es una constante, en cambio, las coordenadas de los puntos sobre la recta van cambiando continuamente, por lo tanto son variables.

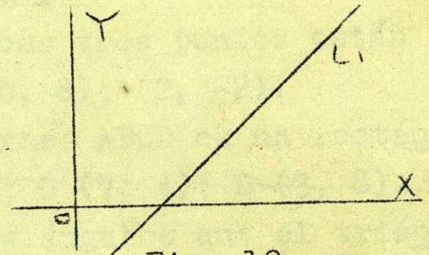


Fig. 19

El volumen de una esfera está dado por la fórmula $V = 4/3 \pi r^3$. En esta fórmula $4/3$ y π son constantes así como el exponente 3, mientras que "r" y "V" pueden tomar valores diferentes y por lo tanto son variables. El valor de V depende del que tenga "r" y se dice que "V" es una función de "r".

13.- ECUACION CON DOS VARIABLES.- Si en una ecuación con dos variables se asignan valores a una de ellas y se encuentran los valores correspondientes de la otra, se obtienen parejas de números que pueden representarse por puntos en un sistema de ejes coordenados. La unión de esos puntos será la gráfica de la ecuación. Se dice también que es el lugar geométrico de los puntos que satisfacen la ecuación. Las coordenadas de cualquier punto sobre la gráfica deben satisfacer la ecuación.

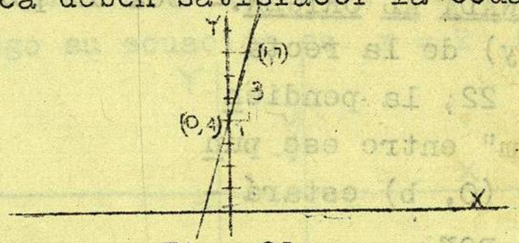


Fig. 20

Ejemplos:

Encontrar las gráficas de las ecuaciones siguientes: 1) $y = 3x + 4$

Dando valores y situando los puntos respectivos se obtiene la gráfica de la Fig. 20.

2) $y^2 = 4x$; a cada valor de "x" corresponden dos valores de "y". Además no puede haber valores negativos de "x", pues darían resultados imaginarios para "y", por lo que la gráfica resulta tal como aparece en la Fig. 21.

VALORES X	0	1	4	9
VALORES Y	0	± 2	± 4	± 6

Tabla de Valores.

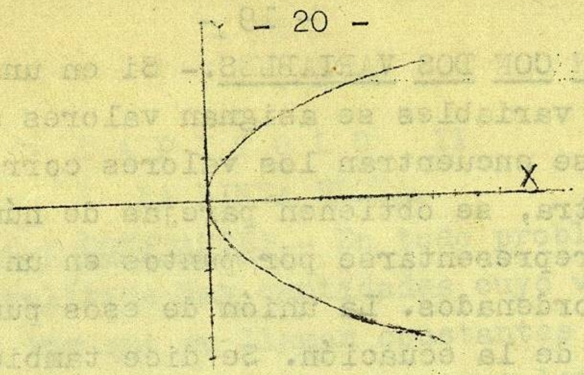
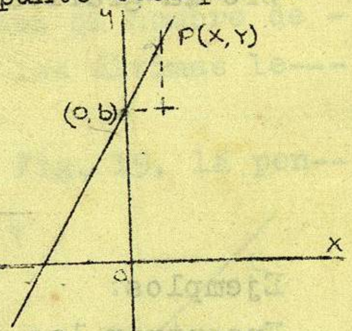


Fig. 21

14.- **ECUACION DE UNA RECTA, DADA SU PENDIENTE Y LA ORDENADA AL ORIGEN.**- Sea un punto cualquiera (x, y) de la recta Fig. 22; la pendiente "m" entre ese punto y (0, b) estará dada por:



$$m = \frac{y - b}{x}$$

$$\therefore\ y = mx + b\ .\ .\ .\ (5)$$

Fig. 22

que es la eucación de una recta en función de su pendiente "m" y la ordenada al origen "b".

Como se dedujo esta ecuación se procede para encontrar la de cualquier lugar geométrico, es decir, se toma un punto (x, y) sobre el lugar geométrico y se relacionan sus coordenadas de modo que expresen las condiciones que rigen a dicho lugar geométrico. La ecuación resultante, que contiene a (x, y) y las constantes del problema es la ecuación del lugar geométrico.

Analizando la ecuación (5) se pueden obtene las siguientes conclusiones:

1.- Si la recta pasa por el origen b = 0 y la ecuación se reduce a y = mx.

2.- Si la recta es paralela al eje de las abscisas, la pendiente será igual a cero, m = 0 , y la ecuación será: y = b.

3)- Si la recta no corta al eje de las ordenadas tendrá que ser paralela a dicho eje y por lo tanto todos los puntos de la recta tendrán la misma abscisa, luego su ecuación es: x = k (Fig. 23).

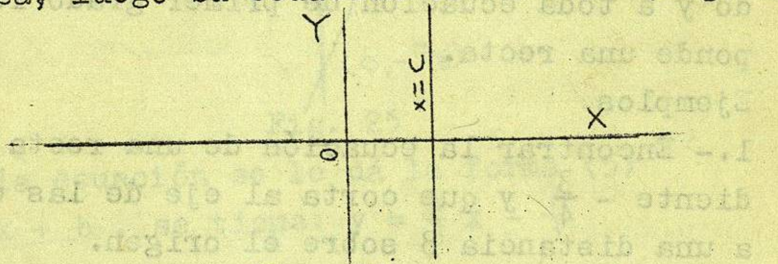


Fig. 23

15.- **DISCUSION DE LA ECUACION DE LA RECTA.**- La ecuación de cualquier recta es de primer grado, porque cualquiera recta o corta al eje de las "y" y su ecuación es de la forma y = mx + b ó es paralela a él y su ecuación es x = k , y ambas ecuaciones son de primer grado.

Ahora bien; siempre es posible reducir una ecuación de primer grado en "x" e "y" a la forma Ax + By + C = 0 .

Despejando "y" se tiene: $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ que -

c) $m = 1$; $b = 0$ e) $m = 5$; $b = 2$

d) $m = \frac{4}{3}$; $b = -\frac{5}{8}$ f) $m = -1$; $b = -2$

2.- Encuéntrense las ecuaciones y dibújense las rectas cuyas inclinaciones (θ) y cuyas ordenadas al origen (b) tienen los siguientes valores:

a) $\theta = 30°$; $b = 3$ d) $\theta = 135°$; $b = -6$

b) $\theta = 45°$; $b = -1$ e) $\theta = 0°$; $b = 2$

c) $\theta = 120°$; $b = 0$ f) $\theta = 150°$; $b = -\frac{4}{5}$

3.- Encontrar la ecuación de cada una de las siguientes líneas:

a) Paralela al eje de las ordenadas y pasando por el punto (-5, 0)

b) Paralela al eje de las abscisas y pasando por el punto (0, 3).

c) Paralela a la línea $2x - 5y + 2 = 0$ y pasando por el punto (0, -4).

d) Perpendicular a la línea $3x - y + 1 = 0$ y pasando por el punto (0, 0).

4.- Encontrar la pendiente, la inclinación y la ordenada al origen de cada una de las siguientes rectas:

a) $3x - 7y - 18 = 0$ d) $2x - 11y + 13 = 0$

b) $x - y = 0$ e) $3x - 8 = 0$

c) $3y - 7 = 0$ f) $ax - by - c = 0$

5.- Cuál es la ecuación del eje de las abscisas? y cuál es la ecuación del eje de las ordenadas?.

6.- Determinar el valor de A para que la línea $3Ax - 4y + 5 = 0$ sea:

a) Paralela a $2x + 5y - 2 = 0$

b) Perpendicular a $4x - 6y + 8 = 0$

16.- <u>ECUACION DE LA RECTA DADOS UN PUNTO DE LA MISMA Y LA PENDIENTE</u>.- Sea (x_1, y_1) el punto por el que ha de pasar la recta, m la pendiente y (x, y) un punto cualquiera de la línea, Fig. 26; la pendiente entre este punto y el (x_1, y_1) está dada por:

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \qquad m = \frac{y-y_1}{x-x_1}$$

$$\boxed{\therefore \quad y - y_1 = m(x - x_1)} \quad \ldots\ldots (6)$$

que es la ecuación de la recta que pasa por (x_1, y_1) y tiene pendiente m.

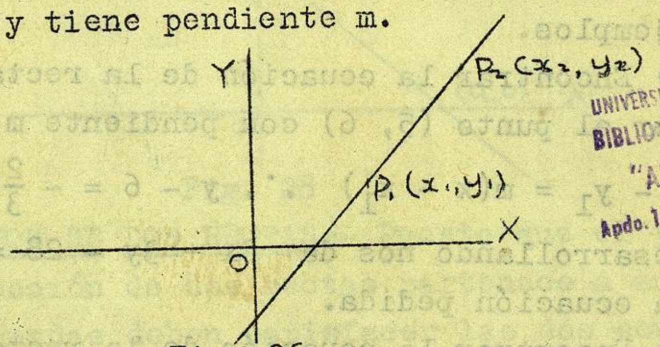


Fig. 26.

17.- <u>ECUACION DE LA RECTA DADOS DOS PUNTOS DE LA MISMA</u>

Sean (x_1, y_1) y (x_2, y_2) los puntos por donde ha de pasar la recta, (Fig. 27). La pendiente "m" queda determinada por los dos puntos dados, o sea